



FAKULTÄT FÜR PHYSIK
PHYSIKALISCHES PRAKTIKUM FÜR FORTGESCHRITTENE
PRAKTIKUM MODERNE PHYSIK

Gruppe Nr. 14

Kurs: **Mo**

WS 13/14

Versuch: Halbleiterspektroskopie

Namen: Fleig, Georg

Krause, Marcel

Assistent: Wiegele, Sarah

durchgeführt am: 11.11.13

Protokollabgabe am: _____

Note gesamt

+

-

0

Datum: _____

anerkannt: _____

Bemerkung:

I. Vorbereitung

Vorwort

Die Halbleiterspektroskopie beschäftigt sich mit der Untersuchung von Absorptions- und Transmissionspektren von Halbleitern. So können charakteristische Eigenschaften wie die Dimension von Kolloiden, Bandlücken, und Exzitonenergien bestimmt werden. In diesem Versuch werden wir uns mit den Techniken der Halbleiterspektroskopie beschäftigen und die eben genannten Eigenschaften bei verschiedenen Halbleitermaterialien untersuchen.

Theoretische Grundlagen

Transmission und Absorption

Beim Auftreffen einer Welle auf ein Medium kommt es, je nach Eigenschaften des Mediums, zu Reflexion, Transmission und/oder Absorption. Der Reflexionskoeffizient

$$T = \frac{I_{\text{trans}}}{I_0} \quad (1)$$

ist definiert als der Quotient von transmittierter Intensität I_{trans} und einfallender Intensität I_0 . Entsprechend kann T nur Werte zwischen 0 und 1 annehmen. Kommt es zu Absorption einer Welle in einem Festkörper, so lässt sich die Intensität entsprechend dem Lambert-Beerschen-Gesetz mit

$$I(x) = I_0 e^{-\mu x} \quad (2)$$

beschreiben. Hier bezeichnet x die Eindringtiefe in den Festkörper und μ den Absorptionskoeffizienten. Bei der Absorption in Halbleitern kann es zu sprunghaften Intensitätsverlusten, sogenannten Absorptionskanten, kommen, wenn die Energie eines Photons gerade ausreicht, um ein Elektron über die Bandlücke ins Leitungsband zu bringen.

Fabry-Pérot-Interferometer und Schichtdickenbestimmung

Ein Fabry-Pérot-Interferometer besteht aus zwei planparallelen Spiegeln, die teilweise durchlässig sind und so einen optischen Resonator darstellen. Eigenstrahltes Licht interferiert durch die Reflexion an den Spiegeln entweder konstruktiv oder destruktiv. Für konstruktive Interferenz muss die Resonatorbreite d ein Vielfaches der halben Wellenlänge λ des Lichtes sein. Abbildung 1 zeigt den Strahlengang durch einen Resonator. Diese Interferenzen kann man sich zur Bestimmung der Dicke dünner Schichten zu

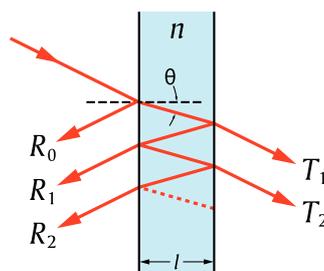


Abbildung 1: Schema der Interferenzentstehung bei Fabry-Pérot-Interferometern [2].

Nutze machen, die wie ein Resonator wirken. Für die Extrema l im transmittierten Spektrum gilt nach [2]

$$2n(\lambda)d = \left(m + \frac{l}{2}\right) \lambda \quad l \in \mathbb{N}_0, \quad (3)$$

wobei gerade (ungerade) l sich auf die Maxima (Minima) im Spektrum beziehen. m bezeichnet die Ordnung des Extremums, ab welchem die Zählung der l beginnt und $n(\lambda)$ den von der Wellenlänge abhängigen Brechungsindex. Auflösen nach l liefert

$$l = 4d \left(\frac{n(\lambda)}{\lambda}\right) - 2m. \quad (4)$$

Durch Auftragen von l über $\frac{n(\lambda)}{\lambda}$ lässt sich mittels linearer Regression die Schichtdicke d bestimmen.

Bandstruktur von Halbleitern

Das Bändermodell erlaubt die Beschreibung der Leitfähigkeit von Isolatoren, Halbleitern und Metallen. Für freie Elektronen, die sich durch ebene Wellen beschreiben lassen, gilt die Dispersionsrelation

$$E(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m_e}, \quad (5)$$

welche die Form einer Parabel hat. Befinden sich solche Elektronen in einem schwachen periodischen Potential, so streuen sie an diesem und es kommt zur Überlagerung der Elektronenwellen. Für bestimmte Wellenvektoren \mathbf{k} ist konstruktive Interferenz möglich. Das ist beispielsweise für

$$k_x = n \frac{\pi}{a} \quad (6)$$

der Fall, wobei n eine ganze Zahl ist und a den Gitterabstand bezeichnet, der der Periodenlänge des Potentials entspricht. Entsprechend gibt es an diesen Stellen, den Zonenrändern, für einen festen Wellenvektor eine Lösung mit $\sin(k_x x)$ und eine mit $\cos(k_x x)$. Da sich die potentielle Energie beider Lösungen unterscheidet, kommt es zu einer Aufspaltung des Parabelverlaufs der Dispersionsrelation. Zudem gilt für die stehenden Wellen

$$\nabla_{\mathbf{k}} E(\mathbf{k}) = 0, \quad (7)$$

weswegen die Dispersionskurve waagrecht an den Zonenrand anschließen muss. Aufgrund der Gitterperiodizität ist der Verlauf der Dispersionskurve für die Nachbaratome gleich, was die Darstellung eines reduzierten Zonenschemas in der 1. Brillouinzone erlaubt. In Abbildung 2 ist das erweiterte und das reduzierte Zonenschema dargestellt.

Die Bereiche ohne erlaubte Elektronenzustände werden Bandlücken genannt, die Bereiche erlaubter Zustände Energiebänder. Die verfügbaren Zustände im Kristallgitter werden entsprechend dem Pauli-Prinzip sukzessive aufgefüllt. Die vollbesetzten Bänder werden Valenzbänder genannt, die leeren bzw. teilbesetzten Bänder bezeichnet man als Leitungsbänder. Liegt bei einer Temperatur von $T = 0\text{ K}$ die Fermi-Energie innerhalb einer Bandlücke, so gibt es nur vollbesetzte und komplett leere Energiebänder. Es handelt sich um einen Isolator oder Halbleiter, da nur teilweise besetzte Bänder zur Leitfähigkeit beitragen. Liegt die Fermi-Energie innerhalb eines Bandes, so ist dieses halb besetzt, es handelt sich daher

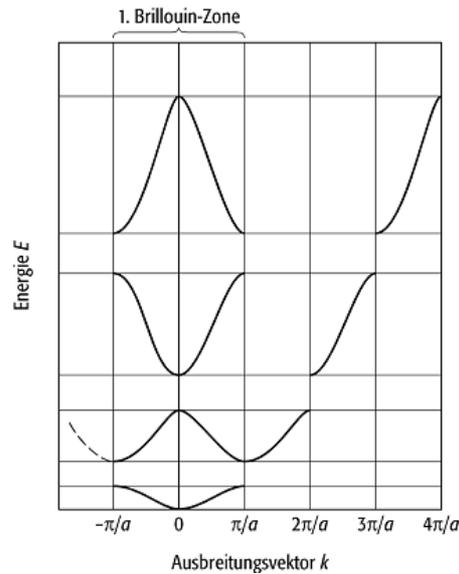


Abbildung 2: Erweitertes und reduziertes Zonenschema [3].

um ein Metall. Bei Halbleitern ist es durch optische oder thermische Anregung von Elektronen möglich, die Energielücke E_g von bis zu 4 eV zu überwinden und so Elektronen ins Leitungsband zu befördern und entsprechend ein Loch (Defektelektron) im Valenzband zu erzeugen. Bei noch größeren Bandlücken handelt es sich um einen Isolator. Durch Dotieren eines Halbleiters mit Fremdatomen können ebenfalls freie Elektronen im Leitungsband oder Löcher im Valenzband erzeugt werden.

Den Elektronen und den Löchern, die beide als Ladungsträger fungieren, lässt sich eine effektive Masse

$$m_{e,h} = \frac{\hbar^2}{\frac{\partial^2 E(\mathbf{k})}{\partial k_i \partial k_j}} \quad (8)$$

zuordnen, mit der sie auf eine äußere Kraft reagieren. Diese effektive Masse spielt unter anderem bei der Aufspaltung von Valenzbändern bei kubischen Halbleitern aufgrund von Spin-Bahn-Wechselwirkung eine Rolle. Durch die unterschiedliche Krümmung der Bänder im k -Raum werden sie in ein leichtes und ein schweres Lochband aufgespalten.

Zustandsdichte

Die Zustandsdichte beschreibt die Menge an Zuständen in einem Energie- oder Impulsintervall. Für die Anzahl an Zuständen in einer Kugelschale im k -Raum gilt

$$N(k)dk = \frac{V4k^2dk}{\pi^2} . \quad (9)$$

Oftmals wird die Zustandsdichte im Energieraum benötigt. Hier gilt

$$D(E)dE = N(k(E))\frac{dk}{dE}dE \sim E^{\frac{d}{2}-1}dE \quad (10)$$

mit der Dimension d . In drei Dimensionen ist die Zustandsdichte daher proportional zu \sqrt{E} , in zwei Dimensionen erhält man eine Reihe von Heaviside-Funktionen.

Exzitonen

Ein Exziton ist ein gebundener Zustand eines Elektrons mit einem Loch. Da das Loch eine zum Elektron umgekehrte Ladung und Spinorientierung hat, ziehen sich beide durch die Coulombkraft gegenseitig an. Es handelt sich um ein Quasiteilchen, das sich ähnlich wie ein Wasserstoffatom beschreiben lässt. Durch die Bindung kommt es zu einer Energieabsenkung, welche mit der Quantenzahl n_B beschrieben werden kann. Für die exzitonische Bindungsenergie gilt

$$E_x^b = R_y \frac{\mu}{m_0 \epsilon^2}, \quad (11)$$

mit der reduzierten Masse μ von Elektron und Loch, der Rydberg-Konstanten R_y , der Permittivität ϵ des Festkörpers und der Ruhemasse des Elektrons m_0 . Diese Energieeigenzustände können angeregt werden und liegen unterhalb der Energie der Bandlücke (siehe Abbildung 3). Daher müssen die Exzitonen bei der Dispersionsrelation berücksichtigt werden. Dies ist im Folgenden gezeigt:

$$E_x(n_B, \mathbf{k}) = E_g - \frac{E_x^b}{n_B^2} + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2(m_e + m_h)}. \quad (12)$$

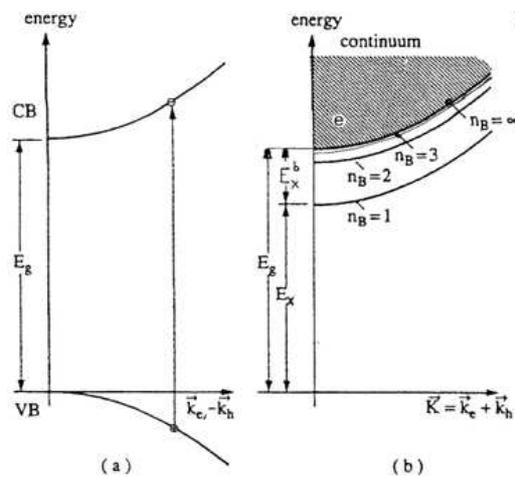


Abbildung 3: Einfache Bandlücke (a) und Bandlücke mit Berücksichtigung der Exzitonen (b) [4].

Quantentrog und Quantenpunkt

Ein Quantentrog schränkt die Bewegung eines Teilchens auf 2 Dimensionen ein. Ein solcher Trog kann durch ein Material mit kleiner Bandlücke als dünner Film l_z zwischen einer dicken Schicht eines anderen Materials mit großer Bandlücke erzeugt werden. Ein Elektron im Leitungsband der dünnen Schicht kann daher nicht in den umliegenden Stoff eindringen. Seine Bewegung ist auf 2 Dimensionen eingegrenzt,

entsprechend ist die Energie quantisiert:

$$E(k_x, k_y, n_z) = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m l_z^2} n_z^2 + \frac{\hbar^2 (k_x + k_y)^2}{2m}. \quad (13)$$

Hier wurde angenommen, dass es sich um unendlich hohe Potentialbarrieren handelt, da ansonsten ein Übergang durch Tunneln möglich wäre. Durch die Einschränkung in weiteren Dimensionen können Quantendrähte und Quantenpunkte erzeugt werden. Für letztere ergibt sich die Energie zu

$$E(n_x, n_y, n_z) = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m} \left(\frac{n_x^2}{l_x^2} + \frac{n_y^2}{l_y^2} + \frac{n_z^2}{l_z^2} \right). \quad (14)$$

Handelt es sich um einen sphärischen Quantenpunkt, so gilt für den ersten quantisierten Zustand

$$E(n_B = 1, l = 0, m_l = 0) = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mR^2}. \quad (15)$$

Im Versuch können die Halbleiter-Kolloide in den Glasstäbchen als Quantenpunkte aufgefasst und ihr Radius entsprechend berechnet werden.

Aufgabe 1: Radius der Kolloide

Es soll der Radius der kleinsten CdS/CdSe-Kolloide in einem Glasstab bestimmt werden. Bei den Kolloiden handelt es sich um sphärische Quantenpunkte, deren Energie nach Gleichung (15) mit dem Radius zusammenhängt. Dabei wird angenommen, dass die Bandlücke E_g von CdS/CdSe ungefähr mit der Absorptionskante der größten Kolloide übereinstimmt; die Kolloide verändern das Spektrum der Bandlücke also nicht. Durch Messen der am stärksten rotverschobenen Absorptionskante λ_{rot} der großen Kolloide und der am stärksten blauverschobenen Kante λ_{blau} der kleinsten Kolloide kann der Radius einfach berechnet werden. Bei den kleinsten Kolloiden setzt sich die Energie der Absorptionskante aus der Bandlücke E_g und der Grundzustandsenergie des Quantenpunkts zusammen:

$$E_{\text{blau}} = E_{\text{rot}} + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mR^2}. \quad (16)$$

Durch Umformen kann der Radius

$$R = \sqrt{\frac{h}{8mc \left(\frac{1}{\lambda_{\text{blau}}} - \frac{1}{\lambda_{\text{rot}}} \right)}} \quad (17)$$

berechnet werden.

Aufgabe 2: Schichtdicke und Bandlücke der CdS-Probe

Um die Schichtdicke einer CdS-Probe zu bestimmen, wird das in den theoretischen Grundlagen besprochene Fabry-Pérot-Verfahren verwendet. Dazu werden verschiedene Anzahlen von Extrema über dem

Quotienten $\frac{n(\lambda)}{\lambda}$ aufgetragen. Für den Brechungsindex $n(\lambda)$ von CdS gilt bei senkrechter Polarisation nach [2]

$$n_{\perp}(\lambda) = 1,94 \sqrt{1 + \frac{\frac{4696}{2\pi c[\frac{\text{m}}{\text{s}}]}}{\left(\frac{1}{390}\right)^2 - \left(\frac{1}{\lambda[\text{nm}]}\right)^2}}, \quad (18)$$

wobei c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum bezeichnet. Zudem soll die Energie der Bandlücke bei verschiedenen Polarisationen des Lichts abgeschätzt werden. Sie entspricht etwa der Energie der Absorptionskante.

Aufgabe 3: Dicke der GaAs-Quantenfilme

Es soll die Dicke l_z der GaAs-Quantenfilme durch Exzitonenresonanz bestimmt werden. Dabei gehen wir von unendlich hohen Barrieren aus, wodurch sich die einzelnen Schichten nicht gegenseitig beeinflussen können. Wegen der Spin-Bahn-Kopplung kommt es zu einer Aufspaltung des Valenzbandes in ein leichtes und ein schweres Band (bezogen auf die effektive Lochmasse). Entsprechend ergeben sich im Transmissionsspektrum zwei Abfälle, die den Exzitonenergien entsprechen. Durch die Bestimmung dieser beiden Energien E_l und E_h ergeben sich nach Gleichung (12) und (13) für $n_B = 1$ die Energie eines Quantentrops mit berücksichtigter Exzitonanregung im Grundzustand. Da mit beiden Energiewerten ein Gleichungssystem vorliegt, lässt sich eine Gleichung für die Dicke l_z des Quantenfilms aufstellen. Sie ergibt sich zu

$$l_z = \sqrt{\frac{\pi^2 \hbar^2}{2} \frac{1}{\mu_h(E_g - E_l) - \mu_l(E_g - E_h)} \left(\frac{\mu_h}{\mu_l} - \frac{\mu_l}{\mu_h} \right)}. \quad (19)$$

Die Bandlückenenergie E_g sowie die effektiven Massen m_{hl} , m_{hh} und m_e der leichten respektive schweren Löcher und der Elektronen können der Vorbereitungsmappe entnommen werden. Damit lassen sich die reduzierten Massen μ_l und μ_h von Elektron und leichtem bzw. schwerem Loch berechnen.

Aufgabe 4: Energie von np -Exzitonen und Bandlückenenergie von Cu_2O

Anhand der Absorptionsspektren von Cu_2O -Kristallen soll die Bandlückenenergie und die Bindungsenergien der np -Exzitonen bestimmt werden. Für die Energie der Exzitonen gilt

$$E_x(n_B) = E_g - \frac{E_x^b}{n_B^2}. \quad (20)$$

Durch die Bestimmung von mindestens zwei Wertepaaren (E_x, n_B) können über eine lineare Regression E_g und E_x^b bestimmt werden. Zudem soll überprüft werden, ob anhand der Spektren die Bindungsenergie des 1s-Exzitons ermittelt werden kann.

II. Auswertung

Allgemeines zu den Messungen

Zunächst haben wir uns näher mit dem Versuchsaufbau vertraut gemacht. Auf einer Schiene war einseitig eine Lampe angebracht, deren Licht über ein Linsensystem auf den Eingang eines Glasfaserkabels geleitet wurde. Mittig wurde der Probenhalter angebracht, welcher in der Höhe verstellbar war, wodurch die vier verschiedenen Proben (oder auch keine Probe) in den Strahlengang eingebracht werden konnten. Das Licht wurde dann im Glasfaserkabel in ein Spektrometer geleitet, welches im Wesentlichen aus Gittern aufgebaut war und so eine genaue spektrale Aufspaltung ermöglichte. Mittels einer Software war es möglich, direkt das gesamte Spektrum sowie Transmissions- oder Absorptionsanteile aufzunehmen.

Da das Spektrometer selbst ohne Beleuchtung stets einen intrinsischen Dunkelstrom auswertet, muss dieser berücksichtigt werden. Im Folgenden wurde vor jeder Messung also zunächst der Dunkelstrom aufgenommen. Anschließend wurde als Referenzwert stets das Spektrum mit Beleuchtung, aber ohne Probe aufgenommen, damit auf die sich so ergebenden Werte normiert werden kann. Sowohl der Abzug des Dunkelstroms als auch die Normierung wurde vom Programm vollautomatisch übernommen, sodass diese in den Messdaten nicht weiter berücksichtigt werden müssen.

Aufgabe 1: Radius der Kolloide

In der ersten Aufgabe sollte der Radius der kleinsten CdS/CdSe-Kolloide bestimmt werden. Zur besseren Analyse befanden diese sich in einem dünnen Glasstab, welcher separat in den Strahlengang eingebracht werden konnte. Längs der Querachse war die Probe verschiebbar. In diese Richtung nahm die Größe der Kolloide auch zu, sodass man durch Verschieben des Glasstabs Kolloide verschiedener Größe durchleuchten kann.

Zunächst haben wir den Glasstab an das Ende verschoben, in welchem er in Durchsicht gelblich erschien. Aufgrund der gelblichen Farbe waren an diesem Ende die kleinsten Kolloide zu erwarten, da die Absorptionskante hier blauverschoben ist und sich somit ein gelblicher Farbton im Gegensatz zu der stark rotverschobenen Absorptionskante der großen Kolloide mit rötlichem Farbton ausbildet. Mit der Software des Spektrometers haben wir die integrierte Zählrate bei Durchleuchten des gelblichen und anschließend des rötlichen Bereichs aufgenommen, wie es in der Abbildung 4 für die kleinen respektive großen Kolloide der Fall ist.

Aus den Abbildungen lassen sich die Absorptionskanten zu $\lambda_{\text{blau}} = 560 \text{ nm}$ und $\lambda_{\text{rot}} = 612 \text{ nm}$ ablesen. Zusammen mit der Angabe der reduzierten Elektronen-Loch-Masse von $m = 0,2m_e$ nach [4], wo m_e die Ruhemasse der Elektronen darstellt, lässt sich mittels Gleichung (17) der Radius der kleinsten Kolloide bestimmen:

$$R \approx 3,161 \text{ nm} . \quad (21)$$

Auf eine ausführliche Fehlerrechnung wurde aufgrund der quantitativ schwer abzuschätzenden Fehler mit Absprache unserer Betreuerin verzichtet. Stattdessen findet sich am Ende des Protokolls eine qualitative Diskussion der Fehler aller behandelten Aufgaben.

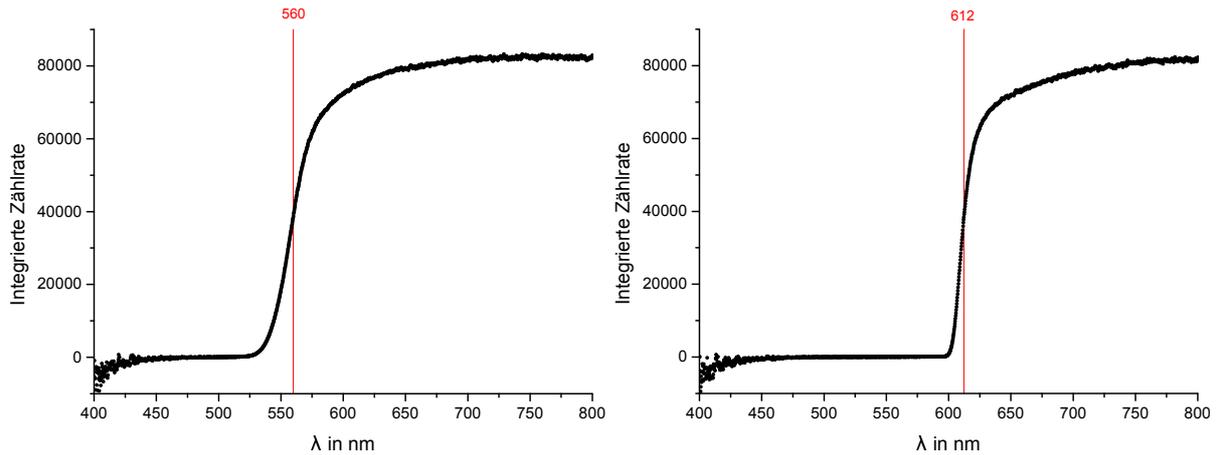


Abbildung 4: Integrierte Zählrate über der Wellenlänge λ für den gelblichen (links) und den rötlichen (rechts) Bereich der CdS/CdSe-Probe. Es ist jeweils eine Blau- respektive Rotverschiebung der Absorptionskante zu erkennen.

Aufgabe 2: Schichtdicke und Bandlücke der CdS-Probe

Mit Hilfe des Fabry-Pérot-Verfahrens sollte in der zweiten Aufgabe die Schichtdicke der CdS-Probe bestimmt werden. Dazu haben wir zunächst den Glasstab vom Versuchsaufbau entfernt und einen Polarisationsfilter in den Strahlengang eingebracht. Nach erneuter Dunkelmessung wurde das Referenzspektrum mit dem Polarisationsfilter im Strahlengang durchgeführt, da auch dieser merklich die Intensität des Lichts beeinflusste. Anschließend haben wir den Probenhalter auf die Position der CdS-Probe eingestellt.

Der Hebel des Polarisationsfilters wurde zunächst in eine horizontale Position gebracht, was nach Angabe unserer Betreuerin genau einer ausgezeichneten Polarisationsrichtung entsprach. In dieser Position haben wir durch leichtes Verschieben der Probe sichergestellt, dass sich möglichst homogene Interferenzstreifen im Absorptionsspektrum ergaben, und dieses anschließend aufgenommen. Anschließend wurde der Hebel des Polarisationsfilters um 90° verdreht und somit in eine vertikale Position gebracht. Erneut wurde das Absorptionsspektrum unter dieser zweiten Polarisationsrichtung aufgenommen.

Vergleicht man beide Spektren, so erkennt man, dass die Absorptionskante bei horizontaler Hebelposition stärker blauverschoben war als bei vertikaler. Nach [4] werden bei horizontaler Hebelposition die senkrecht polarisierten Exzitonen angeregt und die Energiebandlücke ist größer, woraus sich eine stärker blauverschobene Absorptionskante ergibt. Anhand des ersten Spektrums lässt sich somit die Schichtdicke bestimmen.

Dazu wurden zunächst im Spektrum, welches in Abbildung 5 zu sehen ist, die näherungsweisen Positionen der Extrema mit Origin bestimmt und durchnummeriert. Mit Hilfe von Gleichung (18) wurde dann jeder Wellenlänge λ eine Brechzahl $n_\perp(\lambda)$ zugeordnet. Trägt man nun die Ordnung l der Extrema über $n_\perp(\lambda)/\lambda$ auf, so erhält man den in Abbildung 6 abgedruckten Verlauf. An die Daten lässt sich eine lineare Regression durchführen, deren Steigung nach Gleichung (4) betragsmäßig gerade dem Vierfachen der Schichtdicke entspricht. Die Steigung lässt sich direkt aus der Abbildung ablesen und man erhält letztlich

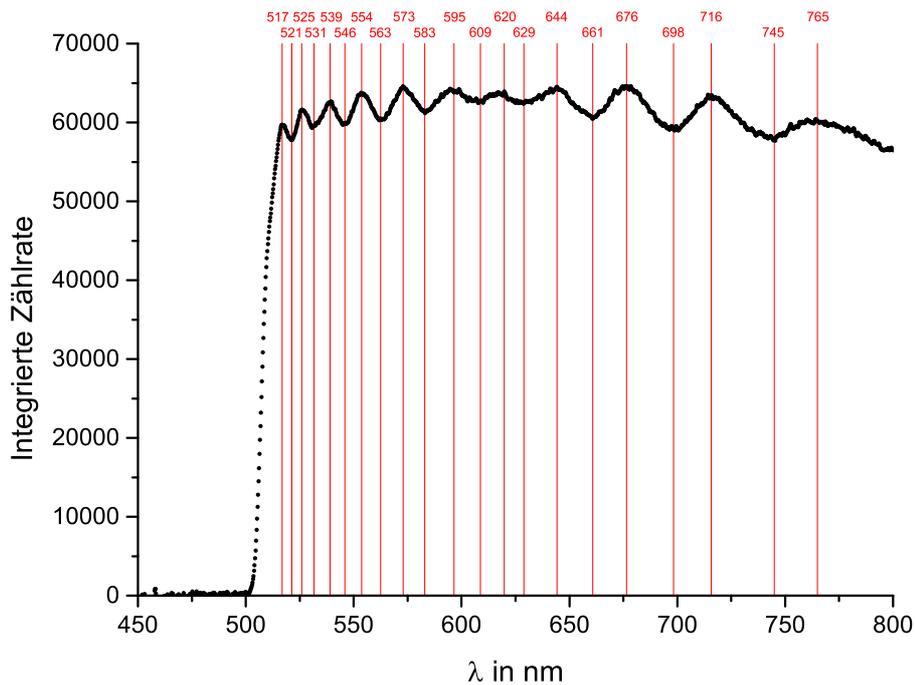


Abbildung 5: Integrierte Zählrate über der Wellenlänge λ bei senkrechter Polarisation. Markiert sind die Positionen der Maxima (obere Zahlenreihe) und Minima (untere Zahlenreihe).

als Dicke der Probe:

$$d = (2416,45 \pm 26,96) \text{ nm} . \quad (22)$$

Dieser Wert erscheint von der Größenordnung her für typische Probendicken realistisch. Anschließend sollten noch die ungefähren Bandlückenenergien der jeweiligen Polarisationen bestimmt werden. Dazu wurden die Absorptionskanten der beiden Spektren bestimmt zu

$$\lambda_{\perp} \approx 508 \text{ nm} , \quad \lambda_{\parallel} \approx 512 \text{ nm} \quad (23)$$

woraus sich mit $E = hc/\lambda$ die Bandlückenenergien

$$E_{\perp} = 2,44 \text{ eV} , \quad E_{\parallel} \approx 2,42 \text{ eV} \quad (24)$$

ergaben. Nach [5] findet sich für CdS ein Literaturwert von 2,42 eV als Bandlückenenergie vor, was sich gut mit unseren Messergebnissen deckt. Wie bei den anderen Versuchsreihen gibt es jedoch auch bei dieser Aufgabe einige Fehlerquellen, die am Ende der Auswertung besprochen werden.

Aufgabe 3: Dicke der GaAs-Quantenfilme

Die Dicke der GaAs-Quantenfilme sollte bestimmt werden. Da bei Zimmertemperatur die thermische Anregung der Phononen zu groß ist, haben wir die Probe zunächst mit flüssigem Stickstoff auf $T = 77 \text{ K}$

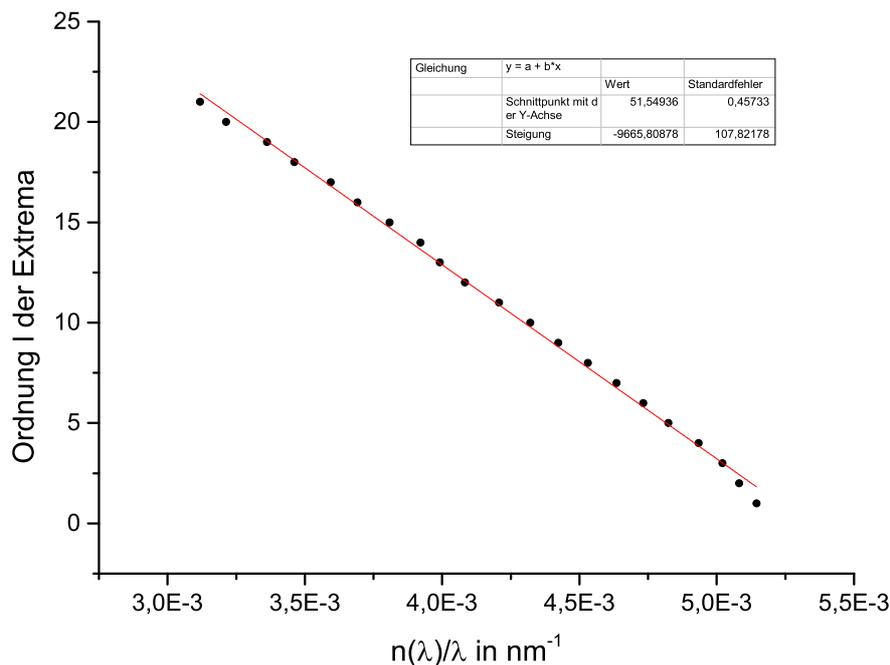


Abbildung 6: Auftragung der Ordnung l der Extrema über $n_{\perp}(\lambda)/\lambda$. Eine lineare Regression liefert als Steigung gerade $4d$, wo d die Schichtdicke der Probe bezeichnet.

abgekühlt. Während dem Abkühlen beobachteten wir das Transmissionsspektrum und stellten dabei fest, dass sich die Absorptionskanten mit der Zeit in Richtung kleinerer Wellenlängen verschoben. Das lässt sich durch die reduzierte thermische Energie erklären, wodurch energiereichere Photonen für die Anregung der Elektronen benötigt werden.

Das bei vollständiger Abkühlung aufgenommene Transmissionsspektrum ist in Abbildung 7 dargestellt. Es sind mehrere Plateaus erkennen, die durch die zweidimensionale Zustandsdichte der Probe zustande kommen (siehe Diskussion in den theoretischen Grundlagen). Bei den Wellenlängen

$$\begin{aligned}
 \lambda_{lh} &= 770,35 \text{ nm} \quad \Rightarrow \quad E_l = 1,609 \text{ eV} \\
 \lambda_{hh} &= 781,90 \text{ nm} \quad \Rightarrow \quad E_h = 1,586 \text{ eV}
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

kam es zu Exzitonenanregung, welche sich durch Minima im Spektrum zeigen. Es handelt sich dabei um den ersten Anregungszustand der Exzitonen, der durch die Spin-Bahn-Kopplung in ein heavy-hole (hh) und ein light-hole (lh) aufgespalten wurde. Bei noch höheren Photonenenergien sind weitere kleine Minima zu erkennen, die möglicherweise von weiteren Exzitonenanregungen herrühren. Allerdings sind diese nur sehr klein und verwaschen, weshalb sie nicht für die weitere Auswertung verwendet werden.

Nach Gleichung (19) kann die Dicke des Quantenfilms über die beiden Energien der Exzitonenanregung bestimmt werden. Dazu werden zudem die Bandlückenenergie E_g und die reduzierten Massen μ_l und μ_h von Elektron und leichtem bzw. schwerem Loch benötigt. Mit den Angaben aus [4] ergeben sich diese

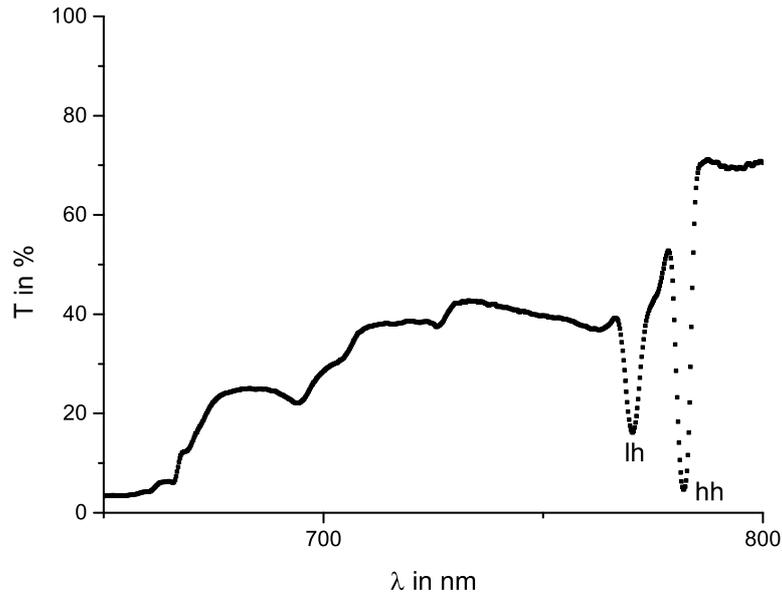


Abbildung 7: Transmissionsspektrum des multiplen Quantentrogs.

zu

$$E_g = 1,511 \text{ eV} \quad \mu_l = 0,03879 m_0 \quad \mu_h = 0,06109 m_0, \quad (26)$$

wobei m_0 die Elektronenmasse ist. Die Dicke des Quantenfilms ergibt sich damit zu

$$l_z = 10,72 \text{ nm}. \quad (27)$$

In [4] ist bei Quantenfilmen von einer Dicke von etwa 10 nm die Rede. Unser Ergebnis scheint plausibel, da es in derselben Größenordnung liegt. Mögliche Fehlerquellen werden im Anschluss an Aufgabe 4 diskutiert.

Aufgabe 4: Energie von np -Exzitonen und Bandlückenenergie von Cu_2O

Durch Vermessen der Absorptionsspektren zweier Cu_2O Kristalle mit verschiedenen Dicken sollen die Bindungsenergien der Exzitonanregungen bestimmt werden. Wir arbeiteten weiterhin bei $T = 77 \text{ K}$ um thermische Anregung weitgehend zu reduzieren. Die so aufgenommenen Spektren sind in Abbildung 8 und 9 zu sehen. Bei der dünnen Probe ist das 2p-Exziton sehr gut zu erkennen, das 3p-Exziton kann durch eine Kante im Abfall der Kurve ausgemacht werden. Die 1s-Anregung lässt sich nicht erkennen. Das kommt daher, dass der Dipolübergang aus Paritätsgründen unterdrückt ist und nur der sehr viel schwächere Quadrupolübergang erlaubt ist. In der dicken Probe ist dieser schwach zu sehen und befindet sich etwa in der Mitte des markierten Bereichs zwischen den beiden Kanten. Die 2p-Anregung ist hier wieder deutlich zu sehen, die Position von 3p kann allerdings nur vermutet werden und wird nicht für die nachfolgende Rechnung verwendet. Alle Anregungsenergien sind in Tabelle 1 aufgelistet.

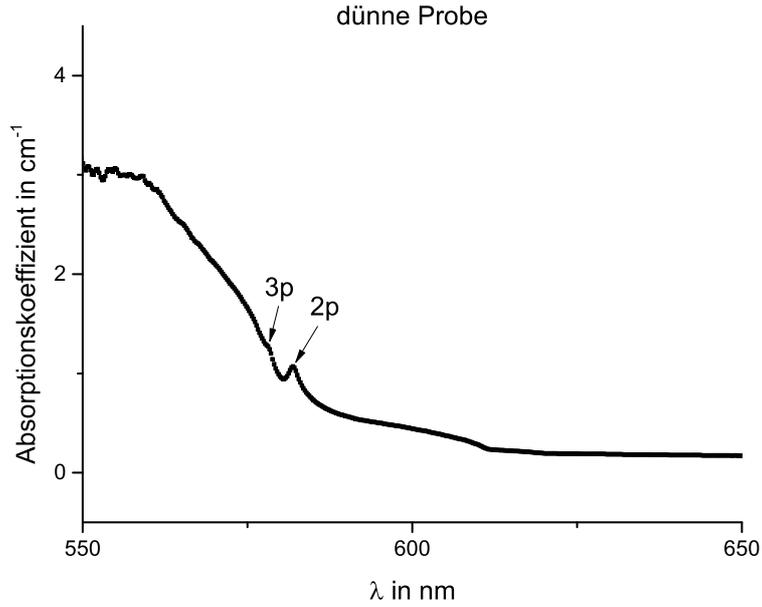


Abbildung 8: Absorptionsspektrum der dünnen Cu₂O-Probe.

Tabelle 1: Gemessene Anregungsenergien der dicken und der dünnen Probe.

	Niveau	λ in nm	E in eV
dünn	2p	581,91	2,1306
	3p	577,92	2,1454
dick	1s	615,96	2,0129
	2p	582,13	2,1298
	(3p)	576,81	2,1495

Für die Berechnung der Bindungsenergie der Exzitonen und der Bandlückenenergie des Halbleiters werden die beiden Wertepaare der dünnen Probe verwendet. Nach Gleichung (20) ergibt sich ein Gleichungssystem aus zwei Gleichungen, das durch Umformen die Bandlückenenergie

$$E_g = \frac{E_1 n_1^2 - E_2 n_2^2}{n_1^2 - n_2^2} = 2,1572 \text{ eV} \quad (28)$$

und die Bindungsenergie der Exzitonen

$$E_x^b = \frac{n_1^2 n_2^2 (E_1 - E_2)}{n_1^2 - n_2^2} = 0,1066 \text{ eV} \quad (29)$$

liefert. Der Energiewert der Bandlücke weicht nur gering vom Literaturwert $E_{g,\text{lit}} = 2,172 \text{ eV}$ ab [5], der jedoch für $T = 0 \text{ K}$ angegeben ist und nicht für die 77 K , wie sie im Versuch vorlagen. Für die stark unterdrückte 1s-Anregung konnten wir eine Energie von $E_{1s} = 2,0129 \text{ eV}$ bestimmen, welche gut mit der Energie aus Abbildung 11 aus [4] übereinstimmt, welche bei etwa $E_{1s,\text{lit}} = 2,033 \text{ eV}$ liegt.

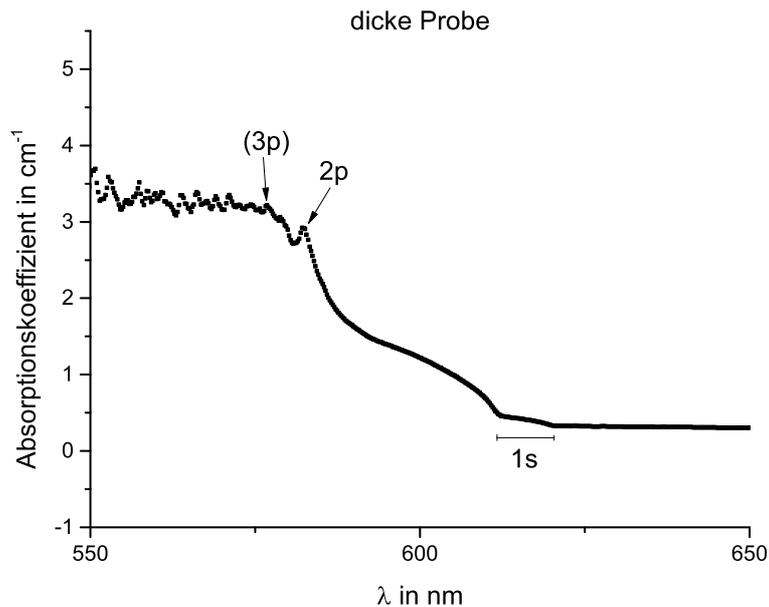


Abbildung 9: Absorptionsspektrum der dicken Cu_2O -Probe.

Fehlerdiskussion

Eine quantitative Fehleranalyse ist in den meisten Aufgaben des Versuchs nicht sinnvoll, daher soll im Folgenden kurz der Fokus auf einer qualitativen Diskussion möglicher Fehlerquellen liegen. Unabhängig von den einzelnen Versuchsteilen ist von einem systematischen Fehler der Wellenlängenaufspaltung des Spektrometers auszugehen. Da es sich bei Gitterspektrometern in der Regel aber um hochpräzise optische Instrumente handelt, ist dieser Fehler als gering einzuschätzen.

Bei der Bestimmung der Radien der kleinsten Kolloide in Aufgabe 1 liegt ein großer Fehler in der starken Aufweitung der als stufenförmig anzunehmenden Absorptionskante, wodurch die eigentliche Wellenlänge der Kanten nur schwer abzuschätzen war. Diese Aufweitung wiederum liegt unter anderem daran, dass der Strahl der Lichtquelle nicht genügend auf den Glasstab mit den Proben gebündelt werden konnte. Durch diese Aufweitung des Lichtstrahls wird in der Probe stets nie ein einzelnes Kolloid, sondern mehrere zugleich getroffen. Sicherlich ist auch die Größe der Kolloide in einzelnen Teilabschnitten der Probe nicht hundertprozentig homogen, sodass auch hier ein Grund der Aufweitung der Kante zu finden ist. Hinzu kommt die Näherung, dass die Absorptionskante der größten Kolloide identisch ist mit der Bandlücke von CdS/CdSe .

Für die Schichtdickenbestimmung in Aufgabe 2 war es zunächst sehr schwierig, einen Bereich der Probe zu treffen, für welchen sich ein gut erkennbares, homogenes Interferenzmuster ergab. Es fiel auf, dass die Interferenzpeaks relativ verschwommen waren, was darauf zurückzuführen ist, dass die Schichtdicke über den breiten Kegel des Lichtstrahls hinweg nicht konstant gewesen ist. Dadurch werden gleichzeitig Bereiche verschiedener Schichtdicken getroffen, und es kommt zu einer Verbreiterung der Peaks. Der größte Fehler an der Bestimmung der Schichtdicke dürfte jedoch im Ablesen der genauen Positionen der Extrema liegen. Da Origin zwischen den einzelnen Datenpunkten interpoliert, ist es nur schwer möglich,

die exakte Position der Extrema festzustellen.

Bei der Bestimmung der Bandlückenenergien ergab sich im Wesentlichen die selbe Problematik wie bei Aufgabe 1. Durch die Aufweitung der Absorptionskanten war es nur schwer möglich, die genaue Wellenlänge der Kanten auszumachen. Umso erstaunlicher ist es, dass unsere Messergebnisse gut mit dem Literaturwert übereinstimmen.

Bei den Messungen für Aufgabe 3 und 4 stellt die Abkühlung durch flüssigen Stickstoff auf 77 K eine große Fehlerquelle dar. Das Abkühlen diente der Reduzierung thermischer Anregungen, welche allerdings beispielsweise durch die Verwendung von flüssigem Helium bei 4 K weit aus stärker reduziert wären. Dadurch wäre es im allgemeinen zu weniger verwaschenen Peaks gekommen, was die Identifizierung charakteristischer Wellenlängen vereinfacht hätte. Vorallem die 3p-Anregungen waren in beiden Fällen nur relativ ungenau zu bestimmen. Zudem befanden sich die beiden Cu_2O an verschiedenen Positionen im Probenhalter, wodurch diese möglicherweise auch unterschiedliche Temperaturen hatten.

Bei Aufgabe 3 wurde die Näherung für unendlich hohe Energiebarrieren gemacht, welche allerdings nicht realisiert werden können. Daher ist es Elektronen möglich durch Tunneln in andere Schichten überzugehen.

Literatur

- [1] <https://en.wikipedia.org/wiki/File:Etalon-2.svg>
- [2] H. Giessen, Optische Schichtdickenbestimmung. Diplomarbeit, Universität Kaiserslautern.
- [3] <http://www.techniklexikon.net/d/bandstruktur/bandstruktur.htm>
- [4] Vorbereitungsmappe zum Versuch Halbleiterspektroskopie
- [5] Kittel, Charles: Einführung in die Festkörperphysik, 15. Auflage, Oldenbourg, 2013.