Vorbereitung

Wärmestrahlung

Carsten Röttele Stefan Schierle

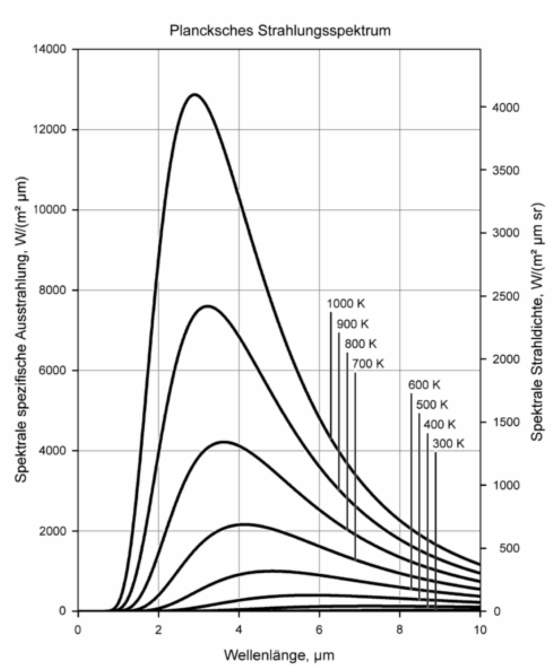
Versuchsdatum: 15.05.2012

Inhaltsverzeichnis

0 Theoretische Grundlagen

0.1 Wärmestrahlung

Die in unserem Versuch untersuchte Wärmestrahlung ist eine von drei Möglichkeiten für einen Körper Wärmeenergie zu übertragen. Die anderen sind die Konvektion, bei welcher die Übertragung durch Stofftransport erfolgt und die Wärmeleitung, die mit der Wechselwirkung von Atomen und Molekülen von statten geht. In unserem Versuch beschäftigen wir uns aber mit der Wärmestrahlung, bei der die Energie mit elektromagnetischer Strahlung übertragen wird. Hierbei ist zu beachten, dass jeder Körper, abhängig von seiner Temperatur und Wellenlänge, Wärmestrahlung abgibt. Zudem spielt die Umgebungstemperatur auch immer eine Rolle, sodass logischerweise ein Körper in einer kälteren Umgebung mehr Wärmeenergie abstrahlt, als dass er aufnimmt, weshalb er abkühlt. Die folgende Abbildung verdeutlicht die Abhängigkeit von der Temperatur und Wellenlänge:



Quelle: *de.wikipedia.org/wiki/Planckschesstrahlungsgesetz*

0.2 Plancksches Strahlungsgesetz

Um das Plancksche Strahlungsgesetz herzuleiten, welches die Verteilung der Energiedichte eines schwarzen Körpers in Abhängigkeit von der Frequenz der Strahlung beschreibt, betrachten wir zunächst ein 2-Energieniveau-System. Im Niveau 1 befinden sich hierbei N_1 Teilchen mit Energie E_1 und im Niveau 2 sind N_2 Teilchen mit Energie E_2. Die Boltzmann-Statistik liefert für solch ein System die Formel:

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp(-\frac{E_2 - E_1}{k_B \cdot T})$$

Dabei ist k_B die Boltzmann-Konstante und T die Temperatur des Systems. Wir haben zusätzlich die Bedingung, dass die Gesamtzahl der Teilchen N konstant bleiben muss, sie haben lediglich die Möglichkeit ihr Energieniveau zu wechseln. Wir erhalten dadurch die zwei Bedingungen:

$$N_1 + N_2 = N = \text{const} \quad \wedge \quad dN_1 = -dN_2$$

Um die Teilchenänderung genauer zu betrachten, müssen wir zunächst anschauen wodurch Wechsel entstehen können. Wenn ein Wechsel vom niedrigeren ins höhere Energieniveau vorliegt, dann werden Photonen absorbiert. Der umgekehrte Fall erfolgt durch stimulierte und spontane Emission der Photonen, weshalb wir für dN_2 erhalten:

$$dN_2 = B_{12} \cdot u(\nu, T) \cdot N_1 \mathrm{d}t - B_{21} \cdot u(\nu, T) \cdot N_2 \mathrm{d}t - A_{21} \cdot N_2 \mathrm{d}t$$

Hier beschreibt der erste Term die Absorption, während der gegenläufige zweite Term die stimulierte Emission beschreibt. Beide sind proportional zur Strahlungsintensität u und zu ihrer Teilchenanzahl. Der hintere Term beschreibt die spontane Emission, die nur von der Anzahl der angeregten Teilchen abhängt. B_{12}, B_{21} und A_{21} sind jeweils Konstanten. Wir können dabei $B_{12} = B_{21} \equiv B$ setzen, weil die stimulierte Frequenz genau der umgekehrte Fall, wie die Absorption ist. Zudem wird $A_{21} \equiv A$ gesetzt, um Indizes zu sparen. Wir erhalten also im Gleichgewicht, d.h. $dN_2 = 0$:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{B \cdot u(\nu, T)}{A + B \cdot u(\nu, T)}$$

Mit der zusätzlichen Bedingung, dass die Energiedifferenz des Niveaus genau der Energie eines Photons entspricht erhält man:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = h\nu$$

Setzt man dies alles in die Boltzmann-Statistik ein und löst nach der Strahlungsintensität auf, so erhält man:

$$u(\nu, T) = \frac{A}{B} \cdot \frac{1}{\mathrm{e}^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

Die Konstante $\frac{A}{B}$ lässt sich dabei als $\frac{8\pi h\nu^3}{c^3}$ bestimmen, womit wir schließlich das Plancksche Strahlungsgesetz erhalten:

$$u(\nu,T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_BT}} - 1}$$

Es gilt jedoch zu beachten, dass wie bereits am Anfang erwähnt, das Plancksche Strahlungsgesetz nur für einen schwarzen Körper gilt, d.h. der Körper absorbiert die komplette auf ihn treffende Strahlung.

0.3 Stefan-Boltzmann-Gesetz

Will man nun aus der im vorherigen Teil besprochenen Energiedichte die Strahlungsleistung eines schwarzen Körpers berechnen, so benötigt man das Stefan-Boltzmann-Gesetz. Hierzu betrachten wir eine normierte Oberfläche von 1 m^2 eines schwarzen Körpers und muss dazu die Energiedichte nur mit c multiplizieren und über dem benötigten Frequenzintervall sowie über dem Halbraum, in den gestrahlt wird, integrieren. Dazu bieten sich Kugelkoordinaten besonders an, wobei beachtet werden muss, dass man zur Normierung noch durch die Oberfläche einer Einheitskugel geteilt werden muss, d.h. durch 4π. Man erhält somit für die Strahlungsleistung:

$$\begin{aligned} R &= \frac{c}{4\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta d\theta \int_0^{\infty} u(\nu,T)d\nu = \frac{c}{4}\int_0^{\infty} u(\nu,T)d\nu \\ &= \frac{2\pi k^4T^4}{c^2h^3}\int_0^{\infty}\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^3 \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \mathrm{d}\frac{h\nu}{kT} \end{aligned}$$

Hierbei gibt das hintere Integral ausgewertet $\frac{\pi^4}{15}$, wodurch man erhält:

$$R = \underbrace{\frac{2\pi^5}{15}\frac{k^4}{c^2h^3}}_{\equiv\sigma} T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} T^4 \frac{W}{m^2K^4}$$

Beachtet man nun noch die Proportionalität zur bestrahlten Oberfläche, so erhält man das Stefan-Boltzmann-Gesetz:

$$P = \sigma A T^4$$

0.4 Wiensches Verschiebungsgesetz

Zum Schluss der theoretischen Grundlagen wird noch näher auf das Wiensche Verschiebungsgesetz eingegangen, welches angibt bei welcher Frequenz ν ein Körper mit der Temperatur T die maximale Energie abstrahlt. Dies lässt sich über die Formel des Planckschen Strahlungsgesetzes herleiten, indem man die Nullstelle der Ableitung nach ν bestimmt, wodurch man erhält:

$$\nu_{max} = \frac{2,82 \cdot k}{h} \cdot T\frac{Hz}{K} = 5,88 \cdot 10^{10} T \frac{Hz}{K}$$

Man erkennt hier also eine Proportionalität der maximalen Frequenz mit der Temperatur des schwarzen Körpers.

1 Gültigkeit des Stefan-Boltzmann-Gesetzes

Im ersten Teil des Versuches soll das in den theoretischen Grundlagen bereits hergeleitete Stefan-Boltzmann-Gesetz überprüft werden, in unserem Fall die T^4-Abhängigkeit. Hierzu müssen wir einen schwarzen Strahler an ein Netzgerät anschließen und gleichzeitig darauf achten, dass wir nicht die volle Leistung abrufen, damit wir keinen zu starken Temperaturanstieg haben. Dabei können wir die Temperatur über ein PtRh-Pt-Thermoelement und über ein Millivoltmeter messen, sowie die Strahlungsleistung auch über ein Millivoltmeter und über eine Mollsche Thermosäule, an welcher für die Steigerung ihrer Empfindlichkeit ein Reflektor angebracht ist. Dies führt für eine starke Abhängigkeit der Geometrie für die Eichung der Thermosäule, was der Grund dafür ist, dass wir „nur“die T^4-Abhängigkeit testen. Außerdem müssen wir beachten, dass wir in den Messpausen die Wärmestrahlung abschirmen, damit wir die Thermosäule nicht aufheizen und auch das die selbige eine lange Einstellzeit hat von ein paar Sekunden.
Zudem muss für die Auswertung der Messergebnisse beachtet werden, dass die Umgebung auch Wärme abstrahlt. Wir definieren uns deshalb eine neue Temperatur ΔT, die auch die Umgebungstemperatur T_U mit berücksichtigt als $(\Delta T)^4 = T^4 - T_U^4$. Um eine Gerade zu erhalten bei der Auftragung der Messwerte bietet es sich an, dass wir eine logarithmische Auftragung vornehmen:

$$\ln(P) = \ln(\sigma A \cdot (\Delta T)^4) = 4 \cdot \ln(\Delta T) + \ln(\sigma A)$$

Wir sollten in diesem Fall also eine Steigung der Geraden von etwa 4 erhalten, wobei der hintere Summand konstant ist.
Es ist hier natürlich offensichtlich, dass wir bei der Schrittbreite der Messungen von der Temperatur nicht linear vorgehen dürfen. Will man nämlich die Strahlungsleistung um einen Faktor n erhöhen, so muss man die Temperatur nur um die vierte Wurzel des Faktors n erhöhen. Dies heißt für uns, dass wir immer kleinere Schritte bei der Erhöhung der Temperatur benötigen, damit wir eine etwa gleichmäßige Steigung der Strahlungsleistung bekommen.
Da wir allerdings die Strahlungsleistung nicht direkt messen können, sondern nur die Spannung am Millivoltmeter, nutzen wir aus, dass diese auch proportional zu Strahlungsleistung ist, weshalb wir statt der Strahlungsleistung die Spannung im Graphen auftragen.

2 Vergleich des Emissionsvermögens unterschiedlicher Flächen

Als nächstes soll man das Emissionsvermögen von verschiedenen Flächen untersuchen. Hierzu benötigt man fast den gleichen Aufbau wie in der vorherigen Aufgabe. Es wird hier nur der schwarze Strahler durch jeweils einen Sektor von einer heizbaren Scheibe mit unterschiedlichen Oberflächensektoren ersetzt. Zudem misst man nun die Temperatur mit einem NiCr-Ni-Thermoelements.

Analog zur Aufgabe 1 werden aber nun die verschiedenen Messreihen gemessen und anschließend wieder in ein Diagramm aufgetragen, damit man vergleichen kann welches Material einem schwarzen Strahler am nächsten kommt. Hierzu ist der Absorptionsgrad nützlich, welcher den Quotienten aus der absorbierten und der emittierten Leistung einer Fläche angibt:

$$\epsilon = \frac{P_{abs}}{P_{em}}$$

Bei einem schwarzen Strahler ist der Absorptionsgrad gerade $\epsilon = 1$. Somit erhalten wir mit der Strahlungsleistung P_M eines beliebigen Materials den Absorptionsgrad:

$$\epsilon = \frac{P_M}{P_S}$$

Hierbei entspricht P_S der Strahlungsleistung eines schwarzen Körpers. Es ist natürlich zu beachten, dass die beiden Leistungen bei der selben Temperatur gemessen werden müssen. Außerdem werden wir wie in der vorherigen Aufgabe jeweils wieder die Spannung messen und dadurch den Absorptionsgrad über das Verhältnis der jeweiligen Spannung berechnen. Es ist dabei zu erwarten, dass ϵ immer kleiner als 1 sein muss, da ja der schwarze Körper der Optimalfall mit gleich 1 ist.

3 Die wahre Temperatur einer Glühlampe

Im letzten Versuchsteil soll mithilfe eines Pyrometers die Temperatur einer Glühlampe in Abhängigkeit des Stroms durch die Lampe gemessen werden. Das Pyrometer misst die Strahlung eines Körpers, wodurch man Folgerungen für die Temperatur machen kann. Zunächst wollen wir das in unserem Versuch verwendete optische Pyrometer genauer betrachten.
Am Eingang des Pyrometers befindet sich eine Linse, durch welche das Bild von einem strahlenden Körper in die Ebene der Glühwendel abgebildet. Hierbei kann mit einem Potentiometer der Strom durch die Glühwendel variiert werden, wodurch sich die Strahlung der selbigen ändert. Mit Hilfe eines Okulars mit einem Rotfilter kann man nun die Glühwendel beobachten. Wir können nun durch Ändern des Stromes erreichen, dass die Glühwendel vor dem strahlenden Hintergrund verschwindet, weil, wie bereits oben erwähnt, das Bild der strahlenden Fläche gerade in der Ebene der Glühwendel liegt. In diesem Fall strahlt die Glühwendel genau gleich viel wie die Fläche und wir können aus der Temperatur des schwarzen Strahlers auch auf die dann gleich große Temperatur der Glühwendel schließen.
Zur Eichung des Pyrometers benutzt man einen schwarzen Strahler mit bekannter Temperatur. Wir haben bereits in der Aufgabenstellung das T-I-Diagramm, welches man erhält wenn man die Eichung durchführt, gegeben. Allerdings müssen wir noch berücksichtigen, dass ein schwarzer Strahler bei gleicher Temperatur immer mehr strahlt, als ein anderer Körper. Deshalb brauchen wir eine höhere Temperatur um die Strahlungsleistung eines

schwarzen Körpers zu erreichen. Man spricht hier auch von der wahren Temperatur T_W, während die Temperatur eines schwarzen Körpers mit der gleichen Strahlungsleistung auch als Schwarze Temperatur T_S bezeichnet wird. Aus diesem Grund haben wir auch in der Aufgabenstellung im Diagramm auch die Korrekturgröße $T_W - T_S$ für den in unserem Versuch verwendeten Wolfram gegeben. Dies können wir verwenden, um über die mit dem Pyrometer gemessene Schwarze Temperatur die von uns gesuchte wahre Temperatur der Glühlampe zu bestimmen.

4 Quellen

- Literaturmappe
- Musterprotokolle
- Bild: $de.wikipedia.org/wiki/Plancksches_Strahlungsgesetz$