

Gitterschwingungen

Marcel Köpke & Axel Müller (Gruppe 144)

23.01.2013

Inhaltsverzeichnis

1	Vorbereitung	3
1.1	Einleitung	3
1.2	Theoretische Grundlagen	3
1.2.1	Die Kristallstruktur	3
1.2.2	Phasen- und Gruppengeschwindigkeit	4
1.2.3	Stehende Wellen	4
1.2.3.1	Kontinuierliche Massenverteilung	4
1.2.3.2	Diskrete Massenverteilung	5
1.2.4	Gitterschwingungen	5
1.2.4.1	Die einatomige Kette	6
1.2.4.2	Die zweiatomige Kette	8
2	Versuchsdurchführung	10
2.1	Messung der Eigenfrequenzen	10
2.1.1	Die einatomige Kette	10
2.1.2	Die zweiatomige Kette	11
2.2	Messung des Amplitudenverhältnisses	13
2.3	Messen der Kettenlänge	20
3	Auswertung	21
3.1	Dispersionsrelation $\omega(k)$	21
3.2	Schallgeschwindigkeit der einatomigen Kette	23
3.3	Massenverhältnis M/m	23
3.4	Bestimmung der Federkonstanten	23
3.4.1	der einatomigen Kette aus der Dispersionsrelation für ein beliebiges Wertepaar	23
3.4.2	der einatomigen Kette aus dem Ausdruck für die Schallgeschwindigkeit	24
3.4.3	der zweiatomigen Kette aus der Dispersionsrelation für ein beliebiges Wertepaar	24
3.5	Amplitudenverhältnis der zweiatomigen Kette	24
3.6	Amplitudenverhältnis in Abhängigkeit von k	25

1 Vorbereitung

1.1 Einleitung

Im Versuch “Gitterschwingungen” werden die Eigenschaften eines eindimensionalen, schwingenden Gitter untersucht. Dies geschieht anhand eines mechanischen Modells von Schlitten, die sich auf einer Luftkissenbahn bewegen und durch Federn verbunden sind. Die Schwingungen eines solchen Systems können durch den Wellenvektor $\vec{k}$ und die Kreisfrequenz ω beschrieben werden. Der Zusammenhang dieser beiden Größen wird Dispersionsrelation $\omega(\vec{k})$ genannt. In diesem Versuch wird die Dispersionsrelation des oben beschriebenen mechanischen Modells aus 12 Gleitern bestimmt.

1.2 Theoretische Grundlagen

1.2.1 Die Kristallstruktur

Ein Kristall besteht aus einer periodischen Anordnung von Atomgruppen, die wiederum aus einer periodischen Anordnung von Atomen bestehen. Die Anordnung der Atome wird durch ein Gitter beschrieben, das durch die Vektoren $\vec{a}_i$ aufgespannt ist. Für dieses Gitter werden folgende Annahmen gemacht:

- Die Wechselwirkungskräfte zwischen Atomen sind linear proportional zum Abstand der Atome zu ihrer Ruhelage
- Die Kopplung zwischen allen Atomen ist gleich stark
- Es werden nur die Wechselwirkungen zwischen benachbarten Atomen betrachtet
- Es wird lediglich die longitudinale Schwingung betrachtet

Neben dem Punktgitter definiert man zusätzlich ein Gitter im reziproken Raum, das durch die Vektoren $\vec{b}_i$ aufgespannt wird:

$$\vec{b}_i = \frac{2\pi}{V_{EZ}} \vec{a}_j \times \vec{a}_k$$

mit dem Volumen der Einheitszelle V_{EZ} . Im Reziproken Raum können dann Brillouin-Zonen definiert werden: Die erste Zone besteht aus allen Punkten des reziproken Raums, die dem Ursprung näher liegen als den anderen Gitterpunkten. Für die einfach kubische Kristallstruktur mit der Gitterkonstante a erstreckt sich die erste Brillouin-Zone in alle drei Raumrichtungen mit $\frac{\pi}{a}$.

1.2.2 Phasen- und Gruppengeschwindigkeit

Wie oben beschrieben ist eine Welle durch den Wellenvektor $\vec{k}$ und die Kreisfrequenz ω charakterisiert. Diese besitzt die Phasengeschwindigkeit

$$v_{Ph} = \frac{\omega}{k}$$

Diese beschreibt die Geschwindigkeit, mit der sich die Phase einer Welle ausbreitet. Zusätzlich breitet sich ein Wellenpaket als Ganzes aus. Diese Geschwindigkeit heißt Gruppengeschwindigkeit

$$v_{Gr} = \frac{\partial \omega}{\partial k}$$

Der einfachste Fall ist eine elektromagnetische Welle im Vakuum mit $\omega = c \cdot k$, bei dem die Phasen- und die Gruppengeschwindigkeit identisch sind. In Medien wird die Linearität von ω und k jedoch aufgehoben. Dort ist die Phasengeschwindigkeit meistens größer als die Gruppengeschwindigkeit. Die Funktion

$$\omega = f(\vec{k})$$

nennt man Dispersionsrelation.

1.2.3 Stehende Wellen

Von einer stehenden Welle spricht man wenn

$$v_{Gr} = 0$$

Dabei unterscheidet man zwischen der kontinuierlichen Massenverteilung, also einer schwingenden Saite, und der diskreten Massenverteilung.

1.2.3.1 Kontinuierliche Massenverteilung

Bei kontinuierlichen Massenverteilungen und zwei festen Enden entspricht das Vielfache der halben Wellenlänge der Gesamtlänge L :

$$n \cdot \frac{\lambda}{2} = L$$

Somit gilt für den Wellenvektor:

$$k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{n\pi}{L}$$

Die zugehörige Frequenz ω_n heißt Eigenfrequenz.

1.2.3.2 Diskrete Massenverteilung

Bei diskreten Massenverteilungen ist der Abstand a zwischen den Massen der sich selbst einstellende Gleichgewichtsabstand. Die Massenpunkte schwingen dann um ihre Gleichgewichtslage. Auch hier sind nur für feste Enden stehende Wellen möglich. Eine Auslenkung ist jedoch nur dort definiert, wo sich ein Massenpunkt befindet. Somit ist die Wellenlänge nicht eindeutig bestimmbar: Zu jedem $\lambda < 2a$ existiert ein $\lambda > 2a$. Die unterschiedlichen Wellen mit gleicher Auslenkung sind physikalisch nicht unterscheidbar. Wir beschränken uns auf den Zustand $\lambda > 2a$, da dieser im Gegensatz zur kurzwelligen Alternative eindeutig ist. Somit gilt:

$$\begin{aligned}\lambda_{min} &= 2a \\ \lambda_{max} &= 2L\end{aligned}$$

Daher gilt für die maximale Modenzahl:

$$n_{max} = \frac{2L}{\lambda_{min}} = \frac{L}{a} = N$$

und weiterhin

$$k_{max} = \frac{2\pi}{\lambda_{min}} = \frac{\pi}{a}$$

1.2.4 Gitterschwingungen

In einem Atomgitter, können die Atome als Punktmassen angenommen werden, da die Größe des Kerns, der die gesamte Atommasse beinhaltet sehr viel kleiner als der Abstand zwischen den Kernen ist. Die Wechselwirkung zwischen Atomen besteht hauptsächlich aus der Bindung durch die Valenzelektronen, die einen Zustand minimaler Energie besetzen. Wird ein Atom aus der Gleichgewichtslage ausgelenkt, erhöht sich die Energie. Diese Energie wird beim Zurückkehren in die Gleichgewichtslage wieder abgegeben. Der Verlauf dieses Potentials ist in der Grafik dargestellt.

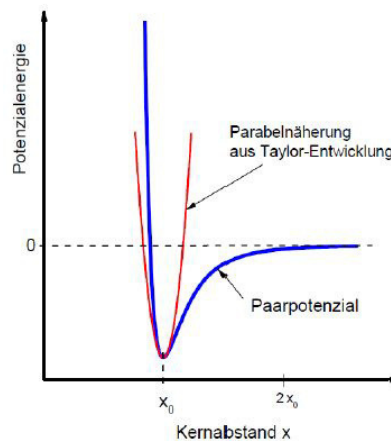


Abbildung 1.1: Potentialverlauf, Quelle: Vorbereitungshilfe

Für kleine Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage kann dieses Potential durch eine Taylorentwicklung genähert werden. Aus symmetriegründen verschwindet der lineare Term und wir erhalten:

$$\Phi(x) \approx \Phi_0 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \Big|_{x_0} (x - x_0)^2$$

Zudem wird ausgenutzt, dass die Wechselwirkung mit wachsender Entfernung rasch abnimmt, wodurch lediglich die Wechselwirkung zwischen benachbarten Atomen berücksichtigt werden muss. Somit kann die Bindung zwischen zwei Atomen durch Federn dargestellt werden, die dem Hookeschen Gesetz folgen. Der Term $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \Big|_{x_0}$ entspricht dann der Federkonstanten D .

1.2.4.1 Die einatomige Kette

Allgemein

Mit den obigen Bedingungen gilt für die einatomige Kette folgende Newtonsche Bewegungsgleichung:

$$m\ddot{s}_j(t) = F_{j,j+1} + F_{j,j-1}$$

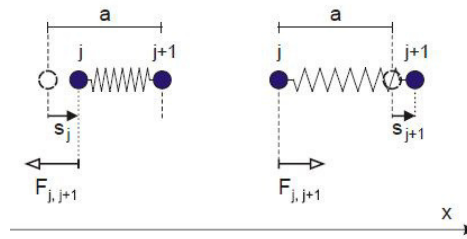


Abbildung 1.2: Kraft auf Atomkern; Quelle: Vorbereitungshilfe

Setzt man nun für die Kraft die einer Hookeschen Feder ein erhält man:

$$m\ddot{s}_j(t) = D(s_{j+1} + s_{j-1} - 2s_j)$$

Zum Lösen dieser Differentialgleichung wählt man den Ansatz:

$$s_j = s_0 \cdot e^{i(kx - \omega t)}$$

x kann als vielfaches des Gitterabstands a beschrieben werden. Mit diesem Ansatz erhält man:

$$m\omega^2 = D(2 - (e^{ika} + e^{-ika})) = D(2 - 2 \cdot \cos(ka))$$

Für die Dispersionsrelation der linearen einatomigen Kette erhält man mit $1 - \cos(x) = 2 \sin^2(\frac{x}{2})$

$$\omega(k) = \sqrt{\frac{4D}{m}} \left| \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \right|$$

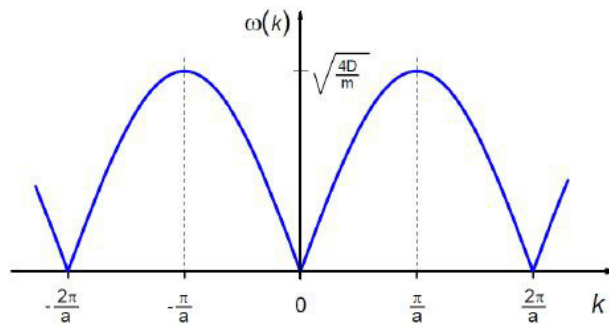


Abbildung 1.3: Dispersionsrelation: einatomige Kette; Quelle: Vorbereitungshilfe

Die zugehörigen k -Werte ergeben sich aus den Bedingungen der stehenden Welle. Da im Kristall viele Massenpunkte vorhanden sind, erhält man einen kontinuierlichen Verlauf. Im Versuch werden wir lediglich 12 Punkte erhalten.

Grenzfälle

$k \approx 0$: Für kleine k bzw. große λ kann der Sinus als $\sin(x) \approx x$ genähert werden. Für die Dispersionsrelation gilt dann:

$$\omega(k) = \sqrt{\frac{Da^2}{m}} |k|$$

In diesem Fall sind dann die Phasen- und die Gruppengeschwindigkeit identisch:

$$v_{Gr} = v_{Ph} = \sqrt{\frac{Da^2}{m}}$$

Dies Geschwindigkeit entspricht der Schallgeschwindigkeit der eindimensionalen Kette.

$k \approx \frac{\pi}{a}$: Am Zonenrand geht die Steigung der Dispersionsrelation gegen Null. Somit gilt für die Gruppengeschwindigkeit $v_{Gr} = 0$. Die Wellenlänge wird minimal und liegt bei $\lambda = 2a$.

Modellkristall

Die stehende Welle ist das Resultat einer einlaufenden Welle und einer zurücklaufenden Welle mit der Phasenverschiebung π :

$$s_j = 2s_0 \cdot \sin(\omega t) \cdot \sin(k_n a_1 j)$$

Der Modellkristall besteht aus 12 Massen und 13 Federn mit $L = 13 \cdot a_1$. Somit folgt:

$$k_n = \frac{n\pi}{L} = \frac{n\pi}{13a_1}$$

Wie oben bereits erwähnt entspricht die maximale Zahl der Moden der Anzahl der Massen: $N = 12$. Die stehende Welle ist also Proportional zu $\sin(\frac{n\pi}{13}j)$.

1.2.4.2 Die zweiatomige Kette

Allgemein

Die Newtonsche Bewegungsgleichungen für eine zweiatomige Kette mit den Massen m_1 und m_2 und den Auslenkungen $u_j(t)$ und $v_j(t)$ lauten:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{u}_j(t) &= D(v_j + v_{j-1} - 2u_j) \\ m_2 \ddot{v}_j(t) &= D(u_{j+1} + u_j - 2v_j) \end{aligned}$$

Als Ansatz dienen uns:

$$\begin{aligned} u_j(t) &= u_0 \cdot e^{i(ka - \omega t)} \\ v_j(t) &= v_0 \cdot e^{i(ka - \omega t)} \end{aligned}$$

Damit erhält man das Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} -\omega^2 m_1 u &= Dv(1 + e^{-ika}) - 2Du \\ -\omega^2 m_2 v &= Du(1 + e^{ika}) - 2Dv \end{aligned}$$

Aus der Bedingung der eindeutigen Lösbarkeit ergibt sich über die Determinante dieses Gleichungssystems mit $\mu = \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)$ für die Dispersionsrelation:

$$\omega_{\pm}^2 = D\mu \pm D\sqrt{\mu^2 - \frac{4}{m_1 \cdot m_2} \sin^2\left(\frac{ka}{2}\right)}$$

Für jede Wellenzahl k ergeben sich zwei Lösungen der Dispersionsrelation, die durch eine Frequenzlücke getrennt sind.

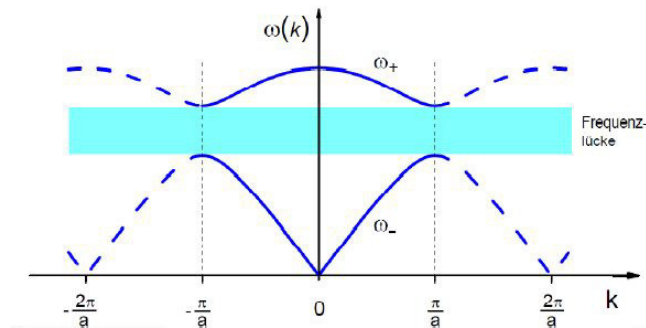


Abbildung 1.4: Dispersionsrelation für zweiatomige Kette; Quelle Vorbereitungshilfe

Die Linie für ω_+ wird hierbei optischer Zweig genannt, die Linie für ω_- akustischer Zweig. Bei der Lösung für ω_+ schwingen die Massen gegenphasig. Ist die Ladung dabei nicht homogen verteilt entsteht ein Dipolmoment an das elektromagnetische Wellen koppeln können. Daher wird dieser Zweig optischer Zweig genannt. Beim akustischen Zweig schwingen die Atome in Phase, was keine Wechselwirkung mit elektromagnetischer Strahlung zulässt.

Grenzfälle

$k \approx 0$: Geht k gegen Null, so kann man die Näherung $\sin(x) \approx x$ nähern und die Wurzel bis zur ersten Ordnung entwickeln. Damit erhält man für die Dispersionsrelationen:

$$\begin{aligned}\omega_-(k) &= \sqrt{\frac{Da^2}{2(m_1 + m_2)}}k \\ \omega_+(k) &= \sqrt{2D \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)}\end{aligned}$$

Aus dem akustischen Ast lassen sich die Gruppen- und Phasengeschwindigkeit ableiten:

$$v_{Gr} = \frac{d\omega(k)}{dk} = v_{Ph} = \frac{\omega(k)}{k} = \sqrt{\frac{Da^2}{2(m_1 + m_2)}}$$

$k \approx \frac{\pi}{a}$ In diesem Fall erhält man für die Dispersionsrelationen:

$$\begin{aligned}\omega_+^2 &= \frac{2D}{m} \\ \omega_-^2 &= \frac{2D}{M}\end{aligned}$$

Modellkristall Der Modellkristall für die zweiatomige Kette ist fast gleich wie der der einatomigen Kette. Lediglich die zusätzlichen Gewichte auf jedem zweiten Wagen wurden verändert. Es gibt nun zwar immer noch 13 Federlängen, aber die Gitterkonstante beinhaltet immer zwei davon. Somit ist die Länge $L = 6,5 \cdot a$ und es gilt:

$$k_n = \frac{n\pi}{6,5 \cdot a}$$

$$N = 6$$

2 Versuchsdurchführung

2.1 Messung der Eigenfrequenzen

2.1.1 Die einatomige Kette

Zunächst haben wir die Gitterschwingung für die einatomige Kette aufgenommen. Dazu regten wir einen Gleiter mit der Hand an und haben nach der Einschwingphase mit Hilfe der Kamera und des LabVIEW-Programms die Eigenfrequenzen bestimmt. Wir nahmen 4 Datensätze auf und erhielten folgende Messwerte:

Frequenz ω_i	Gleiter 1	Gleiter 2	Frequenz ω_i	Gleiter 1	Gleiter 2
1	0,277319	0,277319	1	0,277147	0,277144
2	0,550573	0,550485	2	0,550421	0,550424
3	0,816792	0,816828	3	0,816125	0,816109
4	1,07190	1,071985	4	1,072566	1,072568
5	1,313732	1,313731	5	1,314007	1,314100
6	1,536870	1,536864	6	1,536164	1,536166
7	1,741618	1,741630	7	1,739951	1,739936
8	1,918353	1,918361	8	1,918364	1,918363
9	2,066852	2,066780	9	2,065414	2,065446
10	2,186894	2,186903	10	2,187024	2,187025
11	2,277502	2,277498	11	2,275961	2,275859
12	2,328457	2,328462	12	2,327668	2,327660

Tabelle 2.1: 1. & 2. Datensatz

Frequenz ω_i	Gleiter 1	Gleiter 2	Frequenz ω_i	Gleiter 1	Gleiter 2
1	0,277090	0,277090	1	0,276788	0,276785
2	0,550996	0,550997	2	0,550638	0,550637
3	0,817011	0,817005	3	0,816789	0,816852
4	1,072704	1,072702	4	1,072548	1,072549
5	1,314378	1,314386	5	1,314061	1,314029
6	1,537052	1,537047	6	1,537191	1,537188
7	1,741623	1,741624	7	1,741364	1,741440
8	1,919070	1,919087	8	1,918158	1,918149
9	2,066888	2,066886	9	2,066281	2,066180
10	2,187858	2,187854	10	2,187135	2,187129
11	2,278447	2,278444	11	2,277270	2,277231
12	2,328873	2,328869	12	2,327985	2,327992

Tabelle 2.2: 3. & 4. Datensatz

Damit erhielten wir im Mittel:

Frequenz ω_i	Gleiter 1	Gleiter 2
1	0,277086	0,277085
2	0,550657	0,550636
3	0,816679	0,816699
4	1,072430	1,072451
5	1,314045	1,314062
6	1,536819	1,536816
7	1,741139	1,741158
8	1,918486	1,918490
9	2,066359	2,066323
10	2,187228	2,187228
11	2,277295	2,277258
12	2,328246	2,328246

Tabelle 2.3: Mittelwerte

2.1.2 Die zweiatomige Kette

Nun sollten die Eigenfrequenzen der zweiatomigen Kette ermittelt werden. Dazu schraubten wir die Gewichte auf jeden zweiten Gleiter und gingen gleich vor wie bei der einatomigen Kette. Wir erhielten folgende Messwerte:

Frequenz ω_i	Gleiter 1	Gleiter 2	Frequenz ω_i	Gleiter 1	Gleiter 2
1	0,240581	0,240580	1	0,240347	0,240346
2	0,477505	0,477501	2	0,477457	0,477457
3	0,705543	0,705571	3	0,705539	0,705522
4	0,918952	0,918951	4	0,919045	0,919044
5	1,110497	1,110495	5	1,110874	1,110874
6	1,247100	1,247097	6	1,247837	1,247824
7	1,659036	1,659028	7	1,658820	1,658819
8	1,756602	1,756628	8	1,756350	1,756297
9	1,865980	1,865983	9	1,865625	1,865626
10	1,963323	1,963297	10	1,963399	1,963428
11	2,035776	2,035783	11	2,036342	2,036358
12	2,077858	2,077865	12	2,077347	2,077350

Tabelle 2.4: 1. & 2. Datensatz

Frequenz ω_i	Gleiter 1	Gleiter 2	Frequenz ω_i	Gleiter 1	Gleiter 2
1	0,239668	0,239666	1	0,240428	0,240425
2	0,476504	0,476509	2	0,476502	0,476498
3	0,704928	0,704895	3	0,705420	0,705440
4	0,919147	0,919148	4	0,919578	0,919576
5	1,110088	1,110074	5	1,110654	1,110638
6	1,247875	1,247874	6	1,247583	1,247591
7	1,658958	1,658932	7	1,659301	1,659352
8	1,755797	1,755709	8	1,756290	1,756280
9	1,865751	1,865756	9	1,865476	1,865461
10	1,962916	1,962848	10	1,963332	1,963352
11	2,036214	2,036242	11	2,035312	2,035297
12	2,077647	2,077638	12	2,077393	2,077383

Tabelle 2.5: 3. & 4. Datensatz

Frequenz ω_i	Gleiter 1	Gleiter 2
1	0,240256	0,240254
2	0,476992	0,476991
3	0,705358	0,705357
4	0,919181	0,919180
5	1,110528	1,110520
6	1,247599	1,247597
7	1,659029	1,659033
8	1,756260	1,756229
9	1,865708	1,865707
10	1,963243	1,963231
11	2,035911	2,035920
12	2,077561	2,077559

Tabelle 2.6: Mittelwerte

2.2 Messung des Amplitudenverhältnisses

In dieser Aufgabe sollten die Amplitudenverhältnisse zwischen den leichten und den schweren Massen der zweiatomigen Kette bei den 12 verschiedenen Moden gemessen werden. Die Anregung der Schwingung wurde durch einen Schrittmotor verwirklicht, dessen Drehfrequenz auf die oben bestimmten Werte eingestellt wurde. Wir erhielten folgende Messwerte:

<i>Messung_i</i>	Amplitude Gleiter 1[mm]	Amplitude Gleiter 2 [mm]
1	234,953791	263,013987
2	238,444534	266,638989
3	238,713052	267,041766
4	239,250089	267,578804
5	239,787127	268,2501
6	240,189905	268,787137
7	240,726942	269,458434
8	241,263979	269,995471
9	241,532498	270,532508
10	241,935276	271,069546
11	242,203794	271,338064
12	242,740831	271,606583
13	243,143609	272,14362
14	243,546387	272,546398
15	243,949165	272,949176
16	244,351943	273,486213
17	244,754721	273,754732
18	245,157499	274,15751
19	245,426018	274,560288
20	245,963055	275,231584
<i>Messung_i</i>	Amplitude Gleiter 1[mm]	Amplitude Gleiter 2 [mm]
1	216,157488	154,935243
2	216,560266	155,203762
3	216,560266	155,203762
4	216,963044	155,338021
5	216,828785	155,203762
6	216,828785	155,203762
7	216,828785	155,203762
8	216,963044	155,203762
9	216,963044	155,203762
10	216,963044	155,203762
11	216,963044	155,203762
12	216,963044	155,203762
13	216,828785	155,203762
14	216,963044	155,203762
15	216,963044	155,203762
16	216,828785	155,203762
17	216,828785	155,203762
18	216,560266	155,203762
19	216,694525	155,069502
20	216,694525	155,203762

Tabelle 2.7: 1. & 2. akustische Mode

<i>Messung_i</i>	Amplitude Gleiter 1[mm]	Amplitude Gleiter 2 [mm]
1	38,398162	79,212993
2	38,263903	79,212993
3	38,263903	79,212993
4	38,263903	79,212993
5	38,263903	79,212993
6	38,398162	79,212993
7	38,398162	79,212993
8	38,532422	79,212993
9	38,532422	79,212993
10	38,398162	79,212993
11	38,398162	79,212993
12	38,398162	79,078733
13	38,398162	79,078733
14	38,398162	78,810215
15	38,398162	78,810215
16	38,398162	78,810215
17	38,398162	78,944474
18	38,398162	78,810215
19	38,398162	78,810215
20	38,398162	78,810215
<i>Messung_i</i>	Amplitude Gleiter 1[mm]	Amplitude Gleiter 2 [mm]
1	103,11115	178,8334
2	102,842631	178,699141
3	102,842631	178,699141
4	102,842631	178,564882
5	102,708372	178,296363
6	102,574112	178,296363
7	102,574112	178,027844
8	102,305594	177,759326
9	102,305594	177,759326
10	102,171334	177,625066
11	102,171334	177,490807
12	102,037075	177,356548
13	102,037075	177,222288
14	102,037075	177,222288
15	102,037075	177,222288
16	102,037075	177,088029
17	102,037075	176,95377
18	101,768557	176,95377
19	101,768557	176,685251
20	101,634297	176,685251

Tabelle 2.8: 3. & 4. akustische Mode

<i>Messung_i</i>	Amplitude Gleiter 1[mm]	Amplitude Gleiter 2 [mm]
1	86,597255	31,14816
2	86,597255	31,14816
3	86,597255	31,14816
4	86,597255	31,14816
5	86,597255	31,14816
6	86,597255	31,14816
7	86,731514	31,416678
8	86,865773	31,14816
9	86,731514	31,14816
10	86,731514	31,282419
11	86,865773	31,416678
12	86,865773	31,416678
13	87,134292	31,416678
14	87,134292	31,282419
15	87,134292	31,416678
16	87,268551	31,416678
17	87,53707	31,416678
18	87,53707	31,416678
19	87,53707	31,416678
20	87,671329	31,416678
<i>Messung_i</i>	Amplitude Gleiter 1[mm]	Amplitude Gleiter 2 [mm]
1	17,319451	101,768557
2	17,185192	101,768557
3	17,185192	101,768557
4	17,319451	101,768557
5	17,45371	102,305594
6	17,185192	102,305594
7	17,319451	102,305594
8	17,45371	102,439853
9	17,319451	102,842631
10	17,319451	102,708372
11	17,319451	102,574112
12	17,45371	102,842631
13	17,45371	103,11115
14	17,45371	103,11115
15	17,45371	103,11115
16	17,58797	103,379668
17	17,45371	103,513928
18	17,45371	103,379668
19	17,58797	103,648187
20	17,45371	103,782446

Tabelle 2.9: 5. & 6. akustische Mode

<i>Messung_i</i>	Amplitude Gleiter 1[mm]	Amplitude Gleiter 2 [mm]
1	21,253143	6,451847
2	21,253143	6,578354
3	21,126636	6,32534
4	21,506157	6,578354
5	21,37965	6,32534
6	21,37965	6,704861
7	21,000129	6,451847
8	21,37965	6,704861
9	21,126636	6,451847
10	21,37965	6,32534
11	21,37965	6,578354
12	21,37965	6,578354
13	21,37965	6,451847
14	21,37965	6,578354
15	21,37965	6,451847
16	21,253143	6,451847
17	21,506157	6,704861
18	21,37965	6,578354
19	21,253143	6,578354
20	21,253143	6,325340
<i>Messung_i</i>	Amplitude Gleiter 1[mm]	Amplitude Gleiter 2 [mm]
1	63,253402	5,313286
2	63,126895	5,313286
3	63,126895	5,313286
4	63,000388	5,186779
5	63,000388	5,186779
6	63,253402	5,313286
7	63,126895	5,313286
8	63,000388	5,313286
9	62,873881	5,313286
10	63,000388	5,313286
11	63,000388	5,186779
12	63,000388	5,186779
13	63,000388	5,060272
14	62,873881	5,186779
15	62,747374	5,186779
16	63,000388	5,186779
17	62,873881	5,186779
18	63,000388	5,060272
19	62,873881	5,313286
20	62,873881	5,186779

Tabelle 2.10: 6. & 5. optische Mode

<i>Messung_i</i>	Amplitude Gleiter 1[mm]	Amplitude Gleiter 2 [mm]
1	40,102657	29,729099
2	41,241218	30,235126
3	41,241218	30,235126
4	41,241218	30,108619
5	40,988204	29,855606
6	41,494232	30,235126
7	41,114711	30,48814
8	41,367725	29,855606
9	41,620738	29,982112
10	41,114711	30,614646
11	41,367725	30,235126
12	41,494232	30,361633
13	41,241218	30,108619
14	41,494232	30,614646
15	41,367725	30,361633
16	41,494232	30,361633
17	41,873752	30,235126
18	42,000259	30,48814
19	41,873752	30,614646
20	41,747245	30,741153
<i>Messung_i</i>	Amplitude Gleiter 1[mm]	Amplitude Gleiter 2 [mm]
1	12,397667	11,638626
2	12,397667	11,765133
3	12,777187	12,018146
4	12,903694	12,018146
5	12,144653	11,765133
6	12,27116	12,144653
7	13,030201	12,27116
8	12,777187	12,018146
9	12,65068	11,638626
10	13,030201	11,385612
11	13,409721	11,638626
12	13,030201	11,89164
13	12,903694	11,765133
14	12,903694	12,018146
15	12,524174	11,89164
16	12,524174	12,018146
17	13,156708	12,27116
18	13,030201	11,765133
19	12,777187	11,638626
20	13,156708	11,765133

Tabelle 2.11: 4. & 3. optische Mode

<i>Messung_i</i>	Amplitude Gleiter 1[mm]	Amplitude Gleiter 2 [mm]
1	28,970058	11,89164
2	30,108619	12,65068
3	30,108619	12,903694
4	30,108619	12,903694
5	30,361633	12,65068
6	30,86766	12,777187
7	30,614646	12,903694
8	30,614646	13,156708
9	30,614646	13,030201
10	30,361633	13,030201
11	30,48814	13,030201
12	30,86766	13,156708
13	30,741153	13,030201
14	30,741153	13,409721
15	30,614646	13,156708
16	30,994167	13,030201
17	30,86766	12,903694
18	30,86766	13,156708
19	31,120674	13,156708
20	31,500194	13,156708
<i>Messung_i</i>	Amplitude Gleiter 1[mm]	Amplitude Gleiter 2 [mm]
1	12,65068	8,602463
2	11,89164	8,222942
3	13,030201	9,10849
4	12,397667	8,349449
5	11,765133	8,602463
6	12,27116	8,475956
7	13,030201	8,602463
8	11,89164	8,349449
9	12,397667	8,855476
10	12,903694	8,602463
11	12,018146	8,981983
12	12,27116	8,475956
13	12,524174	8,349449
14	12,397667	8,602463
15	12,777187	9,234997
16	13,156708	8,728969
17	12,397667	8,728969
18	12,397667	8,602463
19	13,409721	8,475956
20	12,903694	8,602463

Tabelle 2.12: 2. & 1. optische Mode

2.3 Messen der Kettenlänge

Abschließend sollte noch die Kettenlänge bestimmt werden. Mit Hilfe eines Maßbandes ermittelten wir die Länge

$$L = 542,47cm$$

3 Auswertung

3.1 Dispersionsrelation $\omega(k)$

Zunächst stellen wir die Eigenkreisfrequenzen für die einatomige und zweiatomige Kette als Funktion des Wellenvektors graphisch dar:

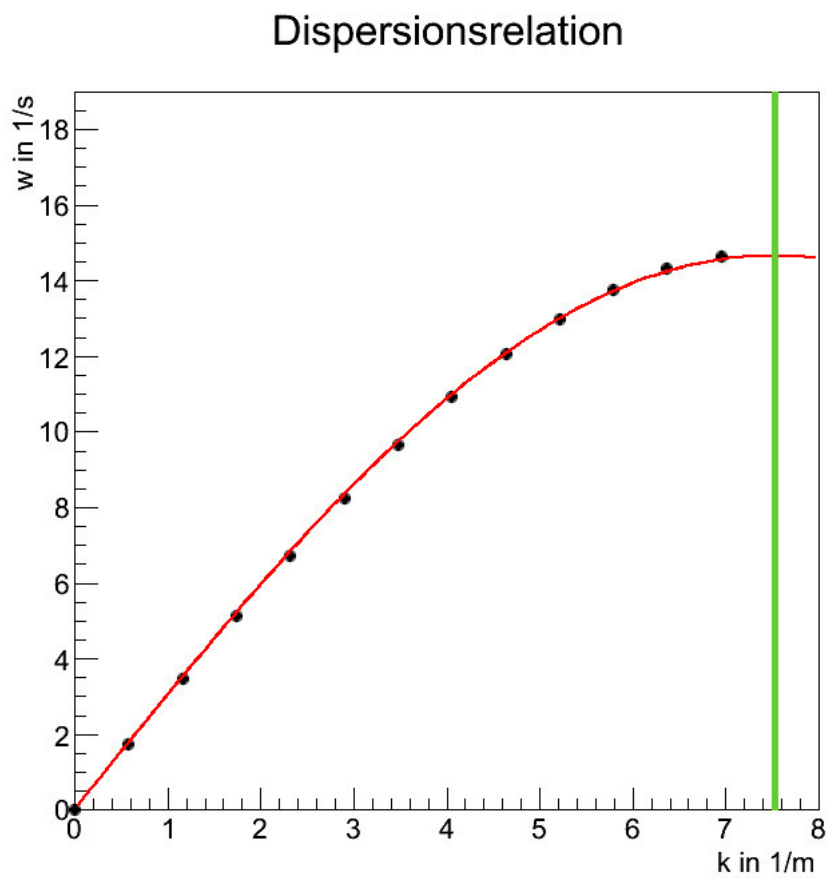


Abbildung 3.1: Dispersionsrelation; einatomige Kette

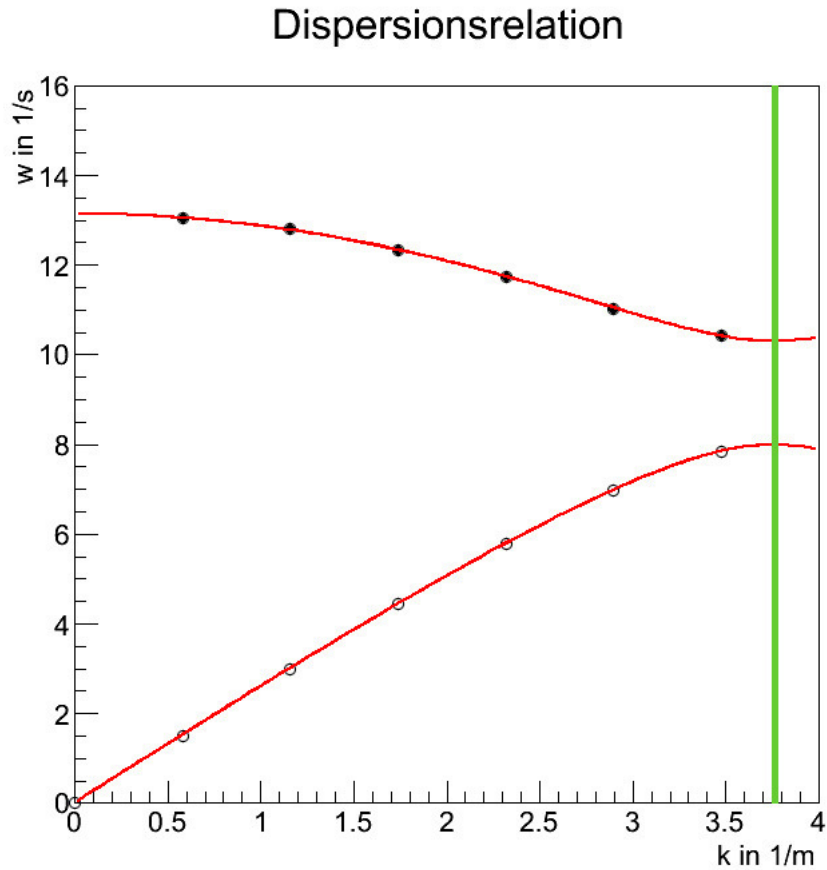


Abbildung 3.2: Dispersionsrelation; zweiatomige Kette

Die schwarzen Punkte gehören zu den optischen Moden.

Zudem sollen die Werte für die Gitterkonstante a und den Zonenrand $\frac{\pi}{a}$ (in den Abbildungen oben: grüne Linie) angegeben werden. Wir erhalten für die einatomige Kette:

$$\begin{aligned} a_1 &= (0.4173 \pm 0.0008) m \\ \frac{\pi}{a_1} &= (7.53 \pm 0.01) \frac{1}{m} \end{aligned}$$

Für die zweiatomige Kette erhalten wir:

$$\begin{aligned} a_2 &= (0.835 \pm 0.002) m \\ \frac{\pi}{a_2} &= (3.764 \pm 0.007) \frac{1}{m} \end{aligned}$$

Die Fehler und die Größen erhalten wir aus:

$$L = (5,42 \pm 0,01) m$$

wobei wir einen Fehler von 1 cm angenommen haben da das Maßband sehr durchhing.

3.2 Schallgeschwindigkeit der einatomigen Kette

Aus der linearisierten Steigung zwischen dem ersten Wertepaar und dem Ursprung erhalten wir für die Schallgeschwindigkeit:

$$\begin{aligned}v_{s,1} &= (3.006 \pm 0.006) \frac{m}{s} \\v_{s,2} &= (2.607 \pm 0.005) \frac{m}{s}\end{aligned}$$

Die Fehler ergeben sich durch Fortpflanzung. Der Fehler der k-Werte bestimmt sich direkt aus dem Fehler von L. Für den Fehler für ω haben wir

$$\sigma_{\omega} = 0.001 \frac{rad}{s}$$

angenommen.

3.3 Massenverhältnis M/m

Aus den Schallgeschwindigkeiten bestimmt sich das Massenverhältnis wie folgt:

$$\frac{M}{m} = 2 \frac{v_{s,1}}{v_{s,2}} - 1 = (1.307 \pm 0.006)$$

Damit liegen wir unter dem erwarteten Wert von 1,5, aber immer noch in der richtigen Größenordnung. Damit erhalten wir für die schwere Masse M:

$$M = (0.659 \pm 0.003) kg$$

3.4 Bestimmung der Federkonstanten

Hier soll nun die Federkonstante auf verschiedene Weisen ermittelt werden. Alle Federn werden als identisch betrachtet.

3.4.1 der einatomigen Kette aus der Dispersionsrelation für ein beliebiges Wertepaar

Hier gilt:

$$D = \frac{\omega^2 m}{4 \sin^2 \left(\frac{ka}{2} \right)}$$

Mit der einatomigen Kette und der 9. Mode erhalten wir so:

$$D = (26.3 \pm 0.6) \frac{kg}{s^2}$$

3.4.2 der einatomigen Kette aus dem Ausdruck für die Schallgeschwindigkeit

Mit der Schallgeschwindigkeit von oben folgt:

$$D = m \left(\frac{v_{s,1}}{a_1} \right)^2 = (26.2 \pm 0.1) \frac{kg}{s^2}$$

3.4.3 der zweiatomigen Kette aus der Dispersionsrelation für ein beliebiges Wertepaar

Hier gilt für den optischen Zweig:

$$D = \frac{\omega_+^2}{\mu + \sqrt{\mu^2 - \frac{4}{mM} \sin^2 \left(\frac{ka}{2} \right)}}$$

Mit der 4. optischen Mode folgt:

$$D = (25.3 \pm 0.1) \frac{kg}{s^2}$$

Eindeutig liegen alle drei Ergebnisse im gleichen Bereich.

3.5 Amplitudenverhältnis der zweiatomigen Kette

Für die zweiatomige Kette stellten wir die Amplituden und deren Verhältnisse fest. Die Verhältnisse wurden mit dem Korrekturfaktor aus der Vorbereitungsmappe korrigiert:

$s_m(6)$	$s_M(7)$	$\frac{s_m(6)}{s_M(7)} \cdot \text{Korrektur}$	Mode	akustisch/optisch
241,902	270,707	0,893592	1	akustisch
216,795	155,19	-1,39696	2	akustisch
38,3847	79,0653	0,485481	3	akustisch
102,292	177,672	-0,575736	4	akustisch
86,9665	31,2958	2,77885	5	akustisch
17,3866	102,722	-0,169259	6	akustisch
21,3164	6,50878	-3,27502	6	optisch
63,0004	5,23106	12,0435	5	optisch
41,3741	30,2731	-1,36669	4	optisch
12,7898	11,8663	1,07783	3	optisch
30,5767	12,9543	-2,36035	2	optisch
12,5242	8,62776	1,45161	1	optisch

Tabelle 3.1: Amplitudenverhältnisse

Auffällig ist der Wert für das Verhältnis bei der fünften optischen Mode, der sehr groß ausfällt. Betrachtet man die Grafik aus der Vorbereitungshilfe, ist dies sehr unwahrscheinlich. Womöglich hat eine Störung während des Versuchs diesen Fehler verursacht. Die Versuchsreihe müsste erneut durchgeführt werden, um dies sicherzustellen.

3.6 Amplitudenverhältnis in Abhängigkeit von k

Ordnet man den Amplitudenverhältnissen die k-Werte zu, welche zu den eingestellten Frequenzen gehören, so erhält man folgendes Schaubild:

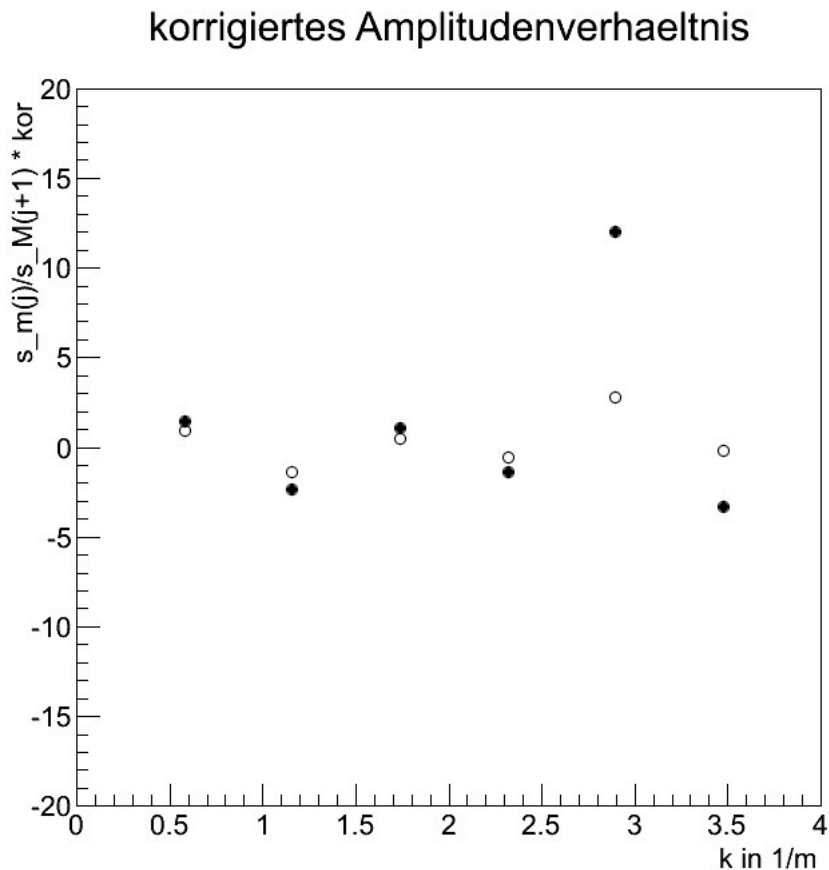


Tabelle 3.2: Schaubild

Die schwarzen Punkte sind auch hier wieder den optischen Moden zuzuordnen.

1 ROOT-Code

Für die Auswertung haben wir folgendes ROOT-Makro geschrieben:

```
void gs()
{
    aufgabe1();
    aufgabe2();
    aufgabe3();
    aufgabe4();
    aufgabe5();

    ofstream out("zusammenfassung.txt");
    out << "Zusammenfassung" << endl;
    out << "a1: " << a1 << endl;
    out << "d(a1): " << da1 << endl;
    out << "a2: " << a2 << endl;
    out << "d(a2): " << da2 << endl;
    out << "pi/a1: " << piovera1 << endl;
    out << "d(pi/a1): " << dpiovera1 << endl;
    out << "pi/a2: " << piovera2 << endl;
    out << "d(pi/a2): " << dpiovera2 << endl;
    out << "v1: " << v1 << endl;
    out << "d(v1): " << dv1 << endl;
    out << "v2: " << v2 << endl;
    out << "d(v2): " << dv2 << endl;
    out << "m2/m1: " << m2overm1 << endl;
    out << "d(m2/m1): " << dm2overm1 << endl;
    out << "m2: " << m2 << endl;
    out << "d(m2): " << dm2 << endl;
    out << "D11: " << D11 << endl;
    out << "d(D11): " << dD11 << endl;
    out << "D12: " << D12 << endl;
    out << "d(D12): " << dD12 << endl;
    out << "D2: " << D2 << endl;
    out << "d(D2): " << dD2 << endl;
    out << "leicht\t\ttschwer\t\ttverh" << endl;
    for(int i = 0; i < 12; i++)
    {
        out << sl[i] << "\t\t" << ss[i] << "\t\t" <<
            sloversskor[i] << endl;
    }
    out.close();
}
```

```

        return;
    }

    // globale Variablen
    double w1[13] = {0};
    double w2[13] = {0};
    double k1[13] = {0};
    double k2[13] = {0};
    double dw1[13] = {0};
    double dw2[13] = {0};
    double dk1[13] = {0};
    double dk2[13] = {0};
    double dw = 0.001; // Fehler f r w

    double sl[12]; // leichter Gleiter; Amplitude; die ersten 6
                   // akustisch, die letzten 6 optisch
    double ss[12]; // schwerer Gleiter; Amplitude; die ersten 6
                   // akustisch, die letzten 6 optisch
    double sloversskor[12]; // korrigierte amp.-verh ltnisse

    double L = 5.4247; // Gesamtl nge
    double dL = 0.01; // Fehler Gesamtl nge
    double a1; // L/nmax1
    double da1;
    double a2; // L/nmax2
    double da2;

    double piovera1; // pi/a1
    double piovera2; // pi/a2
    double dpiovera1;
    double dpiovera2;

    double v1; // schallgesch. einatomig
    double v2; // schallgesch. zweiatomig
    double dv1;
    double dv2;

    double m1 = 0.504; // leichter Gleiter
    double dm1 = 0.0;
    double m2; // schwerer Gleiter
    double dm2;
    double m2overm1; // m2/m1
    double dm2overm1;

```

```

double D11; // einatomig aus disp
double dD11;
double D12; // einatomig aus schall
double dD12;
double D2; // zweiatomig aus disp; benutze Mathematica!
double dD2;

void aufgabe1()
{
    cout << "Aufgabe 1" << endl;

    a1 = L/13.0;
    a2 = L/6.5;

    getmesswerte(w1+1, w2+1, dw1+1, dw2+1);
    makek(k1+1, k2+1, dk1+1, dk2+1);

    // Graphs
    TGraphErrors graph1(13, k1, w1, dk1, dw1);
    TGraphErrors graph2(7, k2, w2, dk2, dw2);
    TGraphErrors graph3(6, k2+7, w2+7, dk2+7, dw2+7);

    graph1.SetMarkerStyle(kFullCircle);
    graph2.SetMarkerStyle(kOpenCircle);
    graph3.SetMarkerStyle(kFullCircle);

    // Funktionen
    char cfunc1[200];
    char cfunc2[200];
    char cfunc3[200];

    sprintf(cfunc1, "TMath::Sqrt(4*[0]/%f)*TMath::Abs(sin(x*%f/2.0))", m1, a1);
    sprintf(cfunc2, "TMath::Sqrt(TMath::Abs([0]*(1.0/%f + 1.0/[1]) - [0]*TMath::Sqrt((1.0/%f + 1.0/[1])**2 - 4.0/(%f * [1]) * (sin(x*%f/2.0))**2)))", m1, m1, m1, a2);
    sprintf(cfunc3, "TMath::Sqrt(TMath::Abs([0]*(1.0/%f + 1.0/[1]) + [0]*TMath::Sqrt((1.0/%f + 1.0/[1])**2 - 4.0/(%f * [1]) * (sin(x*%f/2.0))**2)))", m1, m1, m1, a2);
}

```

```

TF1 func1("func1", cfunc1, 0.0, 8.0); //p0=D
TF1 func2("func2", cfunc2, 0.0, 4.0); //p0=D, p1=m2
TF1 func3("func3", cfunc3, 0.0, 4.0); //p0=D, p1=m2

func1.SetParameter(0, 27.0);
func2.SetParameters(27.0, 1.5*m1);
func3.SetParameters(27.0, 1.5*m1);

// Linien
TLine line1(TMath::Pi()/a1, 0.0, TMath::Pi()/a1, 19.0);
TLine line2(TMath::Pi()/a2, 0.0, TMath::Pi()/a2, 16.0);

line1.SetLineColor(kSpring-5);
line2.SetLineColor(kSpring-5);
line1.SetLineWidth(5);
line2.SetLineWidth(5);

//Zeichnen
TCanvas *c1 = new TCanvas("c1", "c1", 700, 700);
TH1F *drawframe1 = c1->DrawFrame(0.0, 0.0, 8.0, 19.0, "
    Dispersionsrelation");
drawframe1->SetTitle("k in 1/m");
drawframe1->SetTitle("w in 1/s");
graph1.Fit(&func1);
graph1.DrawClone("P");
func1.DrawClone("Same");
line1.DrawClone("Same");

TCanvas *c2 = new TCanvas("c2", "c2", 700, 700);
TH1F *drawframe2 = c2->DrawFrame(0.0, 0.0, 4.0, 16.0, "
    Dispersionsrelation");
drawframe2->SetTitle("k in 1/m");
drawframe2->SetTitle("w in 1/s");
graph2.Fit(&func2);
graph3.Fit(&func3);
graph2.DrawClone("P");
graph3.DrawClone("PSame");
func2.DrawClone("Same");
func3.DrawClone("Same");
line2.DrawClone("Same");

```

```

// Fehler berechnen und Sonstiges
cout << endl;

da1 = dL/13.0;
da2 = dL/6.5;

piovera1 = TMath::Pi()/a1;
piovera2 = TMath::Pi()/a2;

dpiovera1 = TMath::Pi()/(a1*a1)*da1;
dpiovera2 = TMath::Pi()/(a2*a2)*da2;

cout << "a1: " << a1 << endl;
cout << "d(a1): " << da1 << endl;

cout << "a2: " << a2 << endl;
cout << "d(a2): " << da2 << endl;

cout << "pi/a1: " << piovera1 << endl;
cout << "d(pi/a1): " << dpiovera1 << endl;

cout << "pi/a2: " << piovera2 << endl;
cout << "d(pi/a2): " << dpiovera2 << endl;

cout << endl << endl;
return;
}

void aufgabe2()
{
    cout << "Aufgabe 2" << endl;

    v1 = (w1[1] - w1[0])/(k1[1] - k1[0]);
    v2 = (w2[1] - w2[0])/(k2[1] - k2[0]);

    dv1 = TMath::Sqrt((1.0/(k1[1] - k1[0]))*(1.0/(k1[1] -
        k1[0])) * dw1[1]*dw1[1] +
        (1.0/(k1[1] - k1[0]))*(1.0/(k1[1] - k1[0])) * dw1
        [0]*dw1[0] +
        ((w1[1] - w1[0])/(k1[1] - k1[0])/(k1[1] - k1
        [0]))*((w1[1] - w1[0])/(k1[1] - k1[0])/(k1
        [1] - k1[0])) * dk1[1]*dk1[1] +

```

```

        ((w1[1] - w1[0]) / (k1[1] - k1[0]) / (k1[1] - k1[0])) * ((w1[1] - w1[0]) / (k1[1] - k1[0]) / (k1[1] - k1[0])) * dk1[0] * dk1[0]);

dv2 = TMath::Sqrt((1.0 / (k2[1] - k2[0])) * (1.0 / (k2[1] - k2[0])) * dw2[1] * dw2[1] +
    (1.0 / (k2[1] - k2[0])) * (1.0 / (k2[1] - k2[0])) * dw2[0] * dw2[0] +
    ((w2[1] - w2[0]) / (k2[1] - k2[0]) / (k2[1] - k2[0])) * ((w2[1] - w2[0]) / (k2[1] - k2[0]) / (k2[1] - k2[0])) * dk2[1] * dk2[1] +
    ((w2[1] - w2[0]) / (k2[1] - k2[0]) / (k2[1] - k2[0])) * ((w2[1] - w2[0]) / (k2[1] - k2[0]) / (k2[1] - k2[0])) * dk2[0] * dk2[0]);

cout << "v1: " << v1 << endl;
cout << "d(v1): " << dv1 << endl;
cout << "v2: " << v2 << endl;
cout << "d(v2): " << dv2 << endl;

cout << endl << endl;
return;
}

void aufgabe3()
{
    cout << "Aufgabe 3" << endl;

    m2overm1 = 2.0 * (v1 / v2) - 1.0;
    dm2overm1 = TMath::Sqrt( (2.0 / v2) * (2.0 / v2) * dv1 * dv1 +
        (2.0 * v1 / v2 / v2) * (2.0 * v1 / v2 / v2) * dv2 * dv2 );

    m2 = m2overm1 * m1;
    dm2 = m1 * dm2overm1;

    cout << "m2/m1: " << m2overm1 << endl;
    cout << "d(m2/m1): " << dm2overm1 << endl;
    cout << "m2: " << m2 << endl;
    cout << "d(m2): " << dm2 << endl;

    cout << endl << endl;
return;
}

```

```
}
```

```
void aufgabe4()
```

```
{
```

```
    cout << "Aufgabe 4" << endl;
```

```
    D11 = w1[1]*w1[1]/TMath::Sin(k1[1]*a1/2.0)/TMath::Sin(
        k1[1]*a1/2.0)*m1/4.0;
```

```
    dD11 = TMath::Sqrt( (2.0*w1[1]/TMath::Sin(k1[1]*a1/2.0)
        /TMath::Sin(k1[1]*a1/2.0)*m1/4.0)*(2.0*w1[1]/TMath::
        Sin(k1[1]*a1/2.0)/TMath::Sin(k1[1]*a1/2.0)*m1/4.0) *
        dw1[1]*dw1[1] +
```

```
        (w1[1]*w1[1]/TMath::Sin(k1[1]*a1
            /2.0)/TMath::Sin(k1[1]*a1/2.0)/
            TMath::Sin(k1[1]*a1/2.0)/TMath::
            Sin(k1[1]*a1/2.0)*TMath::Cos(k1
            [1]*a1/2.0) * a1/2.0 * m1 / 4.0)
            *(w1[1]*w1[1]/TMath::Sin(k1[1]*
            a1/2.0)/TMath::Sin(k1[1]*a1/2.0)
            /TMath::Sin(k1[1]*a1/2.0)/TMath
            ::Sin(k1[1]*a1/2.0)*TMath::Cos(
            k1[1]*a1/2.0) * a1/2.0 * m1 /
            4.0) *dk1[1]*dk1[1] +
```

```
        (w1[1]*w1[1]/
            TMath::Sin(
            k1[1]*a1
            /2.0)/TMath
            ::Sin(k1[1]*
            a1/2.0)/
            TMath::Sin(
            k1[1]*a1
            /2.0)/TMath
            ::Sin(k1[1]*
            a1/2.0)*
            TMath::Cos(
            k1[1]*a1
            /2.0) * k1
            [1]/2.0 * m1
            / 4.0)*(w1
            [1]*w1[1]/
            TMath::Sin(
            k1[1]*a1
            /2.0)/TMath
            ::Sin(k1[1]*
```



```

a1/2.0)/
TMath::Sin(
k1[1]*a1
/2.0)/TMath
::Sin(k1[1]*
a1/2.0)*
TMath::Cos(
k1[1]*a1
/2.0)*k1
[1]/2.0*m1
/4.0)*da1
*da1);

D12 = m1*(v1/a1)*(v1/a1);
dD12 = TMath::Sqrt((2.0*m1*v1/a1/a1)*(2.0*m1*v1/a1/a1)
*dv1*dv1 + (2.0*m1*v1*v1/a1/a1/a1)*(2.0*m1*v1*v1/a1/
a1/a1)*da1*da1);

D2 = 25.269; // Mathematica!!
dD2 = 0.0640935; // Mathematica!!

cout << "D11: " << D11 << endl;
cout << "d(D11): " << dD11 << endl;
cout << "D12: " << D12 << endl;
cout << "d(D12): " << dD12 << endl;
cout << "D2: " << D2 << endl;
cout << "d(D2): " << dD2 << endl;

cout << endl << endl;
return;
}

void aufgabe5()
{
    getamplitudenwerte();

    sloversskor[0] = sl[0]/ss[0];
    sloversskor[1] = -sl[1]/ss[1];
    sloversskor[2] = sl[2]/ss[2];
    sloversskor[3] = -sl[3]/ss[3];
    sloversskor[4] = sl[4]/ss[4];
    sloversskor[5] = -sl[5]/ss[5];
    sloversskor[6] = -sl[6]/ss[6];
}

```

```

sloverssskor[7] = sl[7]/ss[7];
sloverssskor[8] = -sl[8]/ss[8];
sloverssskor[9] = sl[9]/ss[9];
sloverssskor[10] = -sl[10]/ss[10];
sloverssskor[11] = sl[11]/ss[11];

TGraphErrors graph4(6, k2+1, sloverssskor);
TGraphErrors graph5(6, k2+1+6, sloverssskor+6);
graph4.SetMarkerStyle(kOpenCircle);
graph5.SetMarkerStyle(kFullCircle);

TCanvas *c3 = new TCanvas("c3", "c3", 700, 700);
TH1F *drawframe3 = c3->DrawFrame(0.0, -20.0, 4.0, 20.0,
    "korrigiertes Amplitudenverhaeltnis");
drawframe3->SetYTitle("s_m(j)/s_M(j+1) * kor");
drawframe3->SetXTitle("k in 1/m");
graph4.DrawClone("P");
graph5.DrawClone("PSame");

    return;
}

void getmesswerte(double *messwertel, double *messwerte2,
    double *dmesswertel, double *dmesswerte2)
{
    ifstream in;

    for(int i=0; i <12; i++)
        messwertel[i]=0;

    for(int i = 0; i < 4; i++)
    {
        char pfad[100];
        sprintf(pfad, "mess/A1_1At_%d.lvm", i+1);
        in.open(pfad);

        for(int j = 0; j<12; j++)
        {
            double tmp;
            in >> tmp;
            in >> tmp;
            messwertel[j] += tmp;

```

```

        in >> tmp;
        messwerte1[j] += tmp;
    }

    in.close();
}

for(int i=0; i <12; i++)
{
    messwerte1[i]/=8.0;
    messwerte1[i]*=2.0*TMath::Pi();
}

for(int i=0; i <12; i++)
    messwerte2[i]=0;

for(int i = 0; i < 4; i++)
{
    char pfad[100];
    sprintf(pfad, "mess/A1_2At_%d.lvm", i+1);
    in.open(pfad);

    for(int j = 0; j <12; j++)
    {
        double tmp;
        in >> tmp;
        in >> tmp;
        messwerte2[j] += tmp;
        in >> tmp;
        messwerte2[j] += tmp;
    }

    in.close();
}

for(int i=0; i <12; i++)
{
    messwerte2[i]/=8.0;
    messwerte2[i]*=2.0*TMath::Pi();
}

// Fehler f r beide auf 0.001 rad/s
for(int i = 0; i < 12; i++)

```

```

        {
            dmesswerte1[i] = dw;
            dmesswerte2[i] = dw;
        }

    return;
}

void makek(double *kwertel, double *kwerte2, double *dkwertel,
double *dkwerte2)
{
    for(int i = 0; i < 12; i++)
    {
        kwertel[i] = ((double) (i+1)) * TMath::Pi() /
            (13.0*a1);
        dkwertel[i] = kwertel[i] / (13.0*a1) * dL;
    }

    for(int i = 0; i < 6; i++)
    {
        kwerte2[i] = ((double) (i+1)) * TMath::Pi() /
            (6.5*a2);
        dkwerte2[i] = kwerte2[i] / (6.5*a2) * dL;
    }

    for(int i = 6; i < 12; i++)
    {
        kwerte2[i] = ((double) 12 - i) * TMath::Pi() /
            (6.5*a2);
        dkwerte2[i] = kwerte2[i] / (6.5*a2) * dL;
    }

    return;
}

void getamplitudenwerte()
{
    for(int i = 0; i < 6; i++)
    {
        char pfad1[100];
        char pfad2[100];
        sprintf(pfad1, "mess/A2_Akk_%d.lvm", i+1);
    }
}

```

```

    sprintf(pfad2, "mess/A2-Opt_%d.lvm", i+1);

    ifstream in1(pfad1);
    ifstream in2(pfad2);

    double tmp1l = 0.0;
    double tmp1s = 0.0;
    double tmp2l = 0.0;
    double tmp2s = 0.0;

    sl[i] = 0;
    ss[i] = 0;

    sl[11-i] = 0;
    ss[11-i] = 0;

    for(int j = 0; j < 20; j++)
    {
        in1 >> tmp1l; in1 >> tmp1s;
        in2 >> tmp2l; in2 >> tmp2s;

        sl[i] += tmp1l;
        ss[i] += tmp1s;
        sl[11-i] += tmp2l;
        ss[11-i] += tmp2s;
    }

    sl[i] /= 20.0;
    ss[i] /= 20.0;
    sl[11-i] /= 20.0;
    ss[11-i] /= 20.0;
}

return;
}

```