



FAKULTÄT FÜR PHYSIK
PHYSIKALISCHES PRAKTIKUM FÜR FORTGESCHRITTENE
PRAKTIKUM MODERNE PHYSIK

Gruppe Nr. 110

Kurs: **Mo**

WS 2012 / 2013

Versuch: Beta-Spektroskopie

Namen: Fleig, Georg

Krause, Marcel

Assistent: Haag, Marco

durchgeführt am: 21.01.2013

Protokollabgabe am: _____

Note gesamt

+

-

0

Datum: _____

anerkannt: _____

Bemerkung:

Physikalisches Fortgeschrittenenpraktikum

P3

Versuch:

β -Spektroskopie

aus dem Teilgebiet

Atomphysik

Versuchsprotokoll

von

Georg Fleig (georg@leech.it)

Marcel Krause (mrrrc@leech.it)

Gruppe: **110**

Datum der Versuchsdurchführung:

21.01.13

I. Vorbereitung

Theoretische Grundlagen

β -Zerfall

Der β -Zerfall ist ein radioaktiver Zerfall, bei dem die Nukleonenzahl konstant bleibt, wohingegen sich die Kernladungszahl um eine Einheit verringert oder erhöht. Nach dem Zerfall kann sich der Tochterkern in einem angeregten Zustand befinden. Unter Emission eines Photons oder durch innere Konversion fällt dieser in den Grundzustand zurück. Allgemein lässt sich beim β -Zerfall zwischen drei verschiedenen Formen unterscheiden:

- **β^+ -Zerfall**

Der Zerfallsprozess lässt sich folgendermaßen beschreiben:



Anhand dieser Beschreibung lässt sich auch erkennen, dass die Nukleonenzahl konstant bleibt, während die Kernladungszahl um eine Einheit erniedrigt wird, da ein Proton umgewandelt wird.

- **β^- -Zerfall**



Unter Aussendung eines Elektrons und eines Anti-Neutrinos wandelt sich ein Neutron in ein Proton um. Hierbei wird die Kernladungszahl um eine Einheit erhöht.

- **Elektroneneinfang**

Der dritte Prozess beschreibt den Einfang eines Elektrons durch den Kern. Da Hüllenelektronen (vor allem die aus den inneren Schalen) eine endliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Kern besitzen, ist es möglich, dass ein Elektron mit einem Proton aus dem Kern kombiniert:



Ist das Tochteratom leichter als die Summe aus Mutteratom und zwei Elektronenmassen, so treten β^+ -Zerfall und Elektroneneinfang gleichzeitig auf. Ist das Tochteratom schwerer, so kommt es lediglich zum Elektroneneinfang.

Innere Konversion

Die innere Konversion bezeichnet den Prozess, bei dem die Anregungsenergie des Kerns auf ein Elektron in der direkten Umgebung des Kerns übertragen wird. Meistens befinden sich diese Elektronen in der K-Schale, da deren Aufenthaltswahrscheinlichkeit beim Kern am größten ist. Bei diesem Prozess 1. Ordnung nimmt das Elektron die Energie auf und verlässt das Atom mit einer diskreten Energie E_e . Für ein Elektron in der K-Schale gilt beispielsweise

$$E_e = E_\gamma - E_K . \quad (4)$$

Hier bezeichnet E_γ die Anregungsenergie und E_K die Bindungsenergie des Elektrons.

Der Konversionskoeffizient α gibt die Stärke der inneren Konversion an und ist definiert durch

$$\alpha = \frac{N_e}{N_\gamma}, \quad (5)$$

wobei N_e die Anzahl der entstandenen Konversionselektronen ist und N_γ die Anzahl der emittierten Photonen. Bei genügend großer Energieauflösung kann der Konversionskoeffizient in Anteile verschiedener Schalen unterteilt werden. Für die K-Schale gilt dann

$$\alpha_K = \frac{N_{eK}}{N_\gamma}. \quad (6)$$

Zusätzlich kann auch das Konversionsverhältnis als Quotient von Konversionskoeffizienten verschiedener Schalen angegeben werden.

β -Spektrum

Die eben beschriebenen Zerfälle lassen sich durch Betrachten des Energiespektrums der emittierten Elektronen und Positronen nachweisen. Es ist ein kontinuierliches Spektrum zu erwarten, da die freiwerdende Energie sich auf das Positron/Elektron und das Antineutrino/Neutrino beliebig aufteilt. Zusätzlich kommt es noch zu diskreten Linien, welche von der inneren Konversion herrühren.

Unter Vernachlässigung der Rückstoßenergie des Tochterkerns und der Ruhemasse der (Anti)Neutrinos ergibt sich für den kontinuierlichen Anteil des Spektrums

$$N(p)dp = K \cdot p^2 \cdot (E_0 - E)^2 \cdot |H_{fi}|^2 \cdot F(E, Z) \cdot dp. \quad (7)$$

Die vorkommenden Parameter sind folgendermaßen definiert: $N(p) :=$ Zählrate, $K :=$ energieunabhängige Konstante, $p :=$ Elektronenimpuls, $E_0 :=$ beim Zerfall freiwerdende Energie, $H_{fi} :=$ Übergangsmatrixelement und $F(E, Z) :=$ Fermi-Funktion zur Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung der emittierten Leptonen. Grafisch veranschaulicht wurde dieser Verlauf in Abbildung 1, wo die Anzahl der Teilchen über die kinetische Energie, bei der sie nachgewiesen wurden, aufgetragen ist.

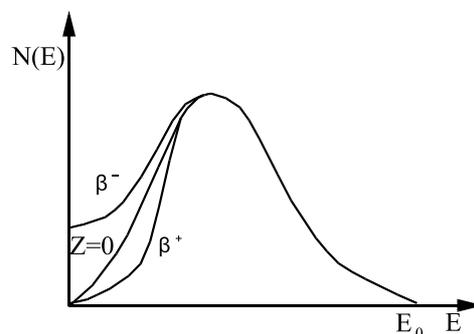


Abbildung 1: β -Spektrum (Quelle: [1]).

Der unterschiedliche Verlauf der β^+ - und β^- -Linien bei kleinen Energien ergibt sich aus der Coulomb-Wechselwirkung zwischen Kern und Positron/Elektron. Da Elektronen nach der Emission abgebremst

werden und daher mit verringerter Energie nachgewiesen werden, müssen sie zuvor eine etwas höhere Energie besessen haben. Diese Anpassung wird durch die Fermi-Funktion berücksichtigt. Deswegen wird bei der Nachweisenergie 0 bereits eine endliche Teilchenzahl angenommen. Entsprechend gegensätzliches gilt für die Positronen. Die Linie $Z=0$ wurde mit einer Fermi-Funktion von konstant 1 gezeichnet, vernachlässigt also die Coulomb-Wechselwirkung.

Kurie-Plot

Umstellen von Gleichung (7) liefert eine Beziehung für den sogenannten Kurie-Plot. Mit ihm können das Matrixelement H_{fi} und die Übergangsenergie E_0 bestimmt werden. Die neue Form der Gleichung ist

$$\sqrt{\frac{N(p)}{p^2 \cdot F(E, Z)}} = C \cdot (E_0 - E) \cdot |H_{fi}| . \quad (8)$$

Das sich dadurch ergebende Schaubild ist in Abbildung 2 dargestellt. Hier wurde die linke Seite der Gleichung über der Energie des Elektrons aufgetragen, wobei von energieunabhängigen Matrixelementen ausgegangen wurde. Bei verbotenen Übergängen ist das Matrixelement jedoch nicht energieunabhängig und es ergibt sich bei höheren Energien eine leichte Abrundung des Verlaufs. Extrapolation des geraden Bereichs liefert über den Schnittpunkt mit der x-Achse die Übergangsenergie E_0 .

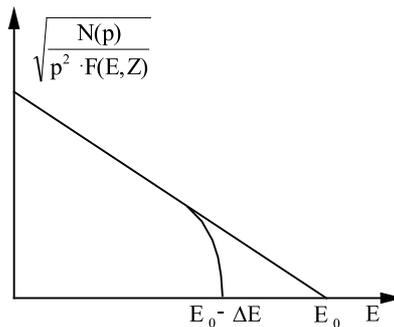


Abbildung 2: Kurie-Plot (Quelle: [1]).

Durch Einführen des reduzierten Impulses η und der reduzierten Energie ϵ

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{p}{m_0 c} \\ \epsilon &= \frac{E + m_0 c^2}{m_0 c^2} = \sqrt{\eta^2 + 1} = \sqrt{\left(\frac{p \cdot c}{m_0 c^2}\right)^2 + 1} \\ \epsilon_0 &= \frac{E_0 + m_0 c^2}{m_0 c^2} \end{aligned} \quad (9)$$

und der reduzierten Fermi-Funktion

$$G(\eta, Z) = \frac{\eta}{\epsilon} \cdot F(E, Z) \quad (10)$$

ergibt sich Gleichung (8) zu

$$\sqrt{\frac{N(\eta)}{\eta \cdot \epsilon \cdot G(\eta, Z)}} = C' \cdot (\epsilon_0 - \epsilon) . \quad (11)$$

So lässt sich die Übergangsenergie in Einheiten der Ruhemasse des Elektrons bestimmen.

¹³⁷Cs als β^- -Quelle

Im Experiment werden wir ¹³⁷Cs als Quelle für β^- -Strahlung verwenden und untersuchen. Beim Zerfall von ¹³⁷Cs in ¹³⁷Ba handelt es sich um einen β^- -Zerfall. Nach dem Zerfall sollte sich in etwa 93,5% aller Fälle das Barium in einem angeregten Zustand befinden und sich durch innere Konversion oder Aussendung eines Photons abregen.

Magnetisches Spektrometer

Zur Aufnahme des Spektrums werden wir ein magnetisches Spektrometer mit einem inhomogenen Magnetfeld verwenden. Die durch den radioaktiven Zerfall entstandenen Elektronen werden nach Eintritt in das Magnetfeld durch die Lorentzkraft auf eine Kreisbahn gelenkt. Aus dem Gleichgewicht von Lorentzkraft und Zentrifugalkraft ergibt sich bei konstantem Magnetfeld B der Impuls p zu

$$p = m \cdot v = e \cdot B \cdot r . \quad (12)$$

Bei einem festen Radius kann so durch Variieren des Magnetfeldes über den Strom I der Impulskanal bzw. Energiekanal der eintreffenden Elektronen ausgewählt werden. Um auch die Elektronen zu fokussieren, die nicht direkt auf der vorgesehenen Kreisbahn verlaufen, verwenden wir im Versuch ein $\pi\sqrt{2}$ -Spektrometer mit inhomogenen Magnetfeld. Die Apparatur ist bereits so weit aufgebaut, dass direkt die Anzahl an Ereignissen pro Energiekanal ausgegeben wird.

Aufgabe 1: Messung des β^- -Spektrums von ¹³⁷Cs

Es soll ein Spektrum der β^- -Quelle aufgenommen werden. Dazu wird der Spulenstrom I in 0,2 A-Schritten auf etwa 10 A erhöht, wobei die Konversionslinien bei etwa 8 A zu erwarten sind und hier mit einer zehnmal kleineren Schrittgröße gemessen werden muss. Bei jedem Messpunkt beträgt die Messzeit 60 s. Bei Strömen unter 1,5 A ist kein Signal zu erwarten, da hier die Teilchen nicht das Zählrohr erreichen können. Vom aufgenommenen Spektrum muss eventuell noch ein zuvor gemessener Untergrund abgezogen werden. Des Weiteren ist es nötig, etwa 3,2 % des Spektrums abzuziehen, da vereinzelt Übergänge direkt in den Grundzustand möglich sind.

Für die spätere Auswertung ist es nötig, eine Impulskalibrierung durchzuführen, da bisher die Zählrate in Abhängigkeit des Spulenstroms gegeben ist. Dazu wird mittels Gauß-Fit der Strom des K-Peaks bestimmt und über die relativistische Energie-Impuls-Beziehung

$$\begin{aligned} p^2 c^2 &= E_{\text{ges}}^2 - E_0^2 \\ \Rightarrow p &= \frac{\sqrt{E_{\text{kin}}^2 + 2 \cdot E_{\text{kin}} \cdot m_0 c^2}}{c} \end{aligned} \quad (13)$$

und dem bekannten Energiewert der K-Linie mit dem Impuls der K-Linie verglichen. Als zweiter Referenzpunkt dient der Nullpunkt ($I = 0 \Rightarrow p = 0$). Anhand dieser beiden Punkte lässt sich die benötigte Kalibrierung aufstellen.

Aufgabe 2: Bestimmung der Übergangsenergie

Mittels der zuvor durchgeführten Impulskalibrierung soll nun ein Kurie-Plot, wie in Gleichung (11) beschrieben, erstellt werden. Dabei wird die Zählrate durch den reduzierten Impuls dividiert und gegen die reduzierte Energie aufgetragen.

Aufgabe 3: Bestimmen der Konversionskoeffizienten

Zunächst muss das β -Spektrum für Ströme unter 1,5 A mit der Beziehung für $N(\eta)$ aus Aufgabe 2 extrapoliert werden. Dann kann durch Bestimmung des Flächeninhalts A unter der Kurve, sowie unter den Peaks der charakteristischen Linien, jeweils der Konversionskoeffizient bestimmt werden. Dazu wird die Formel aus [1] verwendet:

$$\alpha_{K,L} = \frac{A_{K,L}}{A_{\beta} - A_K - A_L} . \quad (14)$$

Schließlich soll noch das Konversionsverhältnis bestimmt werden und die Multipolordnung mit Hilfe der Tabelle in [1] bestimmt werden.

II. Auswertung

Aufgabe 1: Messung des β -Spektrums von ^{137}Cs

Die ^{137}Cs -Probe wurde zunächst durch unseren Betreuer in das Magnetspektrometer eingebracht und die Blende in ihrer Halterung fixiert. Anschließend wurde die Apparatur bis auf einen Druck von etwa $p = 0.16$ mbar evakuiert und in Betrieb genommen. Da neben der Probe auch weitere Strahlungsquellen wie die natürliche Strahlung des Eisenmantels sowie eventuelle Rückstrahlung durch die Quelle einen geringfügig fluktuierenden Untergrund liefern, sollte dieser zunächst bestimmt werden.

Wir haben in fünf Messungen die Anzahl registrierter Elektronen (im Folgenden Ereignisse) über einer Messzeit $\Delta t = 60$ s bestimmt, ohne dass die Spule im Spektrometer in Betrieb war. Die Messwerte sind zusammen mit dem arithmetischen Mittel der Messungen in Tabelle 1 abgedruckt.

Messung	1	2	3	4	5	Mittelwert
Ereignisse	146	155	157	171	144	155

Tabelle 1: Messung des Untergrunds

Anschließend sollte das tatsächliche β -Spektrum von ^{137}Cs aufgenommen werden. Dazu erhöhten wir den Spulenstrom I , wodurch gemäß den Überlegungen in der Vorbereitungen ein bestimmter Impulskanal ausgewählt werden konnte. Die eigentliche Einstellung erfolgte über ein Voltmeter und über einen Vorwiderstand, an dem bei einer Stromstärke von $I_0 = 15$ A eine Spannung von $U_0 = 150$ mV abfiel, was einem Widerstand von $R = 10$ m Ω entspricht. Auf diese Weise konnten wir stets die eingestellte Spannung in eine Stromstärke umrechnen.

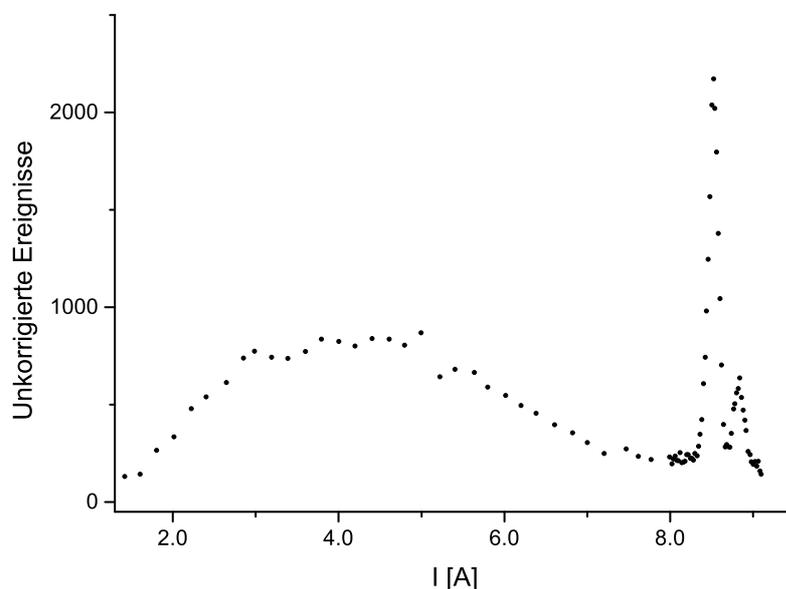


Abbildung 3: Graphische Darstellung der Messwerte

Es wurde von uns nun beginnend bei $I = 1,4$ A die Stromstärke in Schritten von $\Delta I = 0,2$ A erhöht und dabei jeweils wieder in einer Messzeit von $\Delta t = 60$ s die Anzahl der Ereignisse bestimmt. Ab einer

Stromstärke von $I = 8,0 \text{ A}$ waren die Peaks der inneren Konversion zu erwarten, daher haben wir dort die Schrittweite auf $\Delta I = 0,02 \text{ A}$ verfeinert. Die von uns aufgenommenen Messwerte finden sich in Tabelle 4 im Anhang wieder. In Abbildung 3 haben wir die Anzahl der Ereignisse über der Stromstärke aufgetragen.

In der Tabelle sind ebenfalls die von uns angebrachten Korrekturen notiert. Zunächst wurde der in Tabelle 1 bestimmte Untergrund von allen Messwerten abgezogen. In der Tabelle ist dies mit dem Index „o.U.“ gekennzeichnet. Da ^{137}Cs ohne Bildung eines angeregten Zwischenzustands direkt in ^{137}Ba zerfallen kann, finden wir in unseren Messwerten außerdem eine Überlagerung dieser Ereignisse mit denen, die uns eigentlich interessieren. Daher werden 3,2% jeder Messung als Korrektur abgezogen. Die resultierenden Messwerte wurden außerdem durch die jeweilige Strömstärke I geteilt, da die Fokussierung im Magnetspektrometer mit zunehmender Stromstärke schlechter wird. Das Ergebnis aller Korrekturen ist mit dem Index „-3,2%/I“ gekennzeichnet.

Für die spätere Auswertung ist es wichtig, eine geeignete Kalibrierung durchzuführen. Dazu betrachten wir die beiden dominanten Peaks in Abbildung 3, welche sich ab einer Stromstärke von $I = 8,0 \text{ A}$ ergeben. Diese sind, wie bereits erwähnt, zur inneren Konversion der K- und L-Schale zugehörig. Wir betrachten diesen Bereich des Plots daher separat und führen eine Regression mittels einer Gauß-Funktion

$$y = y_0 + \frac{A}{w\sqrt{\frac{\pi}{2}}} \exp\left(-2\left(\frac{x - x_c}{w}\right)^2\right) \quad (15)$$

durch den markanteren Peak der K-Schale durch. So erhalten wir den Parameter x_c , welcher die Position des idealisiert deltaförmigen Peaks der K-Schale in Einheiten der Stromstärke angibt. Abbildung 4 zeigt die beiden Peaks der K- und L-Schale sowie die entsprechende Regression mit den Parametern.

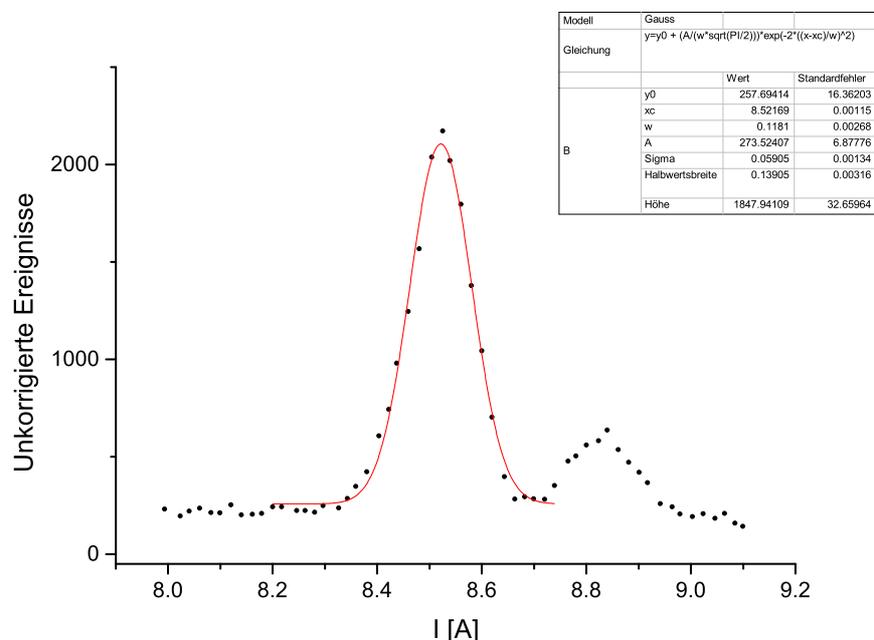


Abbildung 4: Graphische Darstellung der Messwerte

Als Maximum $I_{\max} := x_c$ erhalten wir also:

$$I_{\max} = (8,5217 \pm 0,0012) \text{ A} \quad (16)$$

Nun wollen wir die zugehörige Energie betrachten. Nach [1] gilt für die Bindungsenergie E_{Bind} eines Elektrons in der K-Schale $E_{\text{Bind}} \approx 37,44 \text{ keV}$. Bei dem Konversionsprozess vom angeregten Zustand in ^{137}Ba wird eine Energie $E \approx 662 \text{ keV}$ frei, daher beträgt die kinetische Energie T des Elektrons:

$$T = E - E_{\text{Bind}} = 624,56 \text{ keV} \quad (17)$$

Wir nutzen nun Gleichung (13) zur Bestimmung des Elektronenimpulses, wobei die Ruhemasse des Elektrons zu $m_0 = 510,999 \text{ keV}^1$ gegeben ist, und erhalten:

$$p_K \approx 1014,088 \frac{\text{keV}}{c} \quad (18)$$

Nach Gleichung (9) lässt sich dieser Impuls nun leicht in die reduzierte Energie

$$\epsilon_K \approx 2,222 \quad (19)$$

umrechnen. Als zweiter Fixpunkt unserer Kalibrierung dient uns $I = 0$, was schon per Definition $p = 0$ und damit $\epsilon(0) = 1$ impliziert. Die Kalibrierung des Magnetspektrometers folgt also einer Vorschrift der Form:

$$\epsilon(I) = m \cdot I + y_0 = \frac{\epsilon_K - \epsilon(0)}{I_{\max}} \cdot I + \epsilon(0) \approx 0,1434 \frac{I}{\text{A}} + 1,0000. \quad (20)$$

Der Fehler wurde mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung zu

$$\sigma_m = \left| \frac{\partial m}{\partial I_{\max}} \sigma_{I_{\max}} \right| = \left| \frac{\sigma_{I_{\max}}}{I} m \right| = 2,019 \cdot 10^{-5} \text{ A}^{-1} \quad (21)$$

bestimmt, wobei die Standardabweichung auf die Stromstärke aus Gleichung (16) entnommen wurde. Da der Fehler gegenüber der Steigung verschwindend gering ist, wurde er in obigem Ergebnis auch nicht berücksichtigt. Mit Hilfe der Skalierung in Gleichung (20) haben wir nun die korrigierten Ereignisse über der reduzierten Energie aufgetragen, wie es in Abbildung 5 zu sehen ist.

Die Umskalierung bringt qualitativ keine Unterschiede im Vergleich zu Abbildung 3, die Korrekturen hingegen schon. Es wird deutlich, dass die Zählrate ohne Stromstärkenkorrektur stark überschätzt worden wäre. Deutlich wird dies vor allem im Bereich der K- und L-Peaks. Da es sich bei dem β -Zerfall um einen stochastischen Prozess handelt, ergibt sich ein leicht gewellter Verlauf vor allem im Bereich der reduzierten Energien unter $\epsilon = 1,8$. Diesen Fluktuationen könnte man mit einer höheren Anzahl aufgenommener Messwerte zu denselben Stromstärken entgegenen.

¹<http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?mec2mev>

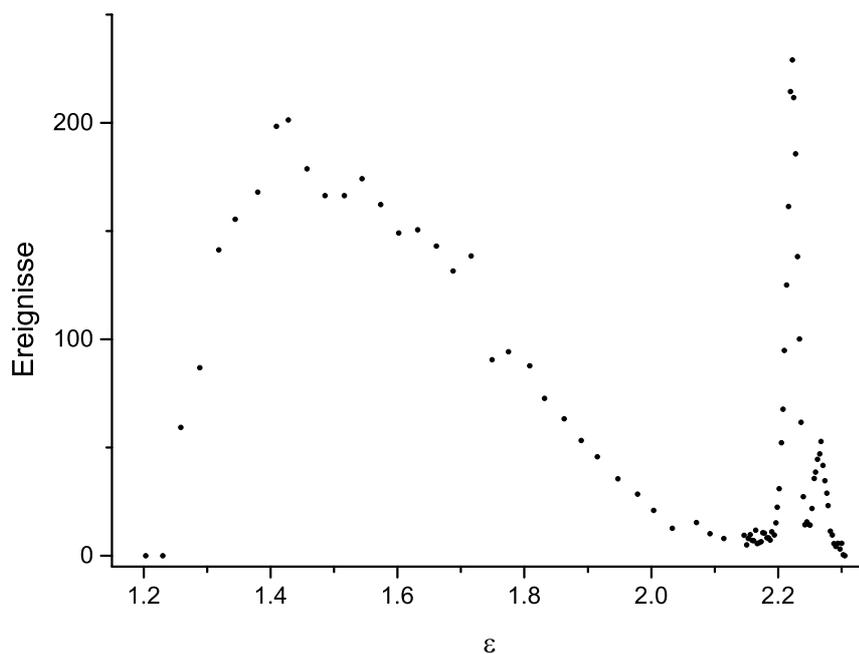


Abbildung 5: Korrigierte und skalierte Messergebnisse

Aufgabe 2: Bestimmung der Übergangsenergie

Zur Erstellung des Kurie-Plots haben wir nach Gleichung (11) verwendet. Die linke Seite wurde zu λ zusammengefasst und gegen die reduzierte Energie ϵ aufgetragen. Für die Ereignisrate $N(\eta)$ wurde die effektive Ereignisrate verwendet, welche die zuvor beschriebene Division durch die Stromstärke beinhaltet. Des Weiteren wurde für die reduzierte Fermi-Funktion $G(\eta, Z)$ die Tabelle im Anhang aus [1] mit $Z = 56$ verwendet. Da unsere Werte von η/Z alle im Intervall $[0,0; 0,1]$ lagen, wurden die Daten zwischen diesen beiden Punkten als linear angenommen und entsprechend interpoliert. Alle benötigten Werte sind im Messprotokoll in Tabelle 5 aufgelistet, die Auftragung ist in Abbildung 6 zu sehen.

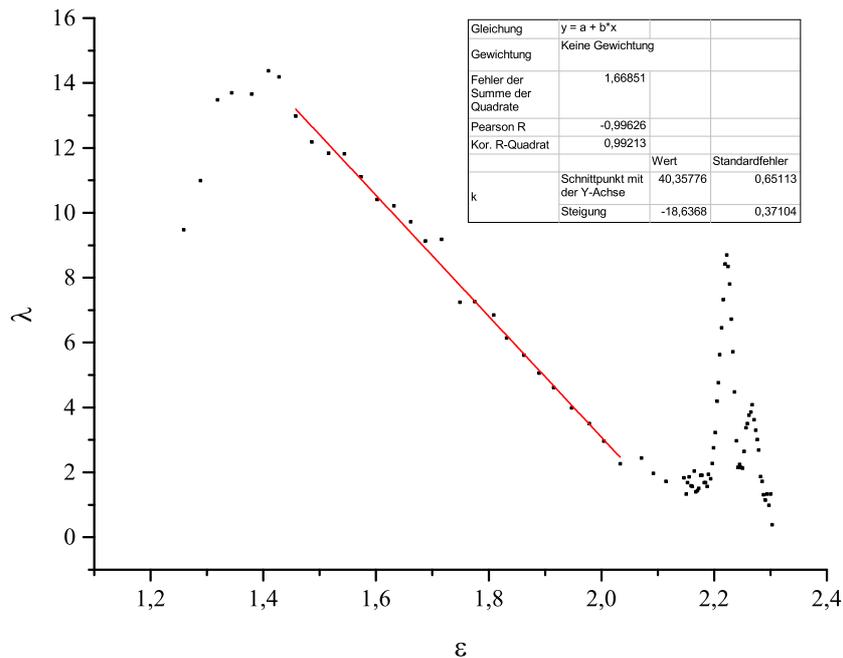


Abbildung 6: Kurie-Plot

Für die lineare Regression haben wir uns auf den linearen Teil des Plots beschränkt, da im vorderen Bereich eine Fluktuation mit positiver Steigung auftrat und im hinteren Bereich die Konversionslinien überwiegen. Als Geradengleichung erhalten wir

$$\lambda = m \cdot \epsilon + b = (-18,64 \pm 0,37) \cdot \epsilon + (40,36 \pm 0,65) . \quad (22)$$

Aus dem Schnittpunkt mit der x-Achse kann die Übergangsenergie E_0 schließlich bestimmt werden:

$$E_0 = \left(\frac{b}{(-m)} - 1 \right) \cdot m_0 c^2 = (595,4 \pm 28,3) \text{ keV} \quad (23)$$

Der Fehler wurde mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$\begin{aligned} \sigma_{E_0} &= \sqrt{\left(\frac{\partial E_0}{\partial b} \cdot \sigma_b \right)^2 + \left(\frac{\partial E_0}{\partial m} \cdot \sigma_m \right)^2} \\ &= \frac{b}{m} \cdot m_0 c^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{b} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{m} \right)^2} \\ &= 28,3 \text{ keV} \end{aligned} \quad (24)$$

Der Literaturwert liegt mit $E_{0,\text{lit}} = 514 \text{ keV}$ relativ weit entfernt von unserem Ergebnis und befindet sich auch außerhalb des Bereiches unserer Messunsicherheit. Die relative Abweichung unseres Wertes beträgt 16,5%. Möglicherweise hätte sich unsere Messunsicherheit genügend vergrößert, wenn wir für die Anzahl der Ereignisse ebenfalls einen Fehler der Form \sqrt{N} angenommen hätten. Der dennoch ungenaue Wert kann von der schwierigen Einstellung des Spulenstroms und einer nicht-Linearität des Magnetfeldes herrühren. Des Weiteren ist es möglich, dass Streueffekte in der Apparatur und geringe Druckänderungen die Messung verfälscht haben.

Aufgabe 3: Bestimmen der Konversionskoeffizienten

Die Bestimmung der Konversionskoeffizienten erfolgt durch Vergleich der Flächeninhalte unter den Kurvenabschnitten. Dazu muss zunächst mit der aus Aufgabe 2 gewonnenen Beziehung für $N(\eta)$ der nicht messbare Bereich von Strömen unterhalb von 1,5 A und der nichtlineare Bereich, der im Kurie-Plot vernachlässigt wurde, extrapoliert werden. Gleichung (11) wird dazu umgeschrieben mit Gleichung (9) in

$$N(\eta) = m^2 \cdot (\epsilon_0 - \epsilon)^2 \cdot \epsilon \cdot \sqrt{\epsilon^2 - 1} \cdot G(\eta, Z) . \quad (25)$$

Die extrapolierten Werte sind in Tabelle 6 in Messprotokoll zu finden. Zusammen mit den gemessenen Werten sind sie in Schaubild 7 dargestellt.

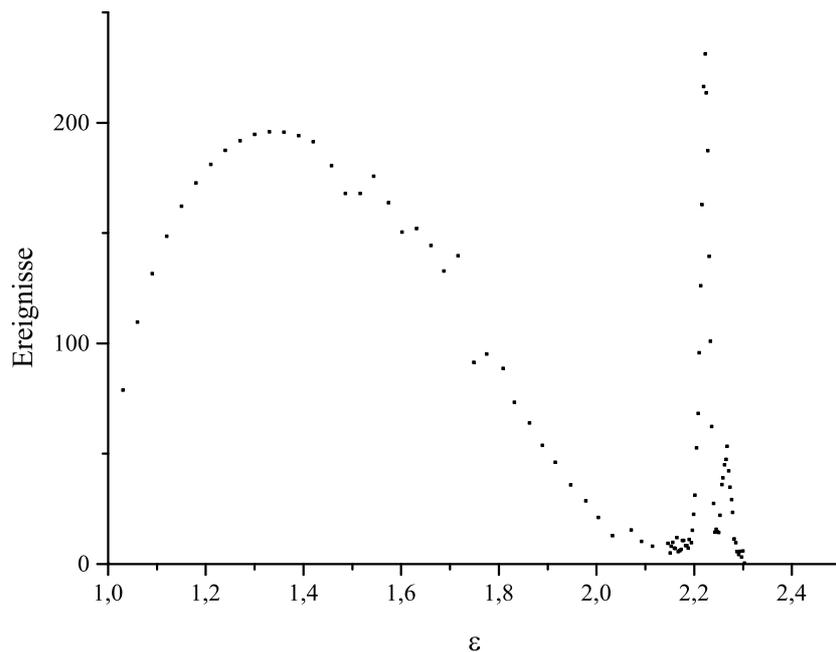


Abbildung 7: Extrapoliertes β -Spektrum

Mit der Integrierenfunktion von Origin wurden die Flächeninhalte von den Konversationspeaks und dem eigentlichen β -Spektrum bestimmt:

$$\begin{aligned} A_\beta &= 135,824 \\ A_K &= 5,323 \\ A_L &= 1,341 . \end{aligned} \quad (26)$$

Nach Gleichung (14) ergeben sich damit die Konversionskoeffizienten zu

$$\begin{aligned} \alpha_K &= 0,041 \\ \alpha_L &= 0,010 . \end{aligned} \quad (27)$$

Wie zu erwarten war, ist das Konversionsverhältnis der K-Elektronen größer als das der L-Elektronen, da erstere aufgrund ihrer Kernnähe eine größere Wahrscheinlichkeit besitzen, über innere Konversi-

on die Energie des angeregten Kerns aufzunehmen. Schließlich soll noch das Konversationsverhältnis gebildet werden, welches sich zu

$$\frac{\alpha_K}{\alpha_L} = 4,1 \quad (28)$$

ergibt.

Mit Hilfe der passenden Tabellen aus [1] kann nun noch den Konversationskoeffizienten ein Multipolmoment zugeordnet werden. Da in den Tabellen nicht die benötigten Energien aufgeführt sind, wurde zwischen den beiden nächstliegenden Werten eine lineare Regression durchgeführt, welche in Betracht der kleinen Bereiche nicht zu größeren Fehlern führen sollte. In Tabelle 2 und 3 sind die Werte aus [1] und die interpolierten Werte für die passenden Energien angegeben.

Energie	540keV	770keV	624,56keV
E1	2,36E-03	1,10E-03	1,90E-03
E2	6,75E-03	2,79E-03	5,29E-03
E3	1,74E-02	6,31E-03	1,33E-02
E4	4,35E-02	1,37E-02	3,25E-02
M1	9,47E-03	4,02E-03	7,47E-03
M2	2,53E-02	1,07E-02	1,99E-02
M3	7,78E-02	2,43E-02	5,81E-02
M4	2,02E-01	5,31E-02	1,47E-01

Tabelle 2: Multipolmomente der K-Schale

Energie	510keV	740keV	656,38keV
E1	3,36E-04	1,47E-04	2,16E-04
E2	1,18E-03	4,21E-04	6,97E-04
E3	4,29E-03	1,16E-03	2,30E-03
E4	1,61E-02	3,24E-03	7,92E-03
M1	1,40E-03	5,60E-04	8,65E-04
M2	4,95E-03	1,64E-03	2,84E-03
M3	1,59E-02	4,18E-03	8,44E-03
M4	5,14E-02	1,06E-02	2,54E-02

Tabelle 3: Multipolmomente der L-Schale

Für die K-Schale lässt sich unserem Konversionskoeffizient entweder ein magnetischer Multipol 3. Ordnung oder ein elektrischer Multipol 4. Ordnung zuordnen. α_L kann bestenfalls noch mit einem magnetischen Multipol 4. Ordnung verglichen werden. Auch hier vermuten wir die bereits in Aufgabe 2 diskutierten Fehlerquellen.

Literatur

[1] Blaues Buch zur Kernphysik

III. Messprotokoll

U in mV	I in A	Ereignisse	Ereignisse _{0,U}	Ereignisse _{3,2%/I}
14,19	1,42	132	-22,5	-15,35
16,04	1,60	143	-11,5	-6,94
18,03	1,80	265	110,5	59,33
20,12	2,01	335	180,5	86,84
22,22	2,22	479	324,5	141,37
24,00	2,40	540	385,5	155,49
26,47	2,65	614	459,5	168,04
28,52	2,85	739	584,5	198,39
29,84	2,98	775	620,5	201,29
31,91	3,19	744	589,5	178,83
33,88	3,39	737	582,5	166,43
35,99	3,60	773	618,5	166,35
37,93	3,79	837	682,5	174,18
40,01	4,00	825	670,5	162,22
41,97	4,20	801	646,5	149,11
44,05	4,41	840	685,5	150,64
46,11	4,61	836	681,5	143,07
47,95	4,80	806	651,5	131,52
49,95	5,00	869	714,5	138,47
52,23	5,22	643	488,5	90,54
54,05	5,41	681	526,5	94,29
56,39	5,64	666	511,5	87,80
57,99	5,80	590	435,5	72,70
60,16	6,02	548	393,5	63,32
62,02	6,20	496	341,5	53,30
63,82	6,38	456	301,5	45,73
66,06	6,61	397	242,5	35,53
68,22	6,82	355	200,5	28,45
70,01	7,00	306	151,5	20,95
72,04	7,20	249	94,5	12,70
74,69	7,47	273	118,5	15,36
76,17	7,62	235	80,5	10,23
77,70	7,77	219	64,5	8,04
79,93	7,99	232	77,5	9,39
80,23	8,02	196	41,5	5,01
80,40	8,04	221	66,5	8,01
80,60	8,06	236	81,5	9,79
80,82	8,08	214	59,5	7,13
80,99	8,10	213	58,5	6,99
81,20	8,12	254	99,5	11,86
81,40	8,14	202	47,5	5,65
81,61	8,16	205	50,5	5,99
81,79	8,18	210	55,5	6,57
82,00	8,20	244	89,5	10,57
82,17	8,22	244	89,5	10,54
82,46	8,25	225	70,5	8,28
82,62	8,26	225	70,5	8,26
82,80	8,28	216	61,5	7,19
82,96	8,30	249	94,5	11,03
83,26	8,33	237	82,5	9,59
83,43	8,34	286	131,5	15,26
83,59	8,36	348	193,5	22,41
83,80	8,38	423	268,5	31,02
84,03	8,40	608	453,5	52,24
84,22	8,42	743	588,5	67,64
84,37	8,44	981	826,5	94,83
84,59	8,46	1247	1092,5	125,02
84,80	8,48	1568	1413,5	161,35
85,04	8,50	2038	1883,5	214,40
85,25	8,53	2172	2017,5	229,08
85,39	8,54	2021	1866,5	211,59
85,60	8,56	1796	1641,5	185,63
85,80	8,58	1379	1224,5	138,15
86,00	8,60	1044	889,5	100,12
86,19	8,62	704	549,5	61,71
86,43	8,64	398	243,5	27,27
86,63	8,66	283	128,5	14,36
86,82	8,68	295	140,5	15,67
86,99	8,70	285	130,5	14,52
87,20	8,72	282	127,5	14,15
87,39	8,74	352	197,5	21,88
87,65	8,77	478	323,5	35,73
87,80	8,78	505	350,5	38,64
88,00	8,80	560	405,5	44,61
88,23	8,82	583	428,5	47,01
88,40	8,84	637	482,5	52,83
88,61	8,86	537	382,5	41,79
88,81	8,88	472	317,5	34,61
89,01	8,90	421	266,5	28,98
89,17	8,92	368	213,5	23,18
89,41	8,94	259	104,5	11,31
89,64	8,96	243	88,5	9,56
89,79	8,98	206	51,5	5,55
90,03	9,00	194	39,5	4,25
90,23	9,02	208	53,5	5,74
90,46	9,05	184	29,5	3,16
90,64	9,06	209	54,5	5,82
90,84	9,08	159	4,5	0,48
90,99	9,10	143	-11,5	-1,22

Tabelle 4: Spektrum von ^{137}Cs

Ereignisse _{-3,2%/1}	€	η/z	$G(\eta, Z)$	λ
-15,49	1,20	0,0120	0,6932	-
-7,00	1,23	0,0128	0,6932	-
59,88	1,26	0,0136	0,6931	9,48
87,65	1,29	0,0145	0,6931	10,99
142,68	1,32	0,0153	0,6931	13,48
156,93	1,34	0,0160	0,6931	13,69
169,60	1,38	0,0170	0,6931	13,66
200,23	1,41	0,0177	0,6931	14,37
203,16	1,43	0,0182	0,6931	14,19
180,49	1,46	0,0189	0,6931	12,98
167,98	1,49	0,0196	0,6931	12,18
167,90	1,52	0,0203	0,6931	11,84
175,80	1,54	0,0210	0,6931	11,82
163,73	1,57	0,0217	0,6931	11,11
150,50	1,60	0,0223	0,6931	10,41
152,04	1,63	0,0230	0,6930	10,21
144,40	1,66	0,0237	0,6930	9,72
132,75	1,69	0,0243	0,6930	9,14
139,75	1,72	0,0249	0,6930	9,18
91,38	1,75	0,0256	0,6930	7,25
95,17	1,78	0,0262	0,6930	7,26
88,62	1,81	0,0269	0,6930	6,85
73,37	1,83	0,0274	0,6930	6,14
63,90	1,86	0,0281	0,6930	5,61
53,80	1,89	0,0286	0,6930	5,06
46,16	1,92	0,0292	0,6930	4,61
35,86	1,95	0,0298	0,6930	3,99
28,71	1,98	0,0305	0,6930	3,50
21,14	2,00	0,0310	0,6930	2,96
12,82	2,03	0,0316	0,6930	2,27
15,50	2,07	0,0324	0,6929	2,44
10,33	2,09	0,0328	0,6929	1,97
8,11	2,11	0,0333	0,6929	1,72
9,47	2,15	0,0339	0,6929	1,83
5,05	2,15	0,0340	0,6929	1,33
8,08	2,15	0,0340	0,6929	1,69
9,88	2,16	0,0341	0,6929	1,86
7,19	2,16	0,0342	0,6929	1,59
7,06	2,16	0,0342	0,6929	1,57
11,97	2,16	0,0343	0,6929	2,04
5,70	2,17	0,0343	0,6929	1,41
6,05	2,17	0,0344	0,6929	1,44
6,63	2,17	0,0344	0,6929	1,51
10,66	2,18	0,0345	0,6929	1,91
10,64	2,18	0,0346	0,6929	1,91
8,35	2,18	0,0346	0,6929	1,69
8,34	2,18	0,0347	0,6929	1,68
7,26	2,19	0,0347	0,6929	1,57
11,13	2,19	0,0348	0,6929	1,94
9,68	2,19	0,0349	0,6929	1,81
15,40	2,20	0,0349	0,6929	2,27
22,62	2,20	0,0350	0,6929	2,75
31,30	2,20	0,0350	0,6929	3,23
52,73	2,20	0,0351	0,6929	4,19
68,27	2,21	0,0351	0,6929	4,76
95,71	2,21	0,0352	0,6929	5,63
126,18	2,21	0,0353	0,6929	6,46
162,85	2,22	0,0353	0,6929	7,32
216,39	2,22	0,0354	0,6929	8,43
231,21	2,22	0,0354	0,6929	8,70
213,56	2,22	0,0355	0,6929	8,35
187,35	2,23	0,0355	0,6929	7,81
139,43	2,23	0,0356	0,6929	6,73
101,05	2,23	0,0357	0,6929	5,72
62,29	2,24	0,0357	0,6929	4,48
27,53	2,24	0,0358	0,6929	2,98
14,49	2,24	0,0358	0,6929	2,16
15,81	2,24	0,0359	0,6929	2,25
14,66	2,25	0,0359	0,6929	2,16
14,29	2,25	0,0360	0,6929	2,13
22,08	2,25	0,0361	0,6929	2,65
36,06	2,26	0,0361	0,6929	3,38
39,00	2,26	0,0362	0,6929	3,51
45,02	2,26	0,0362	0,6929	3,76
47,45	2,27	0,0363	0,6929	3,86
53,33	2,27	0,0363	0,6929	4,08
42,17	2,27	0,0364	0,6929	3,63
34,93	2,27	0,0365	0,6929	3,30
29,25	2,28	0,0365	0,6929	3,01
23,39	2,28	0,0366	0,6929	2,69
11,42	2,28	0,0366	0,6929	1,88
9,65	2,29	0,0367	0,6929	1,72
5,60	2,29	0,0367	0,6929	1,31
4,29	2,29	0,0368	0,6929	1,14
5,79	2,29	0,0369	0,6929	1,33
3,19	2,30	0,0369	0,6929	0,98
5,87	2,30	0,0370	0,6929	1,33
0,48	2,30	0,0370	0,6929	0,38
-1,23	2,30	0,0371	0,6929	-

Tabelle 5: Daten für Kurie-Plot

ϵ	Ereignisse- $_{-3,2\%/1}$	η/z	$G(\eta, Z)$
1,00	0	0,0000	0,6933
1,03	78,9043361	0,0044	0,6933
1,06	109,646542	0,0063	0,6932
1,09	131,640092	0,0077	0,6932
1,12	148,647047	0,0090	0,6932
1,15	162,121232	0,0101	0,6932
1,18	172,807675	0,0112	0,6932
1,21	181,151422	0,0122	0,6932
1,24	187,447303	0,0131	0,6932
1,27	191,906786	0,0140	0,6931
1,30	194,69191	0,0148	0,6931
1,33	195,934152	0,0157	0,6931
1,36	195,745671	0,0165	0,6931
1,39	194,226364	0,0172	0,6931
1,42	191,468499	0,0180	0,6931

Tabelle 6: Extrapolierte Werte für β -Spektrum.