

FAKULTÄT FÜR PHYSIK

PHYSIKALISCHES PRAKTIKUM FÜR FORTGESCHRITTENE PRAKTIKUM MODERNE PHYSIK

Gruppe Nr	113	Kurs:	Mo1	M 62	Mi3	. WS 21/22
				endes bitte an	kreuzen	aktuelles Semester angeben
Versuch: Hype	erfeinstrukt	ur				
Namen: Jonath	an Huschl	e, Sarah l	Unterei	ner		
Assistent: Tho	mas Koch					
durchgeführt a	am: <u>24.01.2</u>	2022				
Protokollabga	be am: <u>31.</u>	01.2022				
vom Betreuer auszufüllen						
Note gesa	mt +	0	_			
Anerkann	t:	(Datum Un	nterschrift)			
Datum R	ückgabe:_					
Bemerkur	ng:					

Protokoll: Hyperfeinstruktur

Jonathan Huschle, Sarah Untereiner

31. Januar 2022

Inhaltsverzeichnis

1	Vorl	bereitung	1
	1.1	Fabry-Perot-Interferometer	1
	1.2	Hyperfeinstruktur	3
		1.2.1 Magnetische Hyperfeinstruktur	3
		1.2.2 Quadrupolhyperfeinstruktur	
		1.2.3 Isotopenhyperfeinstruktur	
	1.3	Thallium	
2	Vers	suchsaufbau	6
3	Vers	suchsdurchführung	7
4	Aus	wertung	8
	4.1	Messwerte und Bilder	8
		4.1.1 Grün	8
		4.1.2 UV	11
	4.2	Berechnung der Spiegelabstände	13
	4.3	Berechnung der Wellenlängen	15
	4.4	Hyperfeinstrukturaufspaltung	
	4.5	Kernspin	20

1. Vorbereitung

In diesem Versuch soll die Hyperfeinstruktur von Thallium²⁰⁵ untersucht werden. Dazu wird das von Thallium ausgesandte Emissions-Spektrum mithilfe eines Fabry-Perot-Interferometers untersucht. Zu Beginn sollen einige theoretische Grundlagen zur Hyperfeinstruktur und zum Fabry-Perot-Interferometer genauer betrachtet werden.

1.1 Fabry-Perot-Interferometer

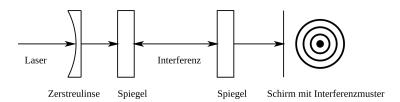


Abbildung 1.1: Die Abbildung zeigt einen schematischen Aufbau des Fabry-Perot-Interferometers, welches hauptsächlich aus zwei Spiegeln im Abstand d besteht, welche zu Resonanzbedingungen führen.¹

In der Abbildung 1.1 ist der schematische Aufbau eines Fabry-Perot-Interferometer zu sehen. Dieses besteht hauptsächlich aus zwei teildurchlässigen Spiegeln, welche in einem Abstand d zueinander angebracht sind. Trifft nun ein Lichtstrahl auf die Spiegel, so wird dieser hin und zurück reflektiert. Das transmittierte Licht kann dann auf einem Schirm interferieren und damit ein Interferenzmuster ausbilden. Dabei wird ein Lichtstrahl hauptsächlich dann transmittiert, wenn er die Resonanzbedingungen des Aufbaus erfüllt.

Dabei gilt für einen Lichtstrahl, der unter einem Winkel α zur optischen Achse eintrifft, und ein Teil des Lichtes direkt Richtung Schirm transmittiert wird und der andere Teil erst nach hin und zurück reflektieren transmittiert wird, dass der Wegunterschied Δs dieser beiden Strahlen gegeben ist durch:

$$\Delta s = 2d\cos\alpha\tag{1.1}$$

Für die Bedingung der konstruktiven Interferenz gilt mit dem Phasenunterschied $\Delta \phi$:

$$\Delta \phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta s = 2\pi m \tag{1.2}$$

wobei λ die Wellenlänge des einfallenden Lichtstrahles und m die Ordnung des Interferenzmaximums sind. Wird Gleichung (1.1) in Gleichung (1.2) eingesetzt, so ergibt sich nach dem Umstellen nach der Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{2d}{m} \cdot \cos \alpha \approx \frac{2d}{m} \cdot \left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right) \tag{1.3}$$

¹Bildquelle: Wikipedia/Fabry-Perot-Interferometer

wobei im letzten Schritt die Kleinwinkelnäherung für den Cosinus angewandt wird. Wird zwischen Schirm und Spiegel eine Sammellinse mit Brennweite f eingesetzt, so gilt für kleine Winkel:

 $\alpha \approx \tan \alpha = \frac{D}{2f}$

wobei D der Durchmesser eines Interferenzringes auf dem Schirm ist. Wird dies in Gleichung (1.3) eingesetzt, so ergibt sich:

$$\lambda = \frac{2d}{m} \cdot \left(1 - \frac{D_m^2}{8f^2}\right) \tag{1.4}$$

Aus dieser Gleichung lässt sich die Verbindung zwischen Spiegelabstand, Wellenlänge des verwendeten Lichtes und Durchmesser der Ringe im Interferenzmuster entnehmen.

Eine wichtige physikalische Größe beim Fabry-Perot-Interferometer stellt die Finesse \mathcal{F} dar. Diese ist definiert als Verhältnis aus dem freien Spektralbereich $\Delta\lambda$ und der Halbwertsbreite eines Maximums $\delta\lambda$:

 $\mathcal{F} = \frac{\Delta \lambda}{\delta \lambda} \tag{1.5}$

Dabei entspricht der freie Spektralbereich $\Delta\lambda$ gerade dem Abstand zweier Wellenlängen im Transmissionsspektrum eines Fabry-Perot-Interferometers. Dementsprechend ist die Finesse ein Maß für die Schärfe des Linienspektrums.

Die Finesse lässt sich bei hohen Reflektionskoeffizienten R der Spiegel berechnen durch:

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \tag{1.6}$$

Das AuflösungsvermögenA eines Fabry-Perot-Interferometers ist definiert durch das Verhältnis zwischen Wellenlänge λ und der Halbwertsbreite $\delta\lambda$. Mit Gleichung (1.5) und Gleichung (1.6) gilt damit:

$$A = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = \frac{\Delta \lambda}{\delta \lambda} \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = \mathcal{F} \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = \frac{\pi \sqrt{R}}{1 - R} \frac{2d}{\lambda}$$

wobei im letzten Schritt noch die Beziehung $\Delta \lambda = \frac{\lambda^2}{2d}$ eingesetzt wird.

1.2 Hyperfeinstruktur

Nach der Lösung des einfachen Wasserstoffproblems lassen sich die Energieniveaus durch die Hauptquantenzahl n beschreiben. Die Energieniveaus eines Atoms sind demnach bezüglich der Bahndrehimpulsquantenzahl l sowie deren Projektion auf die z-Achse m_l entartet, das heißt die Zustände eines Atoms mit unterschiedlichen Bahndrehimpulsquantenzahlen aber gleicher Hauptquantenzahl n besitzen die gleiche Energie und lassen sich hierin nicht unterscheiden.

Wird jedoch beim Wasserstoffproblem auch die Wechselwirkung zwischen dem Spin des Elektrons mit dessen Quantenzahl s und dem Bahndrehimpuls, eine relativistische Korrektur sowie der Darwin Term betrachtet, so gibt es eine Aufspaltung der entarteten Energieniveaus bezüglich des Gesamtdrehimpulses der Elektronen, welcher durch die Quantenzahl j beschrieben werden kann. Dabei stellt $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ die Addition des Bahndrehimpulses und des Spins dar. Diese Aufspaltung der Energieniveuas bezüglich j wird durch die Feinstruktur beschrieben. Diese ist jedoch im Verhältnis zu den ursprünglichen Energieniveaus klein, sodass sie lediglich eine kleine Korrektur darstellt.

Ebenso wie es eine Aufspaltung in die Feinstruktur gibt, so lässt sich eine weitere Aufspaltung der Feinstrukturniveaus feststellen, welche Hyperfeinstruktur genannt wird. Diese Aufspaltung kann verschiedene Ursprünge besitzen, welche im folgenden erläutert werden.

1.2.1 Magnetische Hyperfeinstruktur

Der erste Beitrag zur Hyperfeinstruktur stammt aus der Wechselwirkung zwischen den magnetischen Momenten des Kernspins \vec{I} mit der Quantenzahl I und des Gesamtdrehimpulses der Elektronen \vec{J} . Dabei kann zwischen der Wechselwirkung des magnetischen Kernmomentes mit dem durch die Elektroenen erzeugten Magnetfeld am Kernort sowie der Wechselwirkung des magnetischen Momentes der Elektronen durch das vom Kernmoment erzeugte Magnetfeld unterschieden werden.

Letztere Wechselwirkung kann vernachlässigt werden, da sich für Elektronen im s-Zustand (das heißt l=0) der Beitrag durch die kugelsymmetrische Ladungsverteilung wegmittelt und Elektronen mit $l \ge 1$ eine verschwindend geringe Wahrscheinlichkeitsdichte am Kernort besitzen.

Der Beitrag aus der ersten Wechselwirkung hingegen ist nicht zu vernachlässigen. Für die zusätzliche Energie durch die Wechselwirkung von Kernspin mit dem von den Elektronen erzeugten Magnetfeld gilt:

$$E_{I,j} = -\vec{\mu_I} \cdot \vec{B_j} = -|\vec{\mu_I}| \cdot |\vec{B_j}| \cos \langle (\vec{J}, \vec{I}) \rangle$$
 (1.7)

Nun lässt sich ein Gesamtdrehimpuls $\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$ als Addition aus Kerndrehimpuls und Elektronengesamtdrehimpuls beschreiben, wobei die Quantenzahl von \vec{F} mit F dargestellt wird. Damit gilt für $\vec{J} \cdot \vec{I}$:

$$\vec{J} \cdot \vec{I} = \frac{1}{2} \left(\vec{F}^2 - \vec{I}^2 - \vec{J}^2 \right)$$

Daraus ergibt sich für $\cos \sphericalangle(\vec{J}, \vec{I})$ ausgedrückt durch die verschiedenen Quantenzahlen:

$$\cos \triangleleft (\vec{J}, \vec{I}) = \frac{\vec{J} \cdot \vec{I}}{|\vec{J}| \cdot |\vec{I}|} = \frac{F(F+1) - j(j+1) - I(I+1)}{2\sqrt{j(j+1) \cdot I(I+1)}}$$
(1.8)

Das magnetische Moment des Kerns $|\vec{\mu_I}|$ lässt sich wie folgt ausdrücken:

$$|\vec{\mu_I}| = g_I \cdot \mu_K \cdot |\vec{I}|$$

wobei g_I der Kern-g-Faktor und μ_K das Kernmagneton sind. Wird dies und Gleichung (1.8) in Gleichung (1.7) eingesetzt, so ergibt sich für die Energieverschiebung durch die Hyperfeinstruktur:

$$E_{\rm HFS} = \frac{A}{2} \left[F(F+1) - j(j+1) - I(I+1) \right] = \frac{g_I \mu_K B_j}{2\sqrt{j(j+1)}} \left[F(F+1) - j(j+1) - I(I+1) \right]$$

wobei A als Hyperfeinstrukturkonstante bezeichnet wird.

1.2.2 Quadrupolhyperfeinstruktur

Bei größeren Atomen kann es einen weiteren Beitrag zur Hyperfeinstruktur geben. Der Beitrag kommt dabei vom elektrischen Quadrupolmoment des Atomkerns. Denn bei der ursprünglichen Näherung des Kerns als punktförmige Masse werden lediglich elektrische Dipolterme berücksichtigt, wohingegen Quadrupolterme und noch höhere Ordnungen vernachlässigt werden. Wird der Atomkern mit endlicher Ausdehnung angenommen, so kann auch ein elektrisches Quadrupolmoment existieren, welches dann Beiträge in der Hyperfeinstruktur ergibt.

1.2.3 Isotopenhyperfeinstruktur

Neben der bisherigen Betrachtung der Hyperfeinstruktur kann auch ein Beitrag zur Hyperfeinstruktur aufgrund von Isotopen kommen. Dabei ist jedoch wichtig, dass es sich hierbei weniger um eine Aufspaltung der bisherigen Energieneveaus, sondern lediglich um eine Verschiebung aller Energieniveaus handelt. Dementsprechend ist eine Aufspaltung in dem Sinne nur zu sehen, wenn mehrere Isotope eines Elementes zugleich betrachtet werden. Dieser Beitrag unterteilt sich in einen Kernmassen- sowie einen Kernvolumeneffekt.

Beim Kernmasseneffekt wird nicht mehr von einem ruhenden Kern ausgegangen, sondern, dass dieser sich ebenfalls leicht bewegt. Dies führt dazu, dass sich die effektive Masse der Elektronen verändert, was wiederum in die Energieniveaus hineinspielt. Isotope eines Elementes besitzen unterschiedliche Kernmassen, sodass sie auch unterschiedliche effektive Massen für Elektronen besitzen. Dies führt zu leicht unterschiedlichen Energieniveaus für verschiedene Isotope.

Beim Kernvolumeneffekt wird der Kern mit einer endlichen Ausdehnung des Kerns und nicht mehr als punktförmig betrachtet. Da Elektronen (speziell s-Zustände) eine nicht zu vernachlassende Aufenthaltswahrscheinlichkeit am Kernort haben können, kann bei einer endlichen Volumenausdehnung des Kerns nicht mehr vom ursprünglichen Coulomb-Potential in der Nähe des Kernes ausgegangen werden. Dies führt zu unterschiedlichen Verschiebungen der Energie je nach Isotop, da diese unterschiedliche Kernvolumina besitzen.

1.3 Thallium

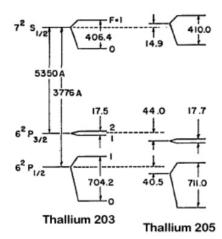


Abbildung 1.2: Die Abbildung zeigt das Energieniveauschema von Thallium 205 bzw. Thallium 203 für die Zustände $7s_{1/2},\,6p_{1/2}$ und $6p_{3/2}.$ Darin ist ebenfalls die Aufspaltung der Niveaus in die Hyperfeinstruktur zu erkennen.

In diesem Versuch wird das Emissions-Spektrum einer Thallium-Lampe untersucht. Dabei sind zwei verschiedene Übergänge zu beobachten.

Zum einen der Übergang aus dem $7s_{1/2}$ in das $6p_{3/2}$ Niveau, welcher mit einer Wellenlänge von $\lambda=535\,\mathrm{nm}$ als grünes Licht identifiziert werden kann, und zum anderen der Übergang aus $7s_{1/2}$ in das $6p_{1/2}$ Niveau, welcher mit einer Wellenlänge von $\lambda=377.6\,\mathrm{nm}$ als UV-Licht identifiziert werden kann. Dies sind die Übergänge, welche aus der Feinstruktur stammen. Wird auch die Hyperfeinstruktur betrachtet, so können die Wellenlängen der Übergänge leicht davon verschieden sein. Die Aufspaltung der Niveaus in die Hyperfeinstruktur ist in Abbildung 1.2 dargestellt.

Werden die einzelnen Interferenzmuster später betrachtet, so werden bei dem Übergang mit grünem Licht zwei verschiedene Wellenlängen, beim Übergang des UV-Lichtes drei verschiedene Wellenlängen zu betrachten sein. Dies lässt sich wie folgt erklären. Durch Auswahlregeln sind nicht alle möglichen Übergänge zwischen den Hyperfeinniveaus erlaubt. So ist der Übergang von einem Niveau mit F=0 zu einem Übergang mit F=0 nicht erlaubt. Damit fällt einer der vier möglichen Hyperfein-Übergänge bei beim UV-Licht heraus. Denn beim UV-Licht sind damit die Übergänge $F=0 \rightarrow F=1$, $F=1 \rightarrow F=0$ und $F=1 \rightarrow F=1$ zu erwarten, da der Übergang $F=0 \rightarrow F=0$ nicht erlaubt ist. Dies entspricht gerade den drei beobachteten verschiedenen Wellenlängen.

Beim grünen Licht wären mit den Auswahlregeln $\Delta F=0,\pm 1$ drei Übergänge erlaubt, da der Übergang $F=0 \to F=2$ einem $\Delta F=2$ entspricht. Die Hyperfeinaufspaltung des $6\mathrm{p}_{3/2}$ Niveaus ist jedoch so gering, dass die Übergänge $F=1 \to F=1$ und $F=1 \to F=2$ nicht zu unterscheiden sind und in einer beobachtbaren Wellenlänge resultieren. Dies erklärt dann die nur zwei beobachteten Wellenlängen.

Im Versuch wird eine Thallium²⁰⁵-Lampe verwendet, welche kein elektrisches Quadrupolmoment besitzt. Wie in der Abbildung 1.2 zu sehen, ergibt sich eine leichte Energiverschiebung zwischen den Isotopen Thallium²⁰³ und Thallium²⁰⁵. Da jedoch lediglich eine Thallium²⁰⁵-Lampe verwendet wird, spielt diese Verschiebung nicht in die zu messende Hyperfeinaufspaltng hinein.

Damit kommt die Hyperfeinaufpaltung lediglich aus der magnetischen Dipolwechselwirkung zwischen Kernspin und Elektronengesamtdrehimpuls zustande.

²Bildquelle: Vorbereitungsmappe

2. Versuchsaufbau

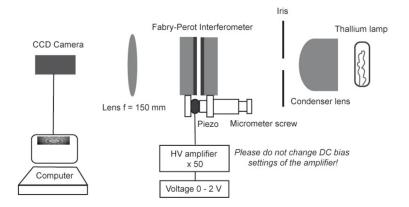


Abbildung 2.1: In dieser Abbildung ist der schematische Aufbau des Versuchs zu sehen, welcher hauptsächlich aus einen Fabry-Perot-Interferometer besteht.¹

In Abbildung 2.1 ist der Aufbau des Versuches zu sehen. Von rechts nach links ist zunächst die Thallium-Lampe zu sehen, dann folgt eine Kondenser-Linse zur Bündelung des Lichtes, anschließend folgt eine Blende, mit welcher bestimmt werden kann, wie viel Licht durchgelassen wird.

Dann folgt das Fabry-Perot-Interferometer, eine Konvexlinse mit Brennweite 150 mm und schließlich die CCD Kamera, welche mit dem Computer verbunden ist.

Vor der Aufnahme eines Interferenzmusters soll mithilfe der Piezoelemente an dem Fabry-Perot-Interferometer der Abstand zwischen den Spiegeln so eingestellt werden, dass ein möglichst scharfes Bild zu sehen ist.

Zwischen Blende und dem Fabry-Perot-Interfermometer kann je nach zu untersuchenden Spektrum entweder ein UV- oder ein Grünlicht-Filter gestellt werden.

Mit dem Auswertungsprogramm können dann sowohl Interferenzbilder, als auch Intensitätsgraphen aufgenommen werden

Außerdem kann zur Bestimmung des Abstandes der Spiegel des Fabry-Perot-Interferometers statt der Thallium-Lampe ein Laser mit bekannter Wellenlänge (650 nm) verwendet werden.

¹Bildquelle: Vorbereitungsmappe

3. Versuchsdurchführung

In diesem Versuch sollen die Hyperfeinstrukturaufspaltungen aus dem Übergang des $7s_{1/2}$ zum $6p_{3/2}$ bzw. $6p_{1/2}$ Niveau bestimmt werden. Da die Thalliumlampe ein Licht von beiden Übergängen abgibt, würde sich dies in einer Überlagerung der Interferenzringe im aufgenommenen Interferenzbild wiederspiegeln. Da jedoch die Übergänge zur klaren Auswertung voneinander getrennt betrachtet werden sollen, kann durch einen Filter die jeweils unerwünschte Wellenlänge herausgefiltert werden.

Zunächst wird der Übergang zu $6p_{1/2}$ betrachtet, welcher Licht im grünen Wellenlängenbereich aussendet. Mit Hilfe eines UV-Block Filters wird nur das grüne Licht durchgelassen. Das aufgenommene Interferenzmuster ist im Auswertungsprogramm auf dem Computer zu sehen. Nun kann das aufgenommene Bild so scharf gestellt werden, dass die einzelnen Durchmesser der Ringe gut ausgemessen werden können. Das Scharfstellen des Interferenzbildes erfolgt über die Piezoelemente an den Spiegeln des Fabry-Perot-Interferometers. Durch das Ändern der Spannung an den Piezoelementen ändert sich der Spiegelabstand, sodass sich die Resonanzbedingungen des Interferometers so verändern lassen, dass die gewünschten Wellenlängen scharf dargestellt werden.

Außerdem kann auch durch das Einstellen der Blende die Lichtintensität und im Auswertungsprogramm der Kontrast des Interferenzbildes eingestellt werden. Zudem kann die Belichtungszeit der Kamera eingestellt werden. Mit diesen Parameteren kann ebenfalls versucht werden, das Bild scharf zu stellen.

Nachdem dies erreicht ist, kann mit Hilfe eines Tools der Auswertungssoftwre entlang einer Linie das Interferenzmuster aufgenommen und abgespeichert werden. Dabei soll darauf geachtet werden, dass die Linie durch die Mitte der Ringe geht, damit tatsächlich auch die Durchmesser der Ringe gemessen werden können.

Danach wird statt der Thallium-Lampe ein Laser mit einer Wellenlänge von $\lambda=650\,\mathrm{nm}$ in den Versuchsaufbau gestellt, wobei sonst am Versuch nichts geändert wird. Mit dem Interferenzmusters des Laserlichtes wird nun analog wie zuvor auch schon das Interferenzmuster entlang einer Linie aufgenommen und abgespeichert. Aus diesen Messwerten lässt sich dann später der Spiegelabstand berechnen, welcher zur Berechnung der Wellenlänge benötigt wird.

Diese gesamte Prozedur wird dann noch einmal mit dem UV-Licht aus dem $6p_{1/2}$ Übergang wiederholt, wobei statt dem UV-Block Filter ein Grün-Filter eingesetzt wird.

4. Auswertung

4.1 Messwerte und Bilder

4.1.1 Grün

Wie in der Versuchsdurchführung bereits ausführlich beschrieben, wird zunächst der Übergang mit dem grünen Licht untersucht. Das hierfür aufgenommene Interferenzbild ist in Abbildung 4.1 zu sehen. Darin sind sind jeweils immer zwei Ringe zu sehen, die recht nah beieinander liegen. Dies sind jeweils die Interferenzmuster gleicher Ordnung zweier verschiedener Wellenlängen.

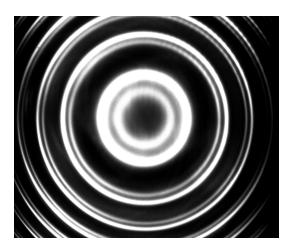


Abbildung 4.1: In dieser Abbildung ist das Interferenzmuster des grünen Lichtes der Thallium-Lampe zu erkennen. Dabei entsprechen die beiden Ringe jeweils leicht verschiedenen ausgesandten Wellenlängen.

Wie in der Versuchsdurchführung beschrieben, wird entlang einer Linie durch den Mittelpunkt der Ringe das Interferenzmuster quantitativ aufgenommen. Diese Aufnahme ist in dem Graphen in Abbildung 4.2 zu sehen. Darin sind die einzelnen Ringe als Maxima zu erkennen.

Nun lassen sich diese Maxima auswerten und dann die Durchmesser der einzelnen Ringe daraus bestimmen. Diese Messwerte sind in Tabelle 4.1 angegeben. Dabei ist zu beachten, dass die Messungen entlang der aufgenommenen Linie auf der x-Achse durch die Pixel angegeben ist. Dementsprechend sind die Durchmesser der Ringe zunächst nur in Pixeln angegeben. Durch die angegebenen Werte der Kamera von einer Auflösung von 2448 px auf 2048 px zu 8445.6 μ m auf 7065.6 μ m lässt sich ein Umrechungsfaktor von 1 px = 3.45 μ m bestimmen. Damit werden alle Messwerte für die Durchmesser nun in Einheiten von μ m umgerechnet. Diese sind ebenfalls in Tabelle 4.1 angegeben.

Weiter ist noch zu beachten, dass mit $D_{\text{Außen}}$ der jeweils äußere der beiden Ringe einer Ordnung und mit D_{Innen} dementsprechend der innere Ring gemeint sind.

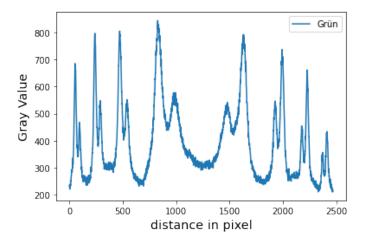


Abbildung 4.2: Die Abbildung zeigt die entlang einer Linie durch den Mittelpunkt der Ringe quantitativ aufgenommenen Kontrastwerte des grünen Lichtes. Die Maxima im Graphen entsprechen gerade den Ringen im Interferenzmuster.

Tabelle 4.1: In der Tabelle sind die Messwerte für die Durchmesser der Ringe beim grünen Licht für verschiedene Ordnungen sowohl in Pixel als auch in μ m angegeben. $D_{\text{Außen}}$ entspricht dem jeweils äußeren und D_{Innen} dem jeweils inneren der beiden Ringe einer Ordnung.

Ring	$D_{\text{Außen}}$ in Pixel	$D_{\text{Außen}}$ in μm	$D_{\rm Innen}$ in Pixel	D_{Innen} in $\mu\mathrm{m}$
1	2358	8135.10	2274	7845.30
2	1990	6865.50	1882	6492.90
3	1516	5230.20	1380	4761.00
4	803	2770.35	487	1680.15

Das aufgenommene Interferenzmuster für den Laser ist in Abbildung 4.3 zu sehen. Hierin sind deutlich schwächere und stärkere Ringe zu erkennen. Dabei sind für die Auswertung nur die helleren stärkeren Ringe von Beachtung, da die dünneren Ringe aus thermischen Fluktuationen und höheren Resonanzordnungen stammen.

Analog zur Auswertung des Interferenzmusters mit dem grünen Licht können auch die Durchmesser der Ringe des Lasers bestimmt werden. Die dafür aufgenommenen Messwerte des Kontrastes entlang einer Linie durch den Mittelpunkt sind in Abbildung 4.4 in einem Graphen aufgetragen. Die daraus bestimmten Werte für die Durchmesser sind in Tabelle 4.2 angegeben. Dabei ist zu beachten, dass nur die Maxima der helleren Ringe also jedes zweiten Ringes, wie bereits beschrieben, betrachtet und damit auch ausgewertet werden sollen. Da diese jedoch im Graphen sowieso kaum als Maxima zu erkennen sind, erleichtert dies die Auswertung.

Tabelle 4.2: In der Tabelle sind die Messwerte für die Durchmesser der Ringe beim Laser (identischer optischer Aufbau zum grünen Licht) für verschiedene Ordnungen sowohl in Pixel als auch in μ m angegeben.

Ring	D_{Laser} in Pixel	D_{Laser} in $\mu\mathrm{m}$
1	2177	7510.65
2	1635	5460.75
3	759	2618.55

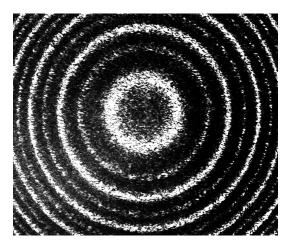


Abbildung 4.3: In dieser Abbildung ist das Interferenzmuster des Lasers mit einer Wellenlänge von $\lambda=650\,\mathrm{nm}$ bei identischem optischen Aufbau zum zuvor aufgenommenen grünen Licht zu erkennen. Dabei sind die helleren stärkeren Ringe als primäre Ringe zu betrachten, wohingegen die dünneren schwächeren aus thermischen Fluktuationen und höheren Resonanzordnungen stammen.

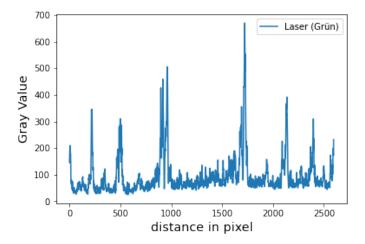


Abbildung 4.4: Die Abbildung zeigt die entlang einer Linie durch den Mittelpunkt der Ringe quantitativ aufgenommenen Kontrastwerte des Laser-Lichtes (identischer optischer Aufbau zum grünen Licht). Die Maxima im Graphen entsprechen gerade den Ringen im Interferenzmuster.

4.1.2 UV

Nachdem die Messung für das grüne Licht beendet ist, wird das UV-Licht untersucht, wofür statt dem UV-Block ein Grün-Filter eingesetzt wird. Das hierfür aufgenommmene Interferenzmuster ist in Abbildung 4.5 zu sehen. Darin sind jeweils immer drei Ringe zu erkennen, welche nah beieinander liegen und zu einer Ordnung gehören.

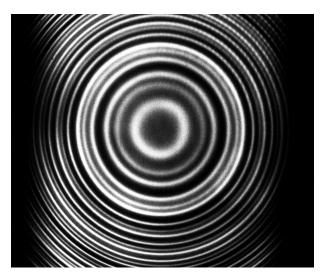


Abbildung 4.5: In dieser Abbildung ist das Interferenzmuster des UV-Lichtes der Thallium-Lampe zu erkennen. Dabei entsprechen die drei Ringe eines Tripels jeweils leicht verschiedenen ausgesandten Wellenlängen.

Analog zur Auswertung des grünen Lichtes kann auch hier entlang einer Linie durch den Mittelpunkt der Kontrast im Vergleich zur Position aufgenommen werden. Dies ist in Abbildung 4.6 zu sehen, worin die einzelnen Ringe wiederum als Maxima im Graphen zu erkennen sind. Diese könne wieder ausgewertet werden und daraus der Durchmesser der Ringe bestimmt werden. Die berechneten Werte sind in Tabelle 4.3 angegeben.

Dabei ist zu beachten, dass jeweils in einem Triplett der Ringe $D_{\text{Außen}}$ dem äußeren der drei, D_{Mitte} dem mittleren und D_{Innen} dem inneren Durchmesser der jeweiligen Ringe entsprechen.

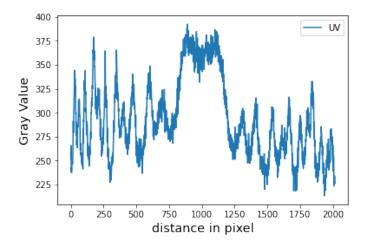


Abbildung 4.6: Die Abbildung zeigt die entlang einer Linie durch den Mittelpunkt der Ringe quantitativ aufgenommenen Kontrastwerte des UV-Lichtes. Die Maxima im Graphen entsprechen gerade den Ringen im Interferenzmuster.

Tabelle 4.3: In der Tabelle sind die Messwerte für die Durchmesser der Ringe beim grünen Licht für verschiedene Ordnungen sowohl in Pixel als auch in μ m angegeben. $D_{\text{Außen}}$ entspricht dem jeweils äußeren, D_{Mitte} dem mittleren und D_{Innen} dem jeweils inneren der drei Ringe einer Ordnung.

Ring	$D_{\text{Außen}}$ in px	$D_{\text{Außen}}$ in μm	D_{Mitte} in px	D_{Mitte} in $\mu\mathrm{m}$	D_{Innen} in px	D_{Innen} in $\mu\mathrm{m}$
1	1665	5744.25	1590	5485.50	1485	5123.25
2	1313	4529.85	1205	4157.25	1065	3674.25
3	810	2794.50	615	2121.75	215	741.75

Zuletzt wird nun wiederum statt der Thallium-Lampe der Laser eingesetzt, sodass hieraus der Spiegelabstand berechnet werden kann. Die Messwerte entlang einer Linie durch den Mittelpunkt des Interferenzmusters sind in Abbildung 4.7 in einem Graphen aufgetragen. Die hieraus bestimmten Maxima können wieder in Durchmesser der Ringe umgerechnet werden, deren Werte wieder in Tabelle 4.4 angegeben sind.

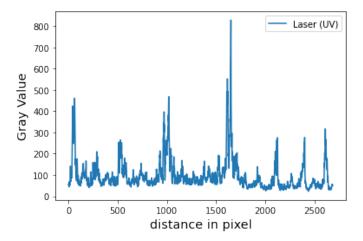


Abbildung 4.7: Die Abbildung zeigt die entlang einer Linie durch den Mittelpunkt der Ringe quantitativ aufgenommenen Kontrastwerte des Laser-Lichtes (identischer optischer Aufbau zum UV-Licht). Die Maxima im Graphen entsprechen gerade den Ringen im Interferenzmuster.

Tabelle 4.4: In der Tabelle sind die Messwerte für die Durchmesser der Ringe beim Laser (identischer optischer Aufbau zum UV-Licht) für verschiedene Ordnungen sowohl in Pixel als auch in μ m angegeben.

Ring	D_{Laser} in Pixel	D_{Laser} in $\mu\mathrm{m}$
1	2546	8783.70
2	2115	7296.75
3	1595	5502.75
4	630	2173.50

4.2 Berechnung der Spiegelabstände

Nachdem nun alle Messwerte für die verschiedenen Durchmesser der Ringe ausgewertet sind, lassen sich hieraus zuerst einmal die jeweiligen Spiegelabstände aus den Messwerten beim Laser bestimmen. Dazu wird der bestimmte Durchmesser quadriert über der Ordnung des Maximums aufgetragen und durch eine lineare Regression gefittet. Dabei wird dem Fit einen Fehler auf den Durchmesser mitgegeben. Dieser wird wie folgt abgeschätzt. Das entlang der Linie aufgenommene Interferenzbild hat eine gewisse Länge an Pixeln, sodass die Unsicherheit auf das Bestimmen der Durchmesser mit 1% dieser Anzahl an Pixeln abgeschätzt wird. Besteht das aufgenommene Intensitätsbild entlang einer Linie aus einer Länge von 2000 Pixeln, so wird eine Unsicherheit von 20 Pixeln zur Bestimmung des Durchmessers eines Ringes angenommen.

Da im Graphen jedoch D^2 aufgetragen ist, muss der Fehler hierauf mit Hilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung:

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot \sigma_{x_i}\right)^2} \tag{4.1}$$

berechnet werden. Diese ergibt für D^2 :

$$\sigma_{D^2} = \sqrt{\left(2 \cdot D \cdot \sigma_D\right)^2} \tag{4.2}$$

Durch das Umformen von (1.3) nach D^2 ergibt sich also die Formel:

$$D^2 = -\frac{4f^2\lambda}{d} \cdot m + 8f^2 \tag{4.3}$$

Für die Steigung der gefitteten Gerade mit $y = -s \cdot m + c$ ergibt sich dann:

$$s = \frac{4f^2\lambda}{d}$$

woraus dann für den Abstand der Spiegel der Ausdruck

$$d = \frac{4f^2\lambda}{s}$$

gefunden werden kann.

Zunächst wird nun der Spiegelabstand bei den Einstellungen des grünen Lichtes bestimmt. Die Abbildung 4.8 zeigt die bestimmten Durchmesser aufgetragen gegen die Ordnung des zugehörigen Maximums, die zugehörigen Messwerte sind aus Tabelle 4.2 entnommen.

Die Steigung dieser Geraden betragt $s=(2.482\pm0.064)\times10^{-5}\,\mathrm{m}^2$. Für den Spiegelabstand ergibt sich dann also mit der Brennweite der Linse $f=150\,\mathrm{mm}$ und der Wellenlänge des Lasers $650\,\mathrm{nm}$:

$$d_{\rm gr} = \frac{4f^2\lambda}{s} = 2.34\,\mathrm{mm}$$

Für die Fehlerbetrachtung wird nun das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz aus Gleichung (4.1) verwendet. Der systematische Fehler auf den Abstand der Spiegel wird durch die Unsicherheit auf die Brennweite der Linse beschreiben, für die Brennweite wird eine Unsicherheit von 15 mm angenommen.

Die statistische Unsicherheit auf den Abstand der Spiegel wird durch den statistischen Fehler auf die Steigung der Fitfunktion bestimmt. Für die statistische Unsicherheit ergibt sich dann:

$$\sigma_{\rm d,stat} = \sqrt{\left(\frac{4f^2\lambda}{s^2} \cdot \sigma_{\rm s}\right)^2} = 0.06\,{\rm mm}$$

Für den systematischen Fehler ergibt sich dann:

$$\sigma_{\rm d,syst} = \sqrt{\left(\frac{8f\lambda}{s} \cdot \sigma_{\rm f}\right)^2} = 0.47 \,\rm mm$$

Für den Abstand zwischen den Spiegel ergibt sich dann also:

$$d_{\rm gr} = (2.34 \pm 0.06 \pm 0.47) \rm mm$$

Das Vorgehen für das UV-Licht ist analog. Die lineare Regression der Werte ist in Abbildung 4.9 zu sehen, die zugehörigen Messwerte sind in Tabelle 4.4 zu sehen. Für den Spiegelabstand ergibt sich:

$$d_{\rm uv} = \frac{4f^2\lambda}{s} = 2.40\,\mathrm{mm}$$

Für die Fehlerbetrachtung wird zunächst wieder die Regressionsgerade betrachtet. Die Steigung der Gerade beträgt $s=(2.434\pm0.043)\times10^{-5}$. Auch hier wird der statistische Fehler durch die Unsicherheit auf die Steigung der Geraden bestimmt. Für die statistische Unsicherheit ergibt sich dann:

$$\sigma_{\mathrm{d,stat}} = \sqrt{\left(\frac{4f^2\lambda}{s^2} \cdot \sigma_{\mathrm{s}}\right)^2} = 0.04\,\mathrm{mm}$$

Für den systematischen Fehler ergibt sich:

$$\sigma_{\rm d,syst} = \sqrt{\left(\frac{8f\lambda}{s} \cdot \sigma_{\rm f}\right)^2} = 0.48 \,\rm mm$$

Für den Abstand zwischen den Spiegel ergibt sich also:

$$d_{\rm uv} = (2.40 \pm 0.04 \pm 0.48) \rm mm$$

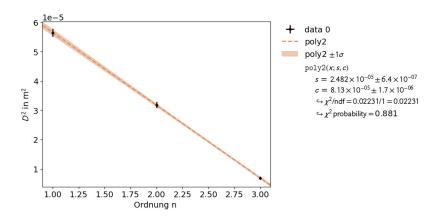


Abbildung 4.8: Die Abbildung zeigt das Quadrat der Durchmesser der Interferenzringe des Lasers (identischer optischer Aufbau zum grünen Licht) aufgetragen gegen die Ordnung des Maximums, sowie die lineare Regression der Daten.

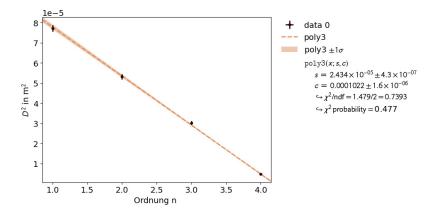


Abbildung 4.9: Die Abbildung zeigt das Quadrat der Durchmesser der Interferenzringe des Lasers (identischer optischer Aufbau zum UV-Licht) aufgetragen gegen die Ordnung des Maximums, sowie die lineare Regression der Daten.

4.3 Berechnung der Wellenlängen

Nachdem im vorigen Aufgabenteil die einzelnen Abstände der beiden Spiegel im Fabry-Perot-Interferometers ausgerechnet werden, lassen sich hiermit die einzelnen Wellenlängen aus den beiden Übergängen bestimmen.

Dafür werden wie auch schon im Aufgabenteil zuvor zunächst die einzelnen Durchmesser der Ringe quadriert und dann gegenüber der Ordnung des Ringes aufgetragen. Dann lässt sich mit Hilfe von Gleichung (4.3) wieder eine lineare Regression durchführen. Dies lässt sich jeweils mit den Ringen der beiden Übergänge durchführen. Die linearen Regressionen sind in Abbildung 4.10 und Abbildung 4.11 zu sehen. Dabei ist zu beachten, dass wie bereits zuvor auch schon dem Fit eine statistische Unsicherheit für die Durchmesser der Ringe mitgegeben wird. Diese wird analog zum vorigen Aufgabenteil abgeschätzt und auf D^2 wie in Gleichung (4.2) fortgepflanzt.

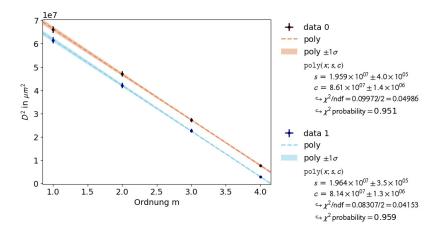


Abbildung 4.10: Die Abbildung zeigt das Quadrat der Durchmesser der Interfernzringe des grünen Lichtes aufgetragen gegen die Ordnung des Maximums, sowie die lineare Regression der Daten. Dabei entsprechen die oberen Messpunkte dem jeweils äußeren, die unteren dem inneren Ring einer Ordnung.

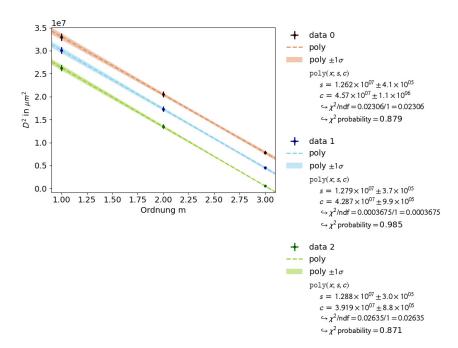


Abbildung 4.11: Die Abbildung zeigt das Quadrat der Durchmesser der Interfernzringe des UV-Lichtes aufgetragen gegen die Ordnung des Maximums, sowie die lineare Regression der Daten. Dabei entsprechen die oberen Messpunkte dem jeweils äußeren, die mittleren dem mittleren und die unteren dem inneren Ring einer Ordnung.

Aus den beiden Graphen lassen sich die Steigungen jeweils herauslesen. Für das grüne Licht ergibt sich:

$$s_{\rm gr,1} = (1.959 \pm 0.040) \times 10^7 \,\mu\text{m}^2$$

 $s_{\rm gr,2} = (1.964 \pm 0.035) \times 10^7 \,\mu\text{m}^2$

Für das UV-Licht ergibt sich:

$$s_{\rm uv,1} = (1.262 \pm 0.041) \times 10^7 \,\mu\text{m}^2$$

 $s_{\rm uv,2} = (1.279 \pm 0.037) \times 10^7 \,\mu\text{m}^2$
 $s_{\rm uv,3} = (1.288 \pm 0.030) \times 10^7 \,\mu\text{m}^2$

Aus der Steigung lassen sich nun mit Hilfe der Gleichung für die lineare Regression die Wellenlängen der jeweiligen Übergänge bestimmen durch:

$$\lambda = \frac{d \cdot s}{4f^2}$$

Mit Hilfe dieser Gleichung lassen sich auch durch das Fehlerfortpflanzungsgesetz die systematischen und statistischen Fehler auf die jeweiligen Wellenlängen bestimmen. Die statistische Unsicherheit auf die Wellenlänge ergibt aus der statistischen Unsicherheit auf die Steigung s sowie den Spiegelabstand d:

$$\sigma_{\lambda, \mathrm{stat}} = \sqrt{\left(\frac{d}{4f^2} \cdot \sigma_{s, \mathrm{stat}}\right)^2 + \left(\frac{s}{4f^2} \cdot \sigma_{d, \mathrm{stat}}\right)^2}$$

Die systematische Unsicherheit ergibt sich mit der Fehlerfortpflanzung auf die systematischen Unsicherheiten von d und f:

$$\sigma_{\lambda, \mathrm{syst}} = \sqrt{\left(\frac{s}{4f^2} \cdot \sigma_{d, \mathrm{syst}}\right)^2 + \left(\frac{-ds}{2f^3}\sigma_{f, \mathrm{syst}}\right)^2}$$

Damit ergeben sich für die Wellenlängen des Übergangs mit grünem Licht:

$$\lambda_{\rm gr.1} = (509.34 \pm 16.87 \pm 144.37) \rm nm$$

$$\lambda_{\rm gr,2} = (510.64 \pm 16.12 \pm 144.74) \rm nm$$

Für die Wellenlängen des Übergangs mit UV-Licht ergibt sich:

$$\lambda_{\text{uv},1} = (336.53 \pm 12.42 \pm 95.19) \text{nm}$$

$$\lambda_{\rm uv,2} = (341.07 \pm 11.53 \pm 96.47) \rm nm$$

$$\lambda_{\rm uv,3} = (343.47 \pm 10.01 \pm 97.15) \rm nm$$

Es ist bei allen bestimmten Wellenlängen zu sehen, dass diese nicht in der Nähe der Feinstrukturwellenlänge liegen. Dies sollte jedoch eigentlich der Fall sein, da die Hyperfeinstruktur lediglich eine kleine Korrektur im Vergleich zur Feinstruktur darstellen sollte. Daher ist eigentlich zu erwarten, dass die bestimmten Wellenlängen im Bereich der beiden Wellenlängen $\lambda_{\rm gr}=535\,\rm nm$ bzw. $\lambda_{\rm uv}=3776\,\rm nm$ liegen sollten. Dies lässt also vermuten, dass es einige Fehlerquellen bei der Bestimmung der Wellenlängen geben muss. Werden die statistische und systematische Unsicherheit der bestimmten Werte betrachtet, so ist auch zu erkennen, dass diese verhältnismäßig groß ausfallen. Der recht große systematische Fehler lässt sich vor allem mit der recht großen Abschätzung der Unsicherheit auf f erklären.

Es ist zu erwähnen, dass vor allem auch die Bestimmung der Maxima in den Graphen nicht sehr eindeutig ist, da die Kurve nicht sehr glatt verläuft. Bei der Bestimmung der Durchmesser können also große Abweichungen zustande kommen.

Weiter kann eine mögliche Fehlerquelle sein, dass die aufgenommenen Linien durch das Interferenzmuster nicht unbedingt durch den Mittelpunkt gehen. Dies wird bei der Aufnahme lediglich mit Augenmaß bestimmt, sodass hier Fehler auftreten können.

Unter Betracht all dieser Fehlerquellen scheinen die Werte plausibel zu sein.

4.4 Hyperfeinstrukturaufspaltung

In diesem Aufgabenteil soll noch die Hyperfeinstrukturaufspaltung der $7s_{1/2}$ und $6p_{1/2}$ Niveaus bestimmt werden. Die Hyperfeinaufspaltung entspricht der Energiedifferenz zweier Energieniveaus, die sich aus einem Feinstrukturniveau in zwei Hyperfeinstrukturniveaus aufspaltet.

Die Energie der Photonen, die bei einem Übergang im Atom emittiert werden, ist proportional zur Wellenzahldifferenz der beiden Niveaus:

$$E_{\gamma} = \hbar \omega = \hbar c \Delta k$$

Damit lässt sich die Energiedifferenz von zwei Energieniveaus durch die Wellenzahldifferenz Δk ausdrücken. Damit lässt sich also auch die Hyperfeinstrukturaufspaltung durch eine Wellenzahldifferenz wie folgt ausdrücken:

$$\Delta k = \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}$$

wobei λ_1 und λ_2 zwei unterschiedliche Wellenlängen sind.

Wird Gleichung (1.4) nach der Ordnung m aufgestellt, so ergibt sich:

$$m = \frac{2d}{\lambda} \cdot \left(1 - \frac{D_m^2}{8f^2}\right)$$

Für zwei Ringe gleicher Ordnung zweier unterschiedlicher Wellenlängen gilt also nach Gleichsetzen der Ordnungen:

$$\frac{2d}{\lambda_1} \cdot \left(1 - \frac{D_m^2}{8f^2}\right) = \frac{2d}{\lambda_2} \cdot \left(1 - \frac{D_m^2}{8f^2}\right)$$

Wird dies umgestellt so ergibt sich:

$$\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} = \frac{D_1^2}{8f^2\lambda_1} - \frac{D_2^2}{8f^2\lambda_2} \approx \frac{D_1^2 - D_2^2}{8f^2\overline{\lambda}}$$

wobei im letzten Schritt λ_1 und λ_2 durch den Mittelwert der beiden genähert wird. Damit ergibt sich also für die Wellenzahldifferenz Δk :

$$\Delta k = \frac{D_1^2 - D_2^2}{8f^2\overline{\lambda}} \tag{4.4}$$

Um die Hyperfeinaufspaltung des $7s_{1/2}$ -Niveaus zu erhalten, bietet es sich an, die Differenzen der Durchmesser des inneren und des äußeren Rings beim Übergang des grünen Lichtes zu betrachten, da die Hyperfeinaufspaltung des $6p_{3/2}$ -Niveaus praktisch nicht zu unterscheiden ist. Dies lässt sich für alle vier Ordnungen der Interferenzmaxima durchführen. Für jeden dieser Werte lässt sich zunächst eine statistische und eine systematische Unsicherheit mit Hilfe der Fehlerfortpflanzung berechnen. Für die statistische Unsicherheit gilt dabei:

$$\sigma_{\Delta k, \mathrm{stat}} = \sqrt{\left(\frac{D_1}{4f^2\overline{\lambda}} \cdot \sigma_{D_{1, \mathrm{stat}}}\right)^2 + \left(\frac{D_2}{4f^2\overline{\lambda}} \cdot \sigma_{D_{2, \mathrm{stat}}}\right)^2}$$

Für die systematische Unsicherheit gilt dabei:

$$\sigma_{\Delta k, \mathrm{syst}} = \sqrt{\left(\frac{-(D_1^2 - D_2^2)}{4f^3\overline{\lambda}} \cdot \sigma_{f, \mathrm{syst}}\right)^2}$$

Um eine gemeinsame Unsicherheit zu erhalten, können die statistische und systematische Unsicherheit quadratisch addiert werden:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\rm stat}^2 + \sigma_{\rm syst}^2}$$

Mit Gleichung (4.4) und für $\overline{\lambda} = 535\,\mathrm{nm}$ dem Wert aus dem Feinstrukturübergang ergibt sich für die vier Ordnungen für Δk :

$$\Delta k_1 = (0.481 \pm 0.222) \frac{1}{\text{cm}}$$

$$\Delta k_2 = (0.517 \pm 0.196) \frac{1}{\text{cm}}$$

$$\Delta k_3 = (0.487 \pm 0.158) \frac{1}{\text{cm}}$$

$$\Delta k_4 = (0.504 \pm 0.116) \frac{1}{\text{cm}}$$

Nun lässt sich aus den vier erhaltenen Werten für Δk ein gewichteter Mittelwert mit folgenden Formeln errechnen:

$$\overline{x} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

Mit:

$$w_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$$

Für die Unsicherheit auf den gewichteten Mittelwert gilt:

$$\sigma_{\overline{x}} = \frac{1}{\sqrt{\sum w_i}}$$

Damit ergibt sich also für die Hyperfeinstrukturaufspaltung des $7s_{1/2}$ Niveaus:

$$\Delta k_{7s_{1/2}} = (0.499 \pm 0.079) \frac{1}{\text{cm}}$$

Laut dem Literaturwert des Aufgabenblattes gilt für die Hyperfeinaufspaltung des $7s_{1/2}$ -Niveaus $\Delta k = 0.410 \, \frac{1}{\mathrm{cm}}$. Damit hat der berechnete Wert eine Abweichung von $22 \, \%$ vom Literaturwert. Der Literaturwert liegt außerdem gerade nicht mehr im Unsicherheitsintervall des berechneten Wertes. Angesichts der möglichen Fehler wie sie auch schon bei der Bestimmung der Wellenlängen ausführlich genannt werden, scheint der Wert plausibel zu sein. Außerdem ist hier ebenfalls noch zu betrachten, dass in der Herleitung von Gleichung (4.4) eine Näherung verwendet wird.

Dies lässt sich nun analog noch für die Aufspaltung des $6p_{1/2}$ -Niveaus durchführen. Dabei werden die Übergänge $F=1 \to F=0$ und $F=1 \to F=1$, also die Differenz des kleinsten und mittleren Ringes betrachtet. Denn die Übergänge $F=1 \to F=0$ und $F=1 \to F=1$ entsprechen der größten und mittleren Energiedifferenz der drei Übergänge und die Wellenlänge ist antiproportional zur Energiedifferenz wohingegen der Durchmesser der Ringe proportional zur Wellenlänge ist. Damit ergeben nun für die drei Ordnungen der Interferenzmaxima:

$$\Delta k_1 = (0.565 \pm 0.219) \frac{1}{\text{cm}}$$

$$\Delta k_2 = (0.557 \pm 0.178) \frac{1}{\text{cm}}$$

$$\Delta k_3 = (0.581 \pm 0.129) \frac{1}{\text{cm}}$$

Auch hier lässt sich aus den drei erhaltenen Werten für Δk ein gewichteter Mittelwert analog zu obiger Rechnung bestimmen, sodass sich für die Hyperfeinstrukturaufspaltung $6p_{1/2}$ -Niveaus ergibt:

$$\Delta k_{6\text{p}_{1/2}} = (0.571 \pm 0.094) \, \frac{1}{\text{cm}}$$

Laut dem Literaturwert des Aufgabenblattes gilt für die Hyperfeinaufspaltung des $6p_{1/2}$ -Niveaus $\Delta k = 0.710 \, \frac{1}{\mathrm{cm}}$. Damit hat der berechnete Wert eine Abweichung von $20 \, \%$ vom Literaturwert. Der Literaturwert liegt außerdem deutlich nicht mehr im Unsicherheitsintervall des berechneten Wertes. Wie bereits oben genannt können die Fehlerquellen zahlreich sein.

4.5 Kernspin

Nun soll noch herausgefunden werden, wie groß der Kernspin des Thalliums ist.

Da die Nukleonenzahl von ^{205}Tl ungerade ist muss der Kernspin halbzahlig sein.

In den Vorbereitungen wird bereits implizit davon ausgegangen, dass der Kernspin von Thallium $I=\frac{1}{2}$ ist, denn die Hyperfeinniveaus werden bereits bei $7\mathrm{s}_{1/2}$ mit F=0,1, bei $6\mathrm{p}_{3/2}$ mit F=1,2 und bei $6\mathrm{p}_{1/2}$ mit F=0,1 charakterisiert. Diese Beschreibung der Niveaus gilt nur für einen Kernspin von $I=\frac{1}{2}$, denn F läuft in ganzzahligen Schritten von $F_{\min}=|I-j|$ bis $F_{\max}=I+j$.

Wird nun angenommen, dass der Kernspin von Thallium größer als $\frac{1}{2}$ also bspw. $I=\frac{3}{2}$ ist, so würde sich das $7\mathrm{s}_{1/2}$ Niveau in F=1,2, $6\mathrm{p}_{3/2}$ in F=0,1,2,3 und $6\mathrm{p}_{1/2}$ in F=1,2 aufspalten. Dies müsste sich dann jedoch auch in der Anzahl an beobachtbaren Wellenlängen bzw. somit Ringen pro Ordnung beobachtbar machen. Denn für den Übergang $7\mathrm{s}_{1/2} \to 6\mathrm{p}_{1/2}$ wären dann vier einzelne Übergänge erlaubt, sodass beim UV-Licht vier Ringe pro Ordnung zu beobachten sein müssten. Dies ist jedoch nicht der Fall. Analog kann für noch höhere Kernspins argumentriert werden.

Daher muss Thallium einen Kernspin von $I = \frac{1}{2}$ haben.

Literatur

- [1] Demtröder. Experimentalphysik 3. Springer, 2016.
- [2] Fabry-Pérot-Interferometer. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Fabry-P%C3% A9rot-Interferometer. (accessed: 29.01.2022).
- [3] Hyperfeinstruktur. URL: https://de.wikipedia.org/wiki/Hyperfeinstruktur. (accessed: 29.01.2022).
- [4] Kuchling. Taschenbuch der Physik. Verlag Harri Deutsch, 1989.
- [5] Lichtenegger. Schlüsselkonzepte zur Physik. Springer, 2015.