Karlsruhe Institute of Technology

Einstein-de-Haas-Versuch

Versuch Nr. 5

Ausarbeitung - 7. Januar 2013

Ausgearbeitet von Martin Günther und Nils Braun
martin@gimm-guenther.de und nilslennartbraun@aol.com

Durchführung und allgemeine Bemerkungen

Die einzelnen Messreihen wurden durchgeführt wie in der Vorbereitung beschrieben. Große Schwierigkeiten hatten wir aufgrund der mechanischen Empfindlichkeit des Aufbaus, die es immer wieder erforderte Messungen zu wiederholen (da zum Beispiel die vertikale Schwingung zu groß wurde). Die einzelnen Messergebnisse zu den Teilen sind im Anhang im Messprotokoll nachzulesen. Sollte es nicht anders vermerkt sein, so wurde immer bei Resonanzfrequenz (Zahlenwert siehe unten) und bei den effektiven Stromstärken 300 mA, 350 mA und 400 mA gemessen. Falls nicht anders genannt, sind die Messwerte mit Fehler immer in der Form

$$X = \text{Messwert } \pm \text{ sys. Fehler } \pm \text{ stat. Fehler}$$

aufgeführt. Zur Berechnung der Fehler und der Fits wurde *Mathematica*[i] verwendet. Dadurch konnten die systematischen Fehler der Messwerte schon im Fit berücksichtigt werden (durch Gewichtung der einzelnen Messwerte) und wir erhielten nicht nur den statistischen sondern auch den systematischen Fehler der einzelnen Fitparameter direkt aus *Mathematica*.

1 Mechanische Eigenschaften

Zuerst bestimmten wir die mechanischen Eigenschaften der Torsionsschwingung. Um die Resonanzfrequenz zu bestimmen, erregten wir mit verschiedenen Frequenzen bei einem Strom von 500 mA eine Schwingung im Stab. Dann maßen wir die Amplitude der Schwingung, indem wir das Lichtband auf dem Schirm betrachten. Da es hier nur um das Peak-Maximum geht, ist es nicht nötig die Auslenkungen in Winkel umzurechnen. Die Ergebnisse sind graphisch in Abb. 1 zu sehen. In der Vorbereitung wurde gezeigt, dass die Amplituden eine Abhängigkeit der Form

$$\alpha_0 \propto \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{\text{err}}^2)^2 + 4\beta^2\omega_{\text{err}}^2}}$$

von der Erregerfrequenz ω_{err} zeigen. Durch einen Fit konnten also die beiden Parameter β und ω_0 bestimmt werden. Da wir die Frequenzen (oder besser gesagt die Periodendauern) der Erregung direkt wählten und auch keine Möglichkeit hatten, die von uns gewählten Frequenzen des Funktionsgenerators noch einmal zu überprüfen, müssen wir diese als fehlerlos annehmen. Die einzige fehlerbehaftete Größe in dieser Messung ist damit noch die abgelesene Auslenkung. Wir setzen für sie einen systematischen Fehler von $\Delta a_0 = \pm 0.5$ mm an. Sowohl die Werte also auch die beiden Fehler kommen direkt aus dem Fit:

$$\omega_0 = (96.34 \pm 0.001 \pm 0.001)\ \text{Hz}$$

$$\beta = (0.0494 \pm 0.001 \pm 0.002)\ 1/\text{s}$$

Der Fehler für ω_0 ist dabei sehr klein - was natürlich auch an den als fehlerlos angenommenen Messwerten für die Frequenz liegt. Trotzdem können wir dem Ergebnis für die Resonanzfrequenz gut vertrauen, da sich um die Frequenz herum ein starker Abfall der Amplitude gezeigt hat. Wir können es jedoch leider nicht mit einem Literaturwert oder einem aus einer anderen

[i] http://www.wolfram.com/mathematica/

Messung gewonnenen Ergebnis vergleichen. Während der Messung - und auch während vieler der folgenden - mussten wir feststellen, dass das System schon auf sehr kleine Störungen mit einer großen Abweichung reagierte. Dies machte manche Messungen sehr schwer und veränderte das Ergebnis zwischen mehrerer Messungen manchmal drastisch.

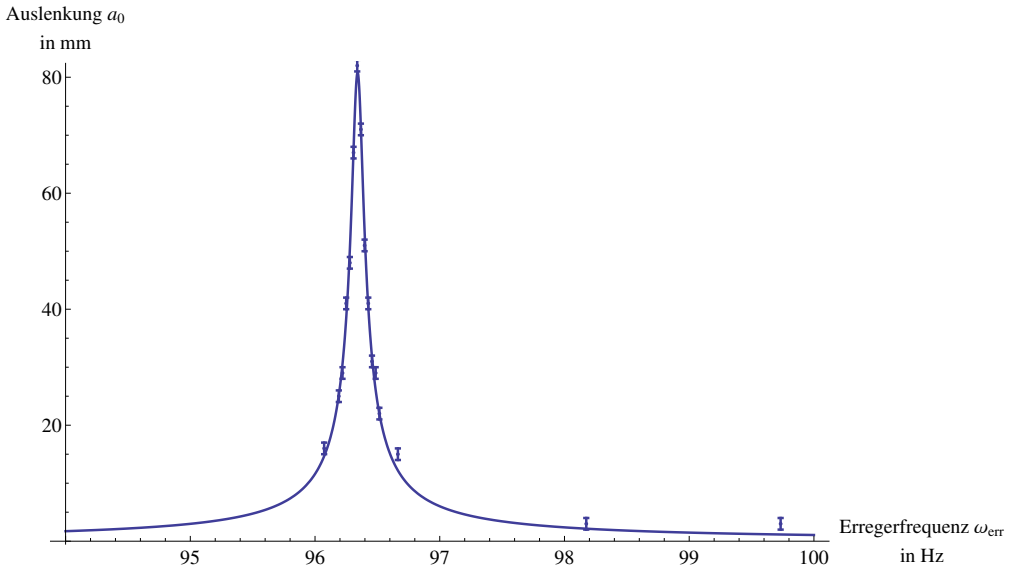

Abbildung 1: Gemessene Amplitude auf dem Schirm bei verschiedenen Anregungsfrequenzen (blaue Punkte). Der Peak um die Resonanzfrequenz ist sehr stark ausgeprägt. Die blaue Linie beschreibt einen Fit an die Messwerte.

Der Wert für β lässt sich auch auf eine andere Art bestimmen, was wir nutzen um das Ergebnis zu überprüfen (β spielt in der Formel oben für a_0 nur eine untergeordnete Rolle da der Term sehr klein im Gegensatz zum anderen ist). Wir vermaßen deshalb die Abklingrate des Systems, indem wir einen Ausschaltvorgang des Stroms von 500 mA simulierten und Messwerte für die Amplitude bei bestimmter Zeit aufnahmen. Wieder geht es nur um den zeitlichen Verlauf, weshalb eine Umrechnung in einen Winkel nicht nötig ist. Die Ergebnisse sind in Abb. 2 zu sehen. Die aufgezeichneten Zeiten sind dabei die Zeiten seit dem Beginn der Messung (die Absolutwerte haben keine physikalische Bedeutung. Wichtig sind nur die Differenzen). Gut zu sehen ist der exponentielle Abfall der Amplitude wie erwartet. Wieder konnte ein Fit an die Messreihe den gesuchten Parameter β bestimmen. Da es uns diesmal bei der Messung der Amplitude im laufenden Betrieb schwieriger fiel, die Amplitude abzulesen, setzen wir einen systematischen Fehler von $\Delta a_0 = \pm 1$ mm an. Dieser Fehler ging mit in den Fit ein und wir erhielten gemittelt über alle vier Messreihen

$$\beta = (0.0392 \pm 0.004 \pm 0.005)\ 1/\mathrm{s}$$

wobei für den Fehler der größte auftretende Fehler benutzt wurde. Der in dieser Messung ge-

wonnene Messwert für β ist genauer als der in der vorigen Messung, da nur er einen Einfluss auf den Verlauf der Messpunkte hat und deshalb direkter abzulesen ist. Trotzdem passt er recht gut zum vorher bestimmten β. Die Abweichung entstand wahrscheinlich beim Fit (ein leicht verändertes β hat kaum Einfluss auf den Verlauf von $a_0(\omega_{\text{err}})$). Wir werden im folgenden den hier in der zweiten Messung präsentierten Messwert benutzen. Sowohl systematischer als auch statistischer Fehler des Ergebnisses ist klein.

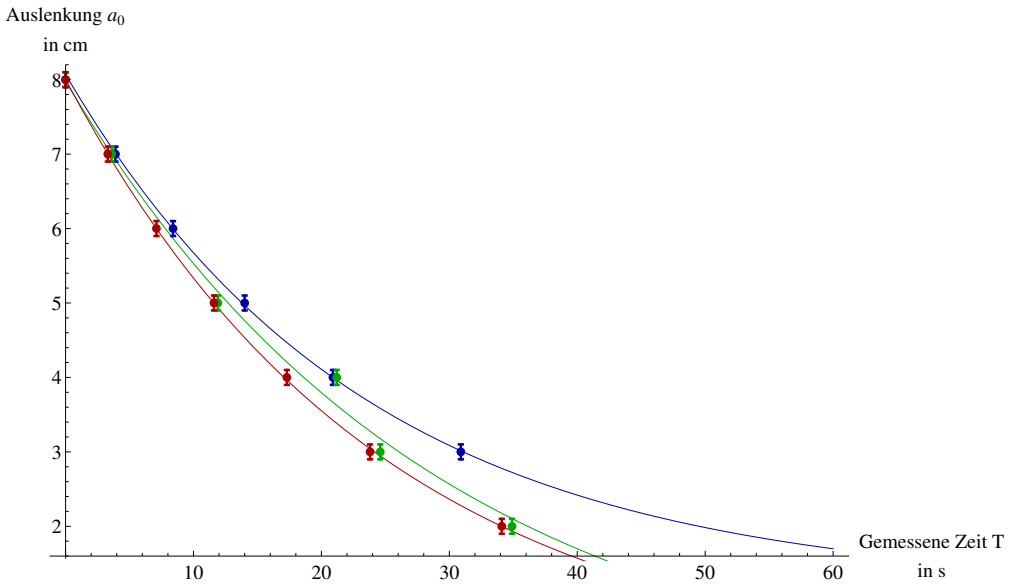

Abbildung 2: Gemessene Amplitude auf dem Schirm nach gewisser Abklingzeit (bunte Punkte). Die Amplituden beschreiben einen exponentiellen Abfall aus deren Parameter man β berechnet. Die Linien beschreiben einen Fit an die jeweilige Messreihe.

Nachdem wir die Resonanzfrequenz bestimmt hatten, benutzten wir diese, um die Amplitude bei Resonanz für verschiedene Stromstärken zu messen. Die Ergebnisse sind in Abb. 3 zu sehen - noch als Messwerte der Amplitude auf dem Schirm. Der Anstieg bis 400 mA war zu erwarten - eine steigende Stromstärke führt zu einem größeren Magnetfeld und damit auch zu einer größeren Magnetisierung. Der Drehimpuls ist damit auch größer geworden. Ab 400 mA scheint die Sättigung des Stabs erreicht worden sein. Die Amplitude steigt nicht weiter und wir hatten erwartet ein Plateau konstanter Amplitude zu sehen. Stattdessen erkennen wir sogar wieder einen Abfall der Amplitude. Hier spielen möglicherweise nichtlineare Effekte eine Rolle oder sogar thermische Eigenschaften. Um nicht in diesen für uns ungünstigen Bereich zu kommen, führten wir die folgenden Messungen immer mit einer effektiven Stromstärke von 300 mA, 350 mA und 400 mA aus. Da wir sie später noch benötigen werden, führen wir die umge-

rechneten Winkel mit

$$\alpha = \arctan\left(\frac{a_0}{a}\right) \approx \frac{a_0}{a}$$

hier explizit auf. a ist dabei der Abstand zwischen Spule und Schirm und beträgt bei uns $a = 2.28$ m. Als Fehler tritt hier nur die Ungenauigkeit der Amplitudenmessung mit $\Delta a_0 = \pm 0.5$ mm und die der Abstandmessung $\Delta a = 0.5$ cm auf. Mit dem Gauss'schen Fehlerfortpflanzungssatz kann der systematische Fehler der Winkel direkt mit

$$\Delta\alpha = \sqrt{\left(\frac{\alpha}{a_0}\Delta a_0\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{a}\Delta a\right)^2}$$

berechnet werden. Ein statistischer Fehler kommt hier nicht vor, da die Messung nur einmal durchgeführt wurde. Man erhält mit den eingesetzten Messwerten:

$$\alpha_{300} = (0.0341 \pm 0.0003)\ \text{rad}$$
$$\alpha_{350} = (0.0360 \pm 0.0003)\ \text{rad}$$
$$\alpha_{400} = (0.0390 \pm 0.0003)\ \text{rad}$$

Auch hier ist der systematische Fehler um zwei Größenordnungen kleiner als der Messwert - was auf einen sinnvollen Messaufbau hinweist. Tatsächlich sind die Winkel so klein, dass sich die Messung durch den Laser trotz der Schwierigkeiten im Aufbau und der höheren mechanischen Empfindlichkeit bezahlt macht.

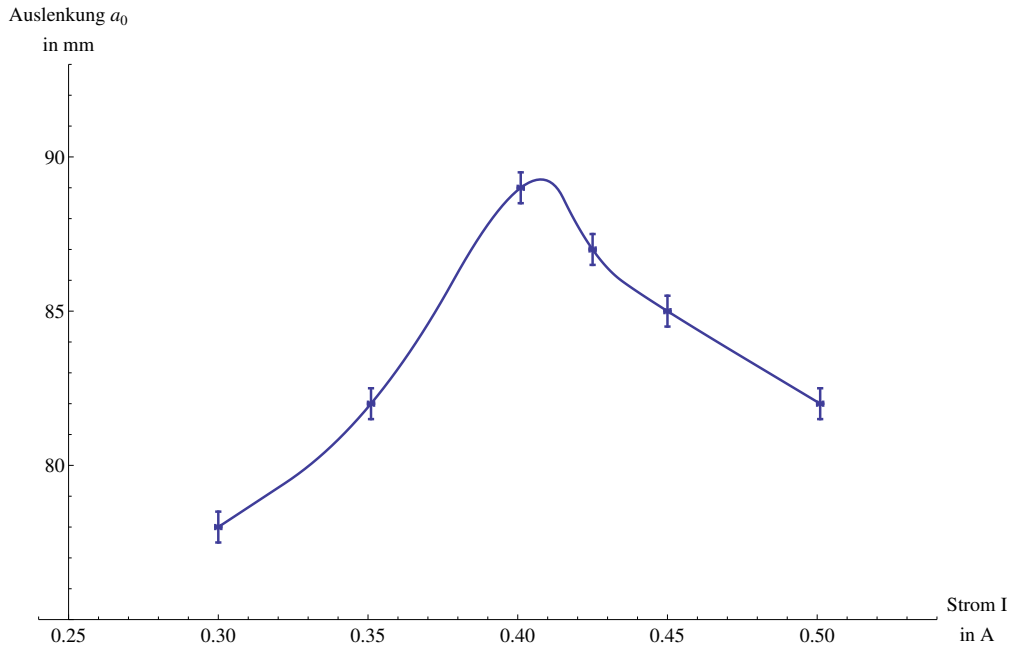

Abbildung 3: Gemessene Amplitude auf dem Schirm bei verschiedenen Strömen bei Resonanz (blaue Punkte). Eigentlich würde man ein Plateau im Bereich der Sättigung erwarten (bei ungefähr 400 mA). Stattdessen fällt der Messwert aber unerwartet wieder ab. Die blaue Kurve ist eine Interpolation zur besseren Verdeutlichung.

2 Helmholtzspulen

Im Folgenden wollen wir die elektrisch-magnetischen Eigenschaften des Systems bestimmen. Dazu müssen wir sicherstellen, dass die äußeren Störfelder gering gehalten werden. Um den Effekt des Erdmagnetfelds zu, verwendeten wir Helmholtzspulen. Wir maßen die Amplitude bei Resonanz (diesmal bei 400 mA) im Abhängigkeit des Stroms durch die Helmholtzspulen. Wir erwarteten ein Minimum bei genau dem Strom, bei dem das Magnetfeld der Helmholtzspulen das Erdmagnetfeld kompensiert. Die Messergebnisse sind in Abb. 4 zu sehen. Statt eines gut ausgeprägten Minimums findet sich nur ein tieferes Plateau im Bereich zwischen ca. 450 mA und 650 mA. Die Erklärung liegt nicht in den großen Fehlern der Messwerte (sie sind nur durch die recht kleinen systematischen Fehler im Strom von 1 mA und in der Amplitude von 0.5 mm gegeben), sondern in den extrem großen anderen äußeren Feldern, deren Richtung und BEtrag nicht so einfach durch die festen Helmholtzspulen kompensiert werden kann. Es wären mehrere Spulen notwendig, um alle äußeren Felder verschwinden zu lassen. Die noch herrschenden Felder (ohne das Erdmagnetfeld) sind leider um fast eine Größenordnung höher als die angelegten Felder - und haben deshalb einen viel schlimmeren Einfluss auf die Messung als das Erdmagnetfeld. Wir entschlossen uns deshalb, die Messungen ohne die Helmholtzspulen durchzuführen.

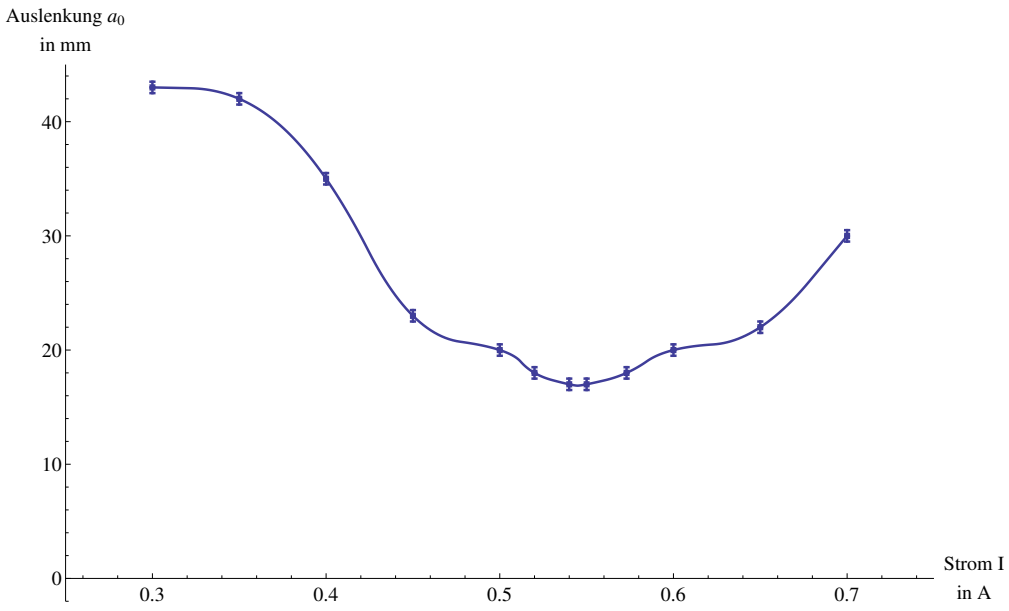

Abbildung 4: Gemessene Amplitude auf dem Schirm bei verschiedenen Strömen durch die Helmholtzspule bei Resonanz (blaue Punkte). Wir hatten ein ausgeprägtes Minimum erwartet - konnten aber nur einen flachen Verlauf messen. Wir entschieden uns deshalb gegen die Verwendung der Spulen. Die blaue Kurve dient nur zur Verdeutlichung des Kurvenverlaufes.

3 Galvanometermessung

Nun konnten wir die für die Berechnung notwendige erste Fourierkomponente der Ableitung der Magnetisierung bestimmen. Wir maßen dafür die Spannung, welche in eine zweite Feldspule induziert wurde. Laut der Vorbereitung reicht die durch das Galvanometer gemessene Ladung aus wenn wir annehmen, das die Änderung der Magnetisierung immer nur kurzzeitig und dann sehr stark geschieht (stark ausgeprägte Peaks). Dazu mussten wir aber den Ausschlag des Galvanometers erst auf die geflossene Ladung kalibrieren. Wir verwendeten dazu einen Kondensator mit $C = 30\ \mu\mathrm{F}$ und genau bekannte Spannungen. Mithilfe dieser Spannungen kann dann mit $Q_{\mathrm{Kond}} = CU$ zuerst die Ladung am Kondensator und dann mit

$$C_{\mathrm{Galv}} = \frac{\left(\frac{1}{R_{\mathrm{Ind}}} + \frac{1}{R_{\mathrm{Vor}}+R_{\mathrm{Galv}}}\right)^{-1}}{R_{\mathrm{Vor}} + R_{\mathrm{Galv}}} C_{\mathrm{Kond}}$$

die Ladung am Galvanometer berechnet werden. Der Zusammenhang zwischen Galvanometerausschlag und Ladung ist in Abb. 6 zu sehen. Wie erwartet ergibt sich ein linearer Zusammenhang dessen Parameter durch einen Fit an die Messwerte bestimmt werden kann. Da wir die Spannung am Kondensator einstellten, müssen wir sie als fehlerfrei ansehen. Als Fehlerquelle kommt damit nur die Auslenkung auf dem Galvanometer in Frage. Wir setzen einen systematischen Fehler von $\Delta a = 0.5$ mm an. Diesen Fehler führten wir in den Fit mit ein und erhielten dann einen Zusammenhang zwischen Ladung und Auslenkung

$$a = A \cdot Q + B$$

Aus diesem konnte der für uns viel wichtigere Zusammenhang zwischen Auslenkung und Ladung berechnet werden:

$$Q = m \cdot a + c \implies m = \frac{1}{a}, c = -\frac{b}{a}$$

Die Fehler von a und b, welche wir aus dem Fit erhielten, pflanzten sich auf m und c wie folgt fort:

$$\Delta m = \frac{m}{a}\Delta a \qquad \Delta c = \sqrt{\left(\frac{c}{b}\Delta b\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\Delta a\right)^2}$$

Wir erhielten insgesamt die Umrechnung

$$\begin{aligned} Q = {} & (21.3372 \pm 0.1462 \pm 0.3053)\ \mu\mathrm{C/m} \cdot a \\ & - (0.0480 \pm 0.0087 \pm 0.0182)\ \mu\mathrm{C} \end{aligned}$$

Gerade für c ist der systematische Fehler leider recht groß. Dies kommt auch davon, dass wir für die gleiche Spannung (also die gleiche Ladung) verschiedene Messwerte erhielten (siehe auch Abbildung). Trotzdem haben wir jetzt eine Möglichkeit erhalten, um für verschiedene Stromstärken die Magnetisierung zu bestimmen. Dazu benutzten wir eine Gleichstromquelle für die Feldspule und induzierten ein Magnetfeld, indem wir diese schnell ausschalteten. In diesem Moment entstand kurz ein Magnetfeld in der Feldspule, was eine Spannung in die Induktionsspule induzierte. Die dazugehörige Ladung konnte durch das Galvanometer bestimmt werden (bzw. der Ausschlag des Galvanometers konnte wie durch die Formel oben in eine Ladung umgerechnet werden). Das Spannungsintegral $\int U\ \mathrm{dt}$ ergibt sich aus dieser Ladung Q am Galvanometer durch

$$\int_0^{T/2} U\ \mathrm{dt} = 2(R_{\mathrm{Ind}} + R_{\mathrm{Vor}} + R_{\mathrm{Galv}})Q$$

Die erhaltenen Werte sind in Abb. 6 zu sehen. Wichtig ist, dass die Stromstärken jetzt die Peak-Stromstärken sind (also die Effektivwerte von vorher mal $\sqrt{2}$). Mit den Messwerten für das Spannungsintegral und die eingestellte Stromstärke konnte dann mithilfe der Formeln in der Vorbereitung zuerst $\left(\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}\right)_1$ und daraus dann mit den Messwerten für ω_0, β und α von oben der Landé-Faktor g bestimmt werden. Die folgende Tabelle 1 zeigt die erhaltenen Messwerte und die dazugehörigen Fehler. Wie die Fehler entstanden, wollen wir im Folgenden erklären.

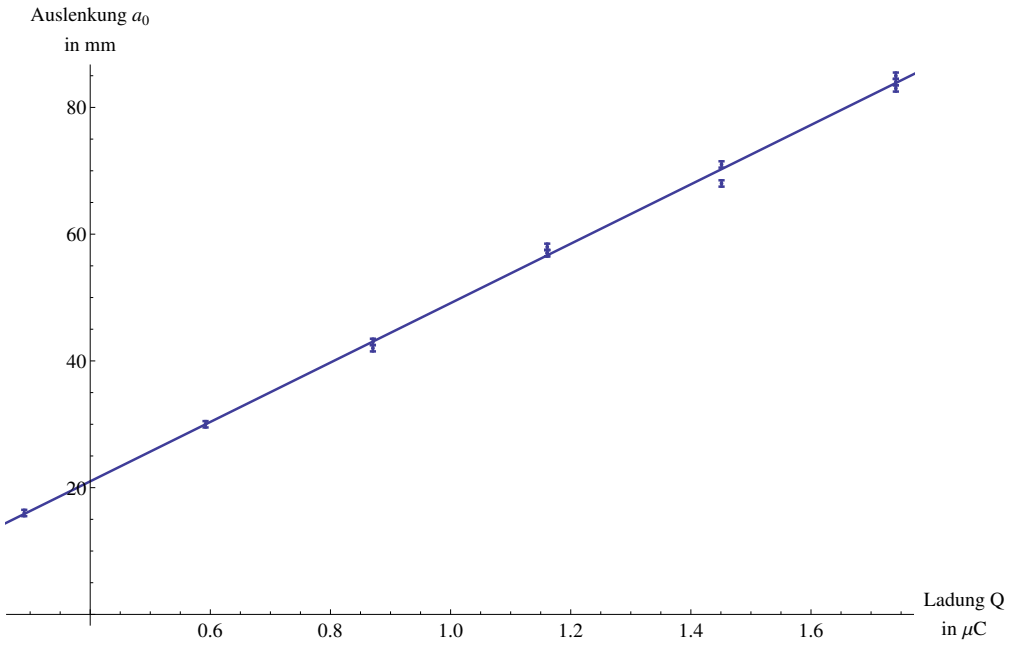

Abbildung 5: Gemessene Amplitude auf dem Schirm des Galvanometers bei verschiedenen Ladungen auf dem Kondensator - und damit auch am Galvanometer, welche hier aufgetragen ist (blaue Punkte). Die Messwerte nutzten wir, um die Umrechnung zwischen Galvanometerausschlag und Ladung zu kalibrieren.

In die Berechnung von $\left(\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}\right)_1$ fließen außer einiger Konstanten nur der Strom, das Spannungsintegral und die Resonanzfrequenz ein. Nur der Strom ist für uns fehlerfrei, da wir ihn für alle drei Messungen gewählt haben (anstatt ihn zu messen). Die beiden Fehler für das Spannungsintegral ergeben sich aus dem Fehler für die Umrechnungsparameter c und m von oben und einem Fehler in der Ablesegenauigkeit der Auslenkung von $\Delta a = 0.5$ mm. Nach der Gaussschen Fehlerfortpflanzung erhält man

$$\Delta \int U \,\mathrm{dt} = \Delta \left(2(R_{\mathrm{Ind}} + R_{\mathrm{Vor}} + R_{\mathrm{Galv}})(ma + c)\right) =$$

$$\left[(2R_{\mathrm{Ges}} a \Delta m)^2 + (2R_{\mathrm{Ges}} \Delta c)^2 + (2R_{\mathrm{Ges}} m \Delta a)^2\right]^{(1/2)}$$

Für den Fehler der ersten Fourierkomponente der zeitlichen Ableitung erhält man dann, da hier nur ω_0 und das Spannungsintegral als fehlerbehaftete Größen eingehen

$$\Delta\left(\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}\right)_1 = \left[\left(\frac{\left(\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}\right)_1}{\omega_0}\Delta\omega_0\right)^2 + \left(\frac{4}{T_0\mu_0 N_{\mathrm{Ind}} A_{\mathrm{Stab}}}\Delta\int U\ \mathrm{dt}\right)^2\right]^{(1/2)}$$

Schließlich kann damit noch den Fehler für die Berechnung von g bezeichnen mit

$$\Delta g = \left[\left(\frac{g}{\beta}\Delta\beta\right)^2 + \left(\frac{g}{\omega_0}\Delta\omega_0\right)^2 + \left(\frac{g}{\alpha}\Delta\alpha\right)^2 + \left(\frac{g}{\left(\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}\right)_1}\Delta\left(\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}\right)_1\right)^2\right]^{(1/2)}$$

Eingesetzt wird jeweils der systematische oder der statistische Fehler - welcher jeweils entweder direkt aus der Messung oder aus dem Fit entstanden ist und in den Abschnitten davor schon besprochen wurde.
Sowohl die systematischen als auch die statistischen Fehler bewegen sich alle in einem sehr kleinen Rahmen und haben deshalb wenig Einfluss auf die Messergebnisse. Dies kommt daher, dass schon alle vorher besprochenen Größen nicht sehr große Fehler besitzen. Trotzdem liegt zwischen dem gemessenen Wert von ungefähr 0.27 und dem erwarteten Wert von fast genau 2 eine Größenordnung. Wie schon vorherige Versuche gezeigt haben, ist diese Größenordnung aber wiederholt aufgetreten. Dabei könnten mehrere Faktoren eine Rolle spielen: Die großen äußeren Felder verfälschen die Messung nicht nur durch ihren Einfluss als weiteres Magnetfeld sondern auch als Störung bei der Spannungsmessung. Der Faktor 10 wäre zu erklären, wenn ungefähr 10 mal stärkere äußere Felder wirken würden. Weiterhin zeigt der Stab ein magnetisches Verhalten, welches wir so nicht mit der benutzen Theorie der Hysterese erklären können. Möglicherweise versagt diese Theorie auch in anderen Punkten und beschreibt die sich abspielenden Effekte nicht richtig.

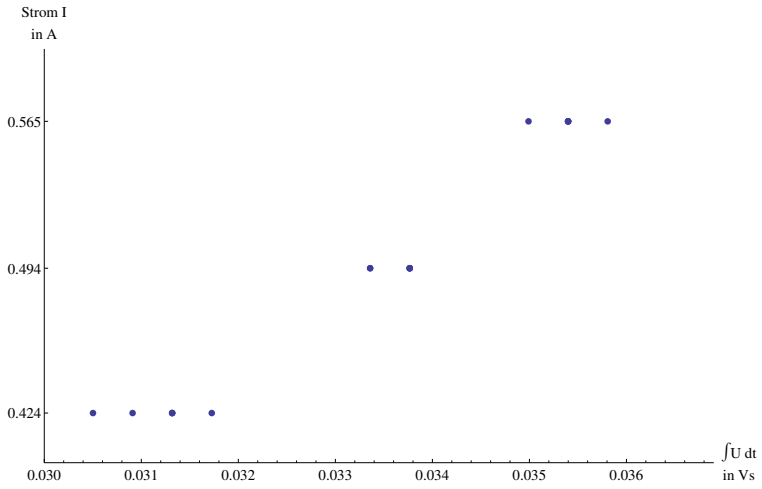

Abbildung 6: Umgerechnetes Spannungsintegral $\int_0^{T/2} U\ \mathrm{dt}$, welches aus der Messung mit dem Galvanometer entstand. Jeweils bei den oben besprochenen Strömen (welche den Effektivwerten 300 mA, 350 mA und 400 mA entsprechen).

Tabelle 1: Berechnete Werte aus der ersten Methode durch Galvanometermessung bei kurzen Stromstößen (Ausschalten). Die erhaltenen g-Werte sind zwar für alle Messungen sehr ähnlich - jedoch fast genau eine Größenordnung unter dem erwarteten Wert.

Strom in 10^{-3} A	$\int_0^{T/2} U$ dt in 10^{-3} Vs	$(\mathrm{dM/dt})_1$ in 10^6 A/(ms)	g einheitenlos
424	30.5020 ± 0.1701 ± 0.2840	-98.5940 ± 0.6606 ± 1.1031	0.2724 ± 0.0294 ± 0.0371
424	30.9101 ± 0.1710 ± 0.2863	-100.1788 ± 0.6641 ± 1.1121	0.2768 ± 0.0299 ± 0.0377
424	31.3181 ± 0.1719 ± 0.2887	-101.7637 ± 0.6675 ± 1.1211	0.2812 ± 0.0303 ± 0.0383
424	31.7262 ± 0.1728 ± 0.2910	-103.3485 ± 0.6710 ± 1.1302	0.2856 ± 0.0308 ± 0.0389
424	31.3181 ± 0.1719 ± 0.2887	-101.7637 ± 0.6675 ± 1.1211	0.2812 ± 0.0303 ± 0.0383
424	31.3181 ± 0.1719 ± 0.2887	-101.7637 ± 0.6675 ± 1.1211	0.2812 ± 0.0303 ± 0.0383
494	33.7665 ± 0.1774 ± 0.3028	-107.9917 ± 0.6890 ± 1.1762	0.2839 ± 0.0306 ± 0.0387
494	33.3584 ± 0.1764 ± 0.3004	-106.4069 ± 0.6853 ± 1.1669	0.2797 ± 0.0302 ± 0.0381
494	33.7665 ± 0.1774 ± 0.3028	-107.9917 ± 0.6890 ± 1.1762	0.2839 ± 0.0306 ± 0.0387
494	33.7665 ± 0.1774 ± 0.3028	-107.9917 ± 0.6890 ± 1.1762	0.2839 ± 0.0306 ± 0.0387
494	33.7665 ± 0.1774 ± 0.3028	-107.9917 ± 0.6890 ± 1.1762	0.2839 ± 0.0306 ± 0.0387
494	33.3584 ± 0.1764 ± 0.3004	-106.4069 ± 0.6853 ± 1.1669	0.2797 ± 0.0302 ± 0.0381
565	34.9906 ± 0.1802 ± 0.3100	-109.4183 ± 0.7000 ± 1.2042	0.2650 ± 0.0286 ± 0.0361
565	35.3987 ± 0.1812 ± 0.3125	-111.0031 ± 0.7037 ± 1.2136	0.2689 ± 0.0290 ± 0.0366
565	35.3987 ± 0.1812 ± 0.3125	-111.0031 ± 0.7037 ± 1.2136	0.2689 ± 0.0290 ± 0.0366
565	35.8067 ± 0.1821 ± 0.3149	-112.5880 ± 0.7074 ± 1.2231	0.2727 ± 0.0294 ± 0.0372
565	35.3987 ± 0.1812 ± 0.3125	-111.0031 ± 0.7037 ± 1.2136	0.2689 ± 0.0290 ± 0.0366
565	35.3987 ± 0.1812 ± 0.3125	-111.0031 ± 0.7037 ± 1.2136	0.2689 ± 0.0290 ± 0.0366
	Mittelwert:	g	0.2770 ± 0.0389 ± 0.0308

4 Oszilloskopmessung

Diese erste Messung mit den Galvanometer, in deren Berechnung einige Näherungen eingegangen sind (siehe Vorbereitung) wollen wir durch eine genauere Messung mit dem Oszilloskop verbessern. Dazu maßen wir die in die Induktionsspule induzierte Spannung, während wir an die Feldspule einen Wechselstrom der Resonanzfrequenz anschlossen. Die erhaltenen Daten für die Spannung sind in Abb. 7 zu sehen. Die Daten wurden dabei schon so verschoben, dass sich eine Periode besser erkennen lässt (die erste Nullstelle wurde mit dem Ursprung gleichgesetzt). Im Graphen ist gut zu sehen, dass die Spannungen wie zu erwarten keinen sinusförmigen Verlauf wie der Strom mehr haben, sondern dass sie (und damit auch die Magnetisierung) durch die Hysterese stark verändert wurden. Man erkennt auch, warum wir im Versuchsteil davor

die Spannung als peakförmig annähern konnten (auch wenn die Näherung nicht ganz korrekt ist). Das Integral über die Spannung innerhalb einer halben Periode wurde durch Summieren ermittelt und konnte mit dem im vorigen Abschnitt besprochenen Wert aus der Galvanometermessung verglichen werden. Damit konnten wir unser Oszilloskop eichen. Wir erhielten für alle Messungen ziemlich genau den Kalibrierungsfaktor 1.187. Die erste Fourierkomponente der Spannung wurde dann durch einfaches Summieren (anstatt Integrieren) der einzelnen Spannungswerte in einer halben Perioden und dem dazugehörigem Sinus errechnet

$$(U)_1 = \frac{4}{T_0} \sum_i |U_i \sin(\omega_0 t_i)|$$

Der Faktor 2 entstand dabei, da nur eine halbe Periode zum Summieren betrachtet wurde (aber eine ganze in die Rechnung eingeht) und das verbleibende $2/T_0$ ist Konvention. Aus den $(U)_1$-Werten konnte wie in der Vorbereitung betrachtet zuerst wieder die erste Fourierkomponente der zeitlichen Ableitung der Magnetisierung und daraus dann wieder der g-Faktor berechnet werden. Die Ergebnisse sowie ihre Fehler (Diskussion weiter unten) sind in Tabelle 2 zu finden. Nicht nur der Kalibrierungsfaktor von 1.187 (≈ 1), sondern auch die daraus berechneten Werte für $(\mathrm{dM/dt})_1$ und dann für g zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen den beiden Messmethoden. Deshalb erhalten wir auch mit dieser Messmethode einen Wert für g, welcher so für das verwendete Material physikalisch einfach nicht sinnvoll ist. Da wir aber durch beide Messmethoden und auch bei wiederholter Messung fast den selben Wert (im Fehlerbereich sogar den selben Wert) für g erhalten haben, scheint das Problem nicht an der jeweiligen Messmethode sondern am Aufbau bzw. genauer dessen Umfeld selbst zu liegen. Die möglichen Fehlerquellen wurden weiter oben schon besprochen.

Tabelle 2: Berechnete Werte aus der zweiten Methode durch Oszilloskopmessung und Abschätzung der ersten Fourierkomponenten. Die erhaltenen g-Werte passen sehr gut zu den vorher erhaltenen - sind also wieder eine Größenordnung unter dem erwarteten Wert.

Strom in 10^{-3} A	$(U)_1$ in 10^{-3} V	$(\mathrm{dM/dt})_1$ in 10^6 A/(ms)	g einheitenlos
424.264	1633.00 ± 23.75 ± 0.02	-87.7918 ± 1.5041 ± 0.0016	0.2426 ± 0.0262 ± 0.0331
494.975	1691.56 ± 23.75 ± 0.03	-88.8973 ± 1.5041 ± 0.0016	0.2337 ± 0.0252 ± 0.0318
565.685	1807.11 ± 23.75 ± 0.03	-93.6116 ± 1.5041 ± 0.0017	0.2267 ± 0.0244 ± 0.0309
	Mittelwert:	g	0.2343 ± 0.0330 ± 0.0261

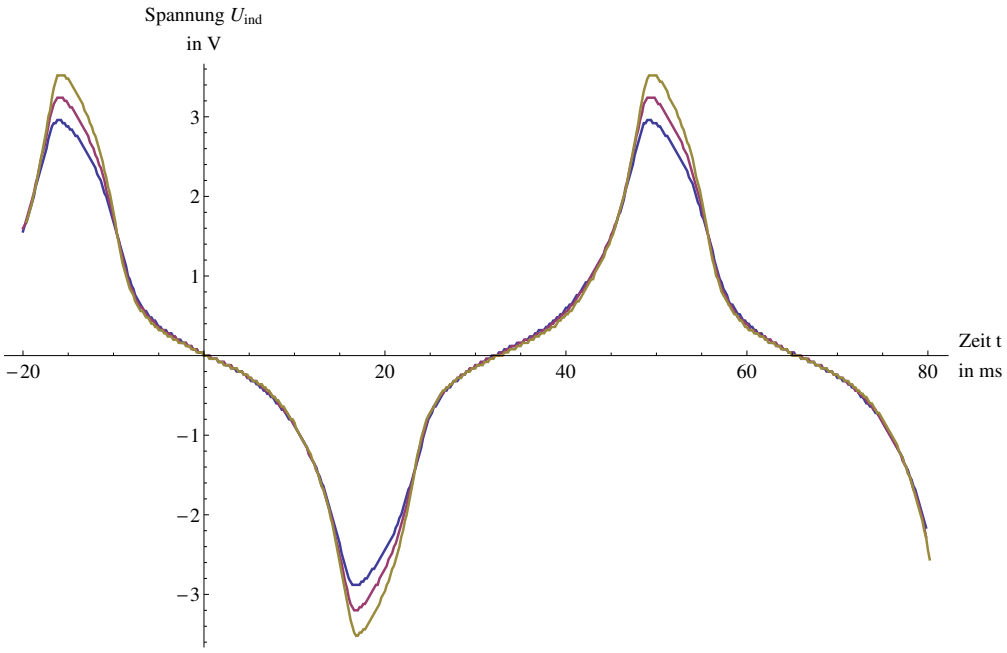

Abbildung 7: Am Oszilloskop gemessene Spannung im Verlauf der Zeit für die Effektivwerte des Stroms von 300 mA, 350 mA und 400 mA (von oben nach unten). Die erste Fourierkomponente gibt Aufschluss über die erste Fourierkomponente der zeitlichen Ableitung der Magnetisierung. Gut zu sehen ist, dass die Näherung der Spannung als Peaks nicht ganz korrekt ist - aber zumindest nicht schlecht.

Bei der Berechnung des Spannungsintegrals kommen mehrere fehlerbehaftete Größen ins Spiel: die Spannungswerte selbst, die wir mit einem systematischen Fehler von $\Delta U = 1/50$ V aufgrund des Oszilloskops einberechnen wollen, die Resonanzfrequenz bzw. die Resonanzperiodenlänge mit ihrem systematischen und statistischen Fehler wie oben angegeben und schließlich der Kalibrierungsfaktor. Diesen müssen wir jedoch als fehlerlos ansehen, da wir seinen Fehler einfach nicht angeben können (wir kennen den richtigen Wert für das Spannungsintegral ja weder durch die Galvanometer- noch durch die Oszilloskopmessung). Wir benutzen also wieder Gaussche Fehlerfortpflanzung. Zuerst einmal ist

$$\frac{\partial (U)_1}{\partial U_i} = \frac{4}{T_0} \sum_i \sin(\omega_0 t_i) = (\sin(\omega_0 t))_1 = 1$$

da die erste Fourierkomponente des Sinus trivialerweise Eins ist. Weiterhin ist mit $T = 2\pi/\omega$:

$$\frac{\partial (U)_1}{\partial \omega_0} = \frac{(U)_1}{\omega_0} + \frac{4}{T_0} \sum_i U_i \cos(\omega_0 t_i) t_i$$

Nun beschreiben die U_i jedoch (wie auch im Schaubild zu sehen) eine ungeardе Funktion von t_i und die t_i sind linear mit i. Die Funktion $U_i t_i$ ist also insgesamt eine ungerade Funktion von i. Die cosinusartige Fourierkomponente, welche der zweiten Summe entspricht, verschwindet also. Man erhält insgesamt also einen Fehler für

die erste Fourierkomponente von U mit

$$\Delta(U)_1 = \sqrt{(\Delta U)^2 + \left(\frac{(U)_1}{\omega_0}\Delta\omega_0\right)^2}$$

wobei für ΔU der besprochene systematische Fehler von 1/50 V und für ω_0 der statistische und der systematische Fehler vom ersten Versuchsteil eingesetzt werden muss. Nach der Formel in der Vorbereitung für $(\mathrm{dM/dt})_1$ ergibt sich ihr Fehler nach Gauss'scher Fehlerfortpflanzung als

$$\Delta\left(\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}\right)_1 = \left[\left(\frac{1}{\mu_0 N_{\mathrm{Ind}} A_{\mathrm{Stab}}}\Delta(U)_1\right)^2 + \left(\frac{N_{\mathrm{Feld}}\hat{I}A_{\mathrm{ind}}}{l_{\mathrm{Feld}}A_{\mathrm{Stab}}}\Delta\omega_0\right)^2\right]^{(1/2)}$$

da wir den Strom wie oben schon besprochen als fehlerlos ansehen wollen. Die Fehler für die Berechnung von g ergeben sich wie bei der Galvanometermessung aus den schon besprochenen Fehlern.

Insgesamt haben also beide Messmethoden mit relative großer Sicherheit (weder systematischer noch statistischer Fehler sind für beide Messmethoden mindestens eine Größenordnung unter den Messergebnissen - und das für alle einzelnen Teil-Ergebnisse) einen physikalisch unsinnigen g-Faktor von ungefähr 0.2 geliefert. Obwohl die Messungen teilweise durch die Empfindlichkeit des Aufbaus auch schon auf kleine Störungen schwierig war, lässt sich dieses Ergebnis nicht durch reine Messfehler erklären. Viel wahrscheinlicher ist es, dass die äußeres Störfelder, deren Größe nicht bekannt ist und die möglicherweise auch noch zeitliche schwanken, großen Einfluss auf das Messergebnis haben.

Quellen

Vorbereitungsmappe