Karlsruhe Institute of Technology

Einstein-de-Haas-Versuch

Versuch Nr. 5

Vorbereitung - 7. Januar 2013

Ausgearbeitet von Martin Günther und Nils Braun

1 Einführung

Das hier vorgestellte Experiment von Einstein und de Haas dient zur Untersuchung des Phänomens des Ferromagnetismus. Ferromagnetismus entsteht durch Anordnung der inneren Drehmomente (Spins) der Elektronen im Material. Aufgrund quantenphysikalischer Effekte (wie dem Pauli-Prinzip) ist eine Parallelstellung der Spinvektoren für die Elektronen energetisch nicht günstig. Erst durch ein angelegtes äußeres Feld kann diese Energiebarriere überwunden werden. Im Experiment wird also das Material also in ein äußeres Magnetfeld gebracht, worin sich die Spinvektoren der Elektronen ausrichten. Aufgrund der Drehimpulserhaltung entsteht dabei aber ein Drehmoment auf das ganze Material. Diese Drehung ist (unter gewissen Voraussetzungen) sogar messbar und gibt direkt Rückschluss auf die Spinvektoren. Als weiteres Ergebnis erhält man den gyromagnetischen Faktor oder auch Lande-Faktor. Das ist das Verhältnis zwischen Drehimpuls und daraus resultierenden magnetischem Moment [i]. Einstein und de Haas hielten noch den Bahndrehimpuls des Elektrons verantwortlich für die magnetische Wirkung und erwarteten deshalb einen Faktor von 1. Heute weiß man jedoch, dass der Spin des Elektrons für ungefähr 95 % des Effektes verantwortlich ist, weshalb der Faktor nahezu 2 beträgt [ii].

2 Aufbau und Durchführung

Im hier durchgeführten Experiment wird ein ferromagnetischer Zylinder, welcher längs an einen Draht aufgehängt wird in ein Spulenmagnetfeld gebracht. Dieses magnetisiert den Stab um und regt ihn aufgrund der Drehimpulserhaltung zu einer Drehung an (da wir Wechselstrom benutzen, sogar zu einer Schwingung). Da der Draht eine Torsion ausführt, erhält man eine Schwingung, deren Parameter Rückschluss auf den wirkenden Drehmoment geben. Mithilfe der gemessenen Magentisierung kann damit der Lande-Faktor bestimmt werden, welcher definiert ist über

$$g = \frac{2m_e\mu}{-eL}$$

wenn μ das magnetische Moment und L der Drehimpuls (in diesem Fall der Spin) eines Elektrons ist. Da diese Größen nicht direkt bestimmbar sind, übertragen wir sie auf die makroskopischen Größen Magnetisierung M (gesamtes magnetisches Moment pro Volumen) und den gesamten Drehimpuls L_{ges}. Dazu sei N die Anzahl der Elektronen, welche von der Magnetisierung durch die Spule betroffen sind:

$$g = \frac{2m_e\mu}{-eL} = \frac{2m_eN\mu}{-eNL} = \frac{2m_eV}{-e}\frac{M}{L_{\text{ges}}}$$

Dabei ist V das Volumen des Zylinders. Im Experiment ist es einfacher, das Maximum der

[i] Genauer ist das gyromagnetische Verhältnis γ der Proportionalitätsfaktor zwischen dem magnetischen Moment μ und dem Drehimpuls L. Der Lande-Faktor g ist Teil dieses Verhältnisses mit

$$\gamma = g\frac{q}{2m}L$$

wenn q die Ladung und m die Masse des Elektrons ist.

[ii] Dieses Ergebnis ergibt sich direkt aus der Dirac-Gleichung und soll hier nicht weiter wiederholt werden. Berücksichtigt man weitere quantenphysikalische Effekte wie z.B. die Paarerzeugung, so erhält man einen etwas von 2 abweichenden Wert.

zeitlichen Ableitungen zu messen, also

$$g = \frac{2m_eV}{-e}\frac{M}{L_{\text{ges}}} = -\frac{2m_eV}{e}\frac{\dot{M}}{\dot{L}_{\text{ges}}}$$

Der maximale Drehmoment $D_{\max} = \dot{L}_{\max}$ (die Ableitung des Drehimpulses) der Torsionsschwingung des Fadens lässt sich dabei aus den mechanischen Größen bei Resonanz bestimmen und die maximale zeitliche Ableitung der Magnetisierung aus der Sättigungsmagnetisierung bzw. genauer aus dem zeitlichen Verlauf der Magnetisierung. Die Herleitung der Ergebnisse soll im Folgenden besprochen werden.

3 Messung

3.1 Schwingung

Durch einen Wechselstrom in der Spule wird der Zylinder oder genauer der Draht zu einer erzwungenen harmonischen Torsionsschwingung mit schwacher Dämpfung angeregt. Solch eine Schwingung wird durch die Differentialgleichung

$$\ddot{\alpha} + 2\beta\dot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = \frac{D_{\max}}{\Theta}e^{i\omega_{\text{err}}t}$$

beschrieben, wobei α der Drehwinkel, β die Dämpfung, ω_{err} die Anregungsfrequenz, ω_0 die Eigenfrequenz des Systems und Θ der Trägheitsmoment des Stabes ist. Nach einer Einschwingungphase deren Länge von β abhängig ist, schwingt das System mit der Anregungsfrequenz ω_{err} und einer Amplitude von

$$\alpha_0 = \frac{D_{\max}}{\Theta}\frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{\text{err}}^2)^2 + 4\beta^2\omega_{\text{err}}^2}}$$

Sie wird am größten, wenn

$$\omega_{\text{err}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \approx \omega_0$$

da die Dämpfung β in unseren Fall klein ist. Diese bestimmte Anregungsfrequenz nennt man auch Resonanzfrequenz ω_{res}. Bei dieser Resonanzfrequenz erreicht die Amplitude ihr Maximum mit

$$\alpha_{\max} = \alpha_{\text{res}} = \frac{D_{\max}}{\Theta}\frac{1}{2\beta\omega_0}$$

Damit lässt sich der maximale Drehmoment, welchen wir für die Messung von g oben benötigen aus den Werten bei Resonanz berechnen

$$D_{\max} = 2\beta\omega_0\alpha_{\text{res}}\Theta \approx 2\beta\omega_{\text{res}}\alpha_{\text{res}}\Theta$$

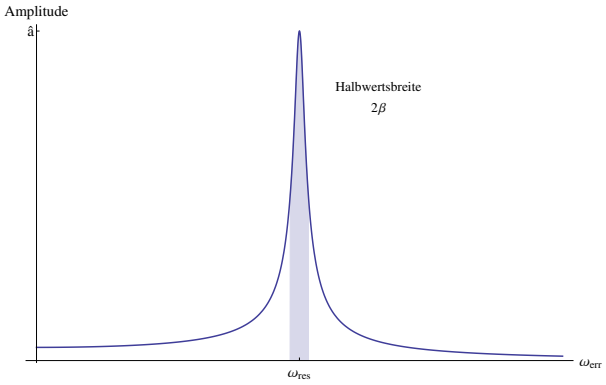

Abbildung 1: Resonanzkurve der angeregten Schwingung mit schwacher Dämpfung. Gut zu sehen ist die Vergrößerung der Amplitude in der Nähe der Resonanzfrequenz.

Bei Anregungsfrequenzen ungleich der Resonanzfrequenz ist die Amplitude bedeutend kleiner. Die so entstehende Resonanzkurve (Auftragen der Amplitude über der Anregungsfrequenz) hat um die Resonanzfrequenz eine

Halbwertsbreite von 2β. Wird die Anregung unterbrochen, so schwingt das System frei mit einer schwachen Dämpfung, was zu einer abklingenden Amplitude mit $e^{-\beta t}$ führt.

3.2 Magnetisierung

Wie oben gesehen ist für die Berechnung des g-Faktors der Wert für die maximale Änderung der Magnetisierung nötig. Der Zylinder wird durch eine äußere Spule mit Wechselspannung magnetisiert. Da er ferromagnetisch ist, zeigt er vor allem auch Effekte wie Hysterese und Sättigung. Der sinusförmige Verlauf des Stroms, der sich auch direkt auf das H-Feld überträgt, gilt also nicht mehr für die Magnetisierung. Um die Auswertung zu vereinfachen, schätzen wir die maximale Änderung der Magnetisierung (bei Resonanz) durch die erste Fourierkomponente dieser Änderung ab. Das ist möglich, da nur sie hauptsächlich für die physikalische Wirkung verantwortlich ist und alle anderen Komponenten klein werden. Als einzige Messgröße steht uns die in einer zweiten Spule induzierte Spannung U_{ind} zur Verfügung. Um aus ihr jetzt die benötigte erste Fourierkomponente der zeitlichen Änderung der Magnetisierung $(\mathrm{d}M/\mathrm{d}M)_1$ zu erhalten, haben wir zwei Möglichkeiten:

3.3 Herleitung aus der Sättigung

Da die Magnetisierung aufgrund dem Verlauf des Stroms eine ungerade Funktion ist, ist der erste Fourierkoeffizient bei Resonanz nur gegeben durch einen sinusartigen Term:

$$\left(\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}\right)_1 = \frac{2}{T}\int_0^T \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}\sin(\omega_{\text{Res}}t)\ \mathrm{dt}$$

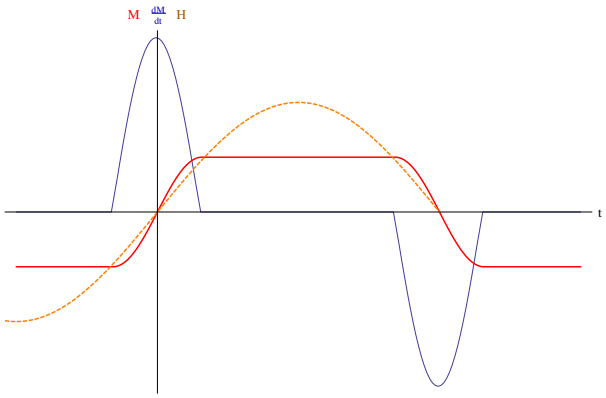

Abbildung 2: Verlauf von H-Feld, Magnetisierung und Ableitung bei Hysterese und Sättigung.

Wir nehmen in diesem Fall vereinfachend an, dass die Magnetisierung fast direkt von Sättigung zu Sättigung wechselt - die Ableitung also nur aus sehr schmalen Peaks bei den Zeiten $t = T/4$ und $t = 3T/4$ besteht. Wir nähern das Integral also an mit

$$\left(\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}\right)_1 \approx \frac{2}{T}\int_0^{T/2}\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}\sin(\pi/2)\ \mathrm{dt}$$

$$+\frac{2}{T}\int_{T/2}^{T}\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}\sin(3\pi/2)\ \mathrm{dt} = -\frac{8M_S}{T}$$

wenn M_S die Magnetisierung in der Sättigung ist. Die Sättigungsmagnetisierung lässt sich jetzt aus der Spannung welche in eine zweite Spule induziert wird bestimmen. Sie ergibt sich aus dem Durchflutungsgesetz und man erhält nach einiger Rechnung (siehe Vorbereitungshilfe)

$$M_S = \frac{1}{2\mu_0 N_{\text{Ind}} A_{\text{Stab}}}\int_0^{T/2} U_{\text{ind}}\ \mathrm{dt} - \frac{N_{\text{Feld}}\hat{I}}{l}\frac{A_{\text{Spule}}}{A_{\text{Stab}}}$$

wobei A die Querschnittsfläche, l die Länge des Stabs und N die Windungszahlen der Spulen

sind. I ist der fließende Strom. Das Integral über die induzierte Spannung kann über ein Galvanometer (fast ideales Messgerät für kleinste elektronische Größen, welches mit einem sich in einer Spule drehenden Spiegel funktioniert) bestimmt werden. Das hier verwendete Galvanometer ist so eingestellt, dass es die ankommende Ladung misst (also das Integral über den Strom - dies entspricht schon dem gesuchten Integral). Die fehlende Proportionalitätskonstante, um zwischen Zeigerausschlag und Ladung umzurechnen, kann über die Messung bei bekannten Kondensatorentladungen vorgenommen werden.

3.4 Herleitung aus dem genauen zeitlichen Verlauf

Die oben beschriebene Näherung funktioniert natürlich nur, wenn die Peaks sehr schmal sind. In anderen Fällen muss man zum genauen zeitlichen Verlauf der Magnetisierung übergehen. Da wir diese nicht direkt messen können, gehen wir wieder über die induzierte Spannung. Auch hier benötigen wir nur den ersten Fourierkoeffizienten. Man erhält:

$$\left(\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t}\right)_1 = -\frac{\alpha}{\mu_0 N_{\mathrm{Ind}} A_{\mathrm{Stab}}}(U_{\mathrm{ind}})_1 + \frac{N_{\mathrm{Feld}} \hat{I} \omega_{\mathrm{res}} A_{\mathrm{Spule}}}{A_{\mathrm{Stab}} l}$$

Der Eichfaktor α kann dabei aus den beiden Werten welche sich für beide Messmethoden ergeben berechnet werden. Die induzierte Spannung wird dabei durch ein Oszilloskop gemessen und kann somit am Computer in seine Fourierkomponenten zerlegt werden.

4 Erdmagnetfeld

Neben den mechanischen Schwierigkeiten und der Notwendigkeit, sehr genau zu messen (da die Auslenkungen sehr klein sind), kommt noch ein weiteres Problem hinzu: das Erdmagnetfeld. Die horizontale Komponente steht senkrecht auf dem magnetischen Moment des (hängenden) Zylinders. Durch den Wechselstrom in der Spule ändert sich die Richtung ständig. Der resultierende Drehmoment wechselt damit ebenfalls ständig seine Richtung und schaukelt sich somit zu einer transversaler Schwingung mit großer Amplitude auf. Der Effekt wird umso größer, wenn der Zylinder nicht zentriert in der anregenden Spule ist. Zur Kompensation der horizontalen Komponente des Erdmagnetfeldes wird ein Helmhotzspulenpaar benutzt.

Quellen

Vorbereitungshilfe