

P3 WS 2011/2012

Neutronendiffusion

Marco A. Harrendorf und Thomas Keck
marco.harrendorf@googlemail.com, t.keck@online.de

Gruppe: 106

Karlsruhe Institut für Technologie, Bachelor Physik

Versuchstag: 07.11.2011

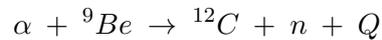
Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	3
1.1	Americium-Beryllium-Neutronenquelle	3
1.2	Wechselwirkungsreaktionen von Neutronen mit Kernen	3
1.3	Der Neutronenfluss	4
1.4	Klassifizierung von Neutronen	4
1.5	Bestimmung der Relaxationslänge schneller Neutronen	5
1.6	Bestimmung der Diffusionslänge thermischer Neutronen	5
1.7	Funktionsprinzip des BF ₃ -Zählrohrs	6
2	Versuch	7
2.1	Ziel des Versuchs	7
2.2	Aufbau des Versuchs	7
2.3	Durchführung des Versuchs	7
3	Auswertung	8
3.1	Relaxationslänge	8
3.2	Diffusionslänge	9
	Literatur	11

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Americium-Beryllium-Neutronenquelle

In einer Americium-Beryllium-Neutronenquelle (kurz: AmBe-Quelle) werden Neutronen über die (α, n) -Reaktion erzeugt:



Das Americium-241 in der Quelle emittiert hierbei Alphateilchen mit Energien u.a. im Bereich von 5.5 MeV, welche jeweils durch Wechselwirkung mit einem einzelnen ${}^9\text{Be}$ -Atom ein ${}^{12}\text{C}$ -Atom ergeben und dabei ein überschüssiges Neutron freisetzen.

Da der Stoßwinkel des Alphateilchens mit dem ${}^9\text{Be}$ -Atom und die Geschwindigkeit des ${}^9\text{Be}$ -Atoms auf Grund der thermischen Bewegung und somit der Energieübertrag auf das freigesetzte Neutron nicht bei allen Wechselwirkungsprozessen gleich ist, ergibt sich ein kontinuierliches Neutronenspektrum bei isotroper Verteilung der Neutronen.

Die mittlere Energie der freigesetzten Neutronen liegt im Bereich um die 5 MeV, da wegen der Massendifferenz nur ein geringer Anteil der kinetischen Energie auf das jeweilige ${}^{12}\text{C}$ -Atom übergeht.

1.2 Wechselwirkungsreaktionen von Neutronen mit Kernen

Folgende Wechselwirkungsreaktionen treten häufig zwischen schnellen Neutronen und Atomkernen auf:

- **Elastische Streuung am Atomkern:** Bei der elastischen Streuung eines Neutrons an einem Kern bleibt die Summe der kinetischen Energien erhalten. Allerdings überträgt das Neutron auf Grund der Impulserhaltung einen Teil seiner kinetischen Energie an den zuvor nahezu ruhenden Kern (wenn man thermische Bewegung des Kerns vernachlässigt), weswegen die Bewegungsenergie des Neutrons sich hierbei verringert. Zudem wird das Neutron in Folge des Stoßes abgelenkt.
Der Energieübertrag vom Neutron auf den Kern beim Stoß ist abhängig vom Stoßwinkel und der Masse des Kerns. So ist der Energieübertrag bei Stößen mit Protonen am größten, da die Massen von Neutronen und Protonen nahezu gleich sind.
Mit abnehmender Energie der Neutronen nimmt der Wirkungsquerschnitt für die elastische Streuung stark zu.
- **Inelastische Streuung am Atomkern:** Im Vergleich zur elastischen Streuung wird bei der inelastischen Streuung zusätzlich noch Anregungsenergie auf den Kern übertragen, d.h. die Summe der kinetischen Energien ist nicht mehr erhalten.
Der Energieübertrag von den Neutronen auf die Kern ist hierbei also größer als bei der elastischen Streuung, allerdings sind die Wirkungsquerschnitte auch geringer.
- **Absorption des Neutrons durch den Atomkern:** Bei dieser Wechselwirkung wird das Neutron vollständig vom Kern aufgenommen. In Folge dessen kommt es während der Abregung des Kerns zur Freisetzung von Photonenstrahlung oder anderen Strahlungsteilchen.

1.3 Der Neutronenfluss

Das Strahlenfeld einer Neutronenquelle lässt sich mit Hilfe der differentiellen Dichte $n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$ beschreiben. Die differentielle Dichte $n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$ entspricht hierbei der Anzahl der Neutronen, die sich an der Stelle \vec{r} mit einer Energie im Einheitsenergieintervall um die Energie E im Einheitsraumwinkel um die Richtung $\vec{\Omega}$ befinden.

Durch Integration über den Raumwinkel $d\Omega$ sowie das Energieintervall dE lässt sich die Anzahl aller zugehörigen Neutronen im Raumwinkelelement dV bestimmen.

$$n(\vec{r})dV = \int_E \int_{\Omega} n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)d\Omega dE dV$$

In diese Gleichung geht mit $n(\vec{r})$ die Neutronendichte ein.

Der Neutronenfluss $\Phi(\vec{r})$ lässt sich ebenso über die differentielle Dichte $n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)$ bestimmen

$$\Phi(\vec{r}) = \int_E \int_{\Omega} n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E)v(E)dEd\Omega \quad ,$$

wobei hier noch $v(E)$ die von der Energie abhängige Geschwindigkeit der Neutronen eingeht. Kennt man die mittlere Geschwindigkeit \bar{v} der Neutronen, so lässt sich mit Hilfe der Neutronendichte $n(\vec{r})$ der Neutronenfluss $\Phi(\vec{r})$ über folgenden einfachen Zusammenhang berechnen:

$$\Phi(\vec{r}) = n(\vec{r}) \cdot \bar{v}$$

Der Neutronenfluss $\Phi(\vec{r})$ ist ein Maß dafür, wie viele Neutronen mit einer Energie im Intervall E bis $E + dE$ eine durch $\vec{\Omega}$ definierte Oberfläche senkrecht pro Zeiteinheit durchsetzen.

Handelt es sich um ein (nahezu) isotropes Neutronenstrahlenfeld, so ist die Anzahl der Neutronen, die die Einheitsfläche pro Zeiteinheit aus allen Richtungen durchsetzen, gegeben durch $\frac{\Phi(\vec{r})}{2}$.

1.4 Klassifizierung von Neutronen

Da der Wirkungsquerschnitt für verschiedene Wechselwirkungsprozesse bei Neutronen stark von deren kinetischer Energie abhängt, ist es üblich Neutronen entsprechend ihrer kinetischen Energie zu klassifizieren.

Grundsätzlich entscheidet man zwischen zwei Neutronenarten, den schnellen und den thermischen Neutronen. Allerdings gibt es noch Zwischenstufen (epithermische, mittelschnelle Neutronen) und andere Arten (kalte, relativistische Neutronen).

Alle Neutronen, deren kinetische Energie ungefähr im Bereich zwischen 1 eV bis 20 MeV liegt, werden als schnelle Neutronen bezeichnet. Schnelle Neutronen entstehen bei der Kernspaltung oder auch durch Wechselwirkungsprozesse anderer Strahlungsteilchen mit Kernen, z.B. (α, n)- oder (γ, n)-Reaktion.

Thermische Neutronen, deren kinetische Energie ungefähr 0.025 eV bis 1 eV beträgt, hingegen werden nicht direkt durch Kernprozesse erzeugt, sondern entstehen durch Mehrfachstreuung von schnellen Neutronen an (leichten) Kernen.

1.5 Bestimmung der Relaxationslänge schneller Neutronen

Für den Fluss $\Phi(r)$ schneller Neutronen gilt folgender Zusammenhang:

$$\Phi(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \cdot Q \cdot e^{-\frac{r}{\lambda}} \quad (1)$$

In diese Gleichung geht die Quellstärke Q der Neutronenquelle, mit dem Faktor $\frac{1}{4\pi r^2}$ das Abstandsquadrat-Gesetz für eine punktförmige Quelle und mit dem Faktor $e^{-\frac{r}{\lambda}}$ die Intensitätsabnahme durch Neutronenabsorption im umgebenden Medium ein.

Mit λ wird hierbei die sogenannte Relaxationslänge bezeichnet, diese entspricht der freien Weglänge schneller Neutronen bzw. dem Abstand, nach dem die Intensität der Neutronenstrahlung in Folge des Exponentialfaktors auf $\frac{1}{e}$ abgenommen hat.

Zu beachten ist, dass die Gleichung (1) nur für die Primärneutronen gilt. Durch Wechselwirkungsprozesse entstehende Sekundärneutronen werden in der Gleichung (1) nicht berücksichtigt, aus diesem Grund sollte der im Praktikumsversuch gemessene Fluss eigentlich nicht der Gleichung (1) entsprechen. Da aber die Primärneutronen hauptsächlich an den Protonen des Wasserstoff-Moleküls gestreut werden, verlieren sie rasch große Teile ihrer kinetischen Energie, wobei der Wirkungsquerschnitt für abnehmende Neutronenenergie zusätzlich noch ansteigt. Dies bedingt, dass die Neutronen in einem kleinen räumlichen Bereich um den ersten Stoß thermalisiert werden. Hinzu kommt, dass sich mit Hilfe einer Abschätzung zeigen lässt, dass sich weniger als 10% der thermischen Neutronen um mehr als 3 cm vom Ort ihrer Entstehung entfernen.

Aus diesem Grund ist es zulässig zur Bestimmung der Relaxationslänge schneller Neutronen in Wasser nur den thermischen Fluss zu messen und dazu die Gleichung (1) zu verwenden.

Formt man die Gleichung (1) wie folgt um, so kann man durch Messung des Flusses $\Phi(r)$ bei bekanntem Abstand über eine lineare Interpolation die Relaxationslänge λ als reziproke Geradensteigung m bestimmen:

$$\underbrace{\ln(r^2 \cdot \Phi(r))}_{f(r)} = - \underbrace{\frac{1}{\lambda} \cdot r}_{m \cdot r} + const.$$

Die hierdurch bestimmte Relaxationslänge λ ist jedoch auf Grund der oben getroffenen Annahmen keine allgemein gültige Größe, sondern hängt ab von dem emittierten Neutronenspektrum der Quelle, der spektralen Empfindlichkeit des Neutronendetektors sowie von dem Messaufbau.

1.6 Bestimmung der Diffusionslänge thermischer Neutronen

Für den Fluss thermischer Neutronen gilt folgender Zusammenhang:

$$\Phi(r) = \frac{1}{4\pi D} \cdot Q \cdot \frac{e^{-\frac{r}{L}}}{r} \quad (2)$$

In diese Gleichung geht die Quellstärke Q der Neutronenquelle, die Diffusionskonstante D und die Diffusionslänge L ein.

Die Diffusionslänge L entspricht hierbei dem mittleren Abstand \bar{r} von der Quelle, in dem ein Neutron absorbiert wird.

Im Vergleich zur Gleichung (1) nimmt die Intensität der Strahlung von thermischen Neutronen nur mit $\frac{1}{r}$ ab.

Die Gleichung (2) gilt genau genommen nur für eine punktförmige Quelle thermischer Neutronen, die in der Praxis jedoch nicht existiert. Allerdings kann man durch eine geschickt gewählte Messmethode – nämlich die Cadmium-Differenzmethode – eine virtuelle Quelle thermischer Neutronen erzeugen, die in hinreichend großen Abstand ($r > 14\text{ cm}$) als punktförmig angenommen werden darf.

Bei der Cadmium-Differenzmethode bestimmt man zunächst den Fluss $\Phi_0(r)$ von schnellen und nahe an der Quelle thermalisierten Neutronen für verschiedene Abstände r . Anschließend bringt man um die Neutronenquelle eine Cadmium-Abschirmung an, die thermische und langsame Neutronen, die um die Quelle herum entstehen, nahezu vollständig absorbiert, und misst nur den Fluss $\Phi_m(r)$ schneller Neutronen für die selben Abstände r . Durch Differenzbildung kann danach der Fluss $\Phi_t(r)$ thermischer Neutronen, die nahe um die Quelle entstehen, wie folgt berechnet werden:

$$\Phi_t(r) = \Phi_0(r) - \Phi_m(r)$$

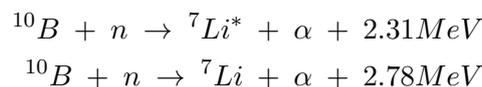
Formt man nun die Gleichung (2) entsprechend um und setzt den berechneten Fluss $\Phi_t(r)$ thermischer Neutronen ein, so kann über lineare Interpolation die Diffusionslänge L als reziproke Geradensteigung m bestimmt werden:

$$\underbrace{\ln(r \cdot \Phi_t(r))}_{f(r)} = - \underbrace{\frac{1}{\lambda}}_{m \cdot r} \cdot r + \text{const.}$$

1.7 Funktionsprinzip des BF₃-Zählrohrs

Der Nachweis der Neutronen erfolgt durch ein Proportionalzählrohr, welches mit Borfluorid gefüllt ist.

Beim Einfang eines Neutrons durch Bor sind dann unter Aussendung eines Alphateilchens folgende zwei Reaktionen unter Freisetzung von Bindungsenergie möglich:



Die erste Kernreaktion, bei der sich das Lithium zunächst in einem angeregten Zustand befindet, bevor es in den Grundzustand übergeht, ist mit 97% deutlich wahrscheinlicher als die zweite Kernreaktion, bei der das Lithium direkt im Grundzustand vorliegt.

Beiden Reaktionen gemeinsam ist allerdings, dass im Zählrohr die Reaktionsprodukte (${}^7\text{Li}, \alpha$) im Gegensatz zum Neutron elektrisch geladen sind und durch Wanderung zur Zählkathode bzw. Zählkathode einen technisch verwertbaren Zählimpuls ergeben.

Im Impulshöhenspektrum ist auf Grund der unterschiedlichen Wahrscheinlichkeit der zwei Kernreaktionen, ein ausgeprägter Peak, der einer Energie von 2.31 MeV entspricht, und ein kleinerer Peak, der einer Energie von 2.78 MeV entspricht, zu erwarten.

Zu bemerken bleibt, dass der Neutroneneinfang von Bor abhängig von der Energie des Neutrons ist und für geringere kinetische Energien des Neutrons deutlich wahrscheinlicher ist, weswegen praktisch fast nur langsame und thermische Neutronen gemessen werden.

2 Versuch

2.1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch wurde die Relaxationslänge λ schneller Neutronen in Wasser und die Diffusionslänge L thermischer Neutronen in Wasser bestimmt.

2.2 Aufbau des Versuchs

Eine AmBe-Neutronenquelle befand sich in der Mitte eines zylinderförmigen Wassertanks, dessen Durchmesser 100 Zentimeter und dessen Höhe 80 Zentimeter beträgt. Die Neutronenquelle konnte zusätzlich mit einer kugelförmigen Cadmium-Schale zur Abschirmung thermischer Neutronen versehen werden. Weiterhin befand sich im Wassertank auf Höhe der Strahlenquelle ein radial verschiebbarer Neutronendetektor, der aus einem BF_3 -Zählrohr bestand.

2.3 Durchführung des Versuchs

Beginnend ab einem radialen Abstand $d = 14 \text{ cm}$ zwischen Zählrohr und Strahlenquelle wurde einmal unter Verwendung und einmal ohne Verwendung der Cadmium-Abschirmung die Anzahl der Zählereignisse N_i für eine Messzeit $t_M = 300 \text{ s}$ bestimmt, indem im Spektrum eines Vielkanalanalysators für einen definierten Kanalbereich die Summe aller Zählereignisse gebildet wurde. Die Summe erstreckte sich dabei vom Kanal 768 bis einschließlich Kanal 4360. Schrittweise wurde der radiale Abstand d erhöht und die jeweiligen Zählereignisse N_i gemessen, bis die Unsicherheit im Rahmen der Zählstatistik in der Größenordnung des Unterschieds zwischen den gemessenen Zählereignissen ohne Verwendung der Cadmium-Abschirmung N_{un} und den gemessenen Zählereignissen mit Verwendung der Cadmium-Abschirmung N_{Cd} war. Für den Fehler der Zählereignisse wurde wie üblich eine Poissonstatistik angenommen und der Fehler mit \sqrt{N} abgeschätzt. Den Fehler des radialen Abstandes wurde mit $\Delta r = 0.5 \text{ mm}$ angenommen.

3 Auswertung

Wie im vorigen Abschnitt beschrieben haben wir die Messung durchgeführt, es ergaben sich die in Tabelle 3 angegebenen Werte:

Abstand r in mm	Ereignisse mit Abschirmung N_m	Ereignisse ohne Abschirmung N_o
140	50804	53199
141	50308	52289
142	48530	51069
144	46430	48668
146	45156	47271
148	43538	45315
150	41594	43486
153	39704	41270
156	36876	38538
160	34470	35870
165	31240	32232
170	28480	29244
175	25830	26573
180	23293	24234
185	21141	21960
190	19055	19934
200	16102	16493

Tabelle 1: Messdaten

3.1 Relaxationslänge

Mithilfe der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung wurde für jede Messung der Fehler berechnet. Der Abzissenfehler ist dabei einfach durch den Fehler des radialen Abstandes Δr gegeben. Der Ordinatenfehler Δy wurde fortgepflanzt:

$$\Phi_m = \frac{N_m}{t_M} \quad (3)$$

$$\Delta\Phi_m = \frac{\sqrt{N_m}}{t_M} \quad (4)$$

$$x = r^2 \cdot \Phi_m \quad (5)$$

$$\Delta x = \sqrt{(2 \cdot r \cdot \Phi_m \cdot \Delta r)^2 + (r^2 \cdot \Delta\Phi_m)^2} \quad (6)$$

$$y = \log x \quad (7)$$

$$\Delta y = \frac{\Delta x}{|x|} \quad (8)$$

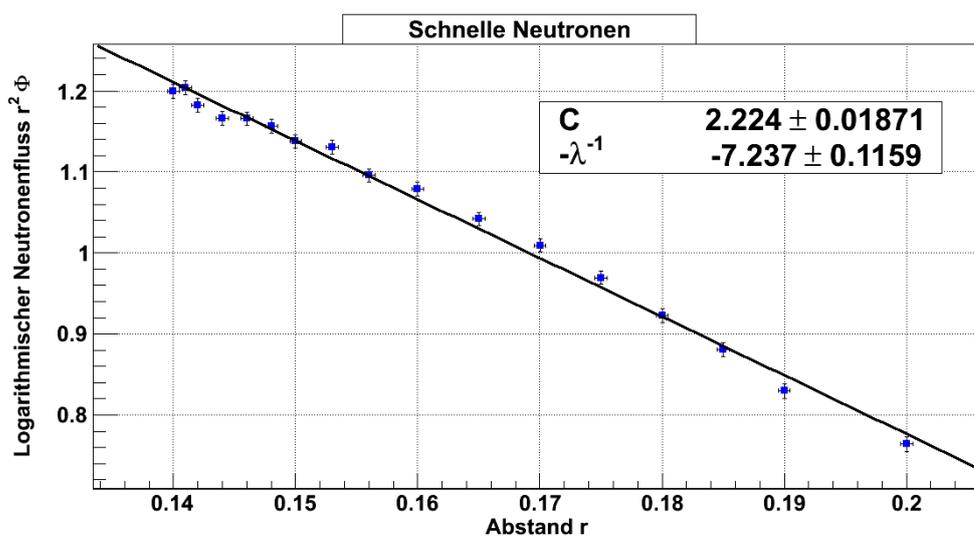


Abbildung 1: Schnelle Neutronen: r in m

Die gemessenen Werte und deren Fehler wurden entsprechend der Auswerteformel für schnelle Neutronen mithilfe von ROOT gefittet. Es ergibt sich damit eine Relaxationslänge von:

$$\lambda = (0.1381 \pm 0.0022)\text{m} \quad (9)$$

Dieser Wert scheint plausibel und besitzt aufgrund der hohen Statistik eine geringe Ungenauigkeit. Dies erkennt man auch im Schaubild 1, da die Werte nur kleine Fehlerbalken besitzen und erkennbar auf der gefitteten Geraden liegen.

3.2 Diffusionslänge

Analog zur Fehlerrechnung bei den schnellen Neutronen wurde diese auch für die virtuelle thermische Neutronenquelle durchgeführt:

$$\Phi_m = \frac{N_o - N_m}{t_M} \quad (10)$$

$$\Delta\Phi_m = \frac{\sqrt{N_m + N_o}}{t_M} \quad (11)$$

$$x = r \cdot \Phi_m \quad (12)$$

$$\Delta x = \sqrt{(\Phi_m \cdot \Delta r)^2 + (r \cdot \Delta\Phi_m)^2} \quad (13)$$

$$y = \log x \quad (14)$$

$$\Delta y = \frac{\Delta x}{|x|} \quad (15)$$

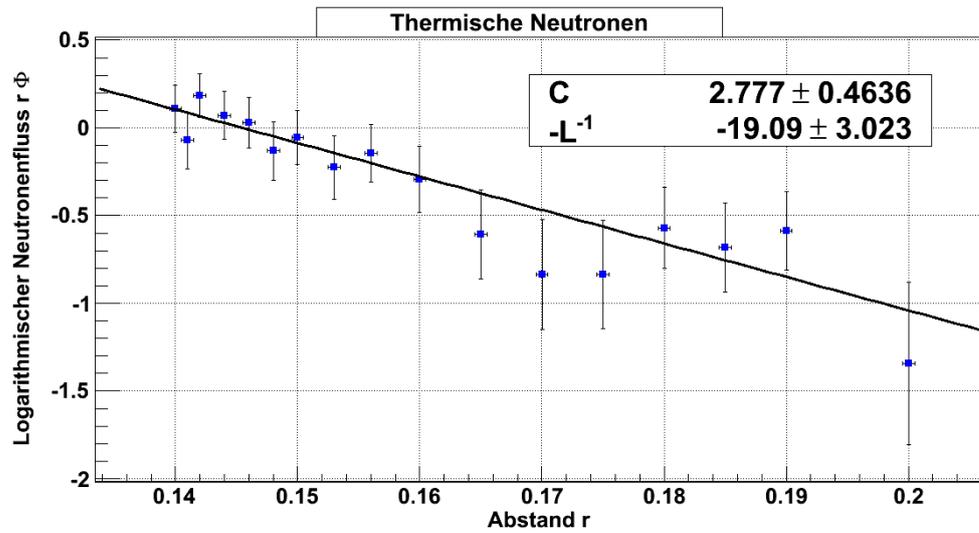


Abbildung 2: Thermische Neutronen: r in m

Mithilfe von ROOT ergab sich hiermit folgende Regressionsgerade: Es ergibt sich damit eine Diffusionslänge von:

$$\lambda = (0.0523 \pm 0.0082)\text{m} \quad (16)$$

Dieser Wert erscheint plausibel, besitzt jedoch einen größeren Fehler im Vergleich zur gemessenen Relaxationslänge, da die virtuelle Neutronenquelle infolge der Differenzbildung nur sehr schwach war und somit in der gegebenen Messzeit nur eine geringe Statistik ermöglichte.

Literatur

[BlauesBuch] J. Wolf, F.K. Schmidt: Einführung in das Kernphysikalische Praktikum

P3 WS 2011/2012

Neutronendiffusion - Nachbesserung

Marco A. Harrendorf und Thomas Keck
marco.harrendorf@googlemail.com, t.keck@online.de

Gruppe: 106

Karlsruhe Institut für Technologie, Bachelor Physik

Versuchstag: 07.11.2011

Inhaltsverzeichnis

1	Vorwort	3
2	Messergebnisse	3
2.1	Schnelle Neutronen	3
2.2	Thermische Neutronen	5
3	Größtfehlerabschätzung	6
4	Streuung der Messwerte um die Regressionsgerade	7
4.1	Schnelle Neutronen	7
4.2	Thermische Neutronen	7
5	Neuberechnung für 20 fachen radialen Fehler	8
5.1	Schnelle Neutronen	8
5.2	Thermische Neutronen	9
6	Neuberechnung für 3fache Zählratenunsicherheit	10
6.1	Schnelle Neutronen	10
6.2	Thermische Neutronen	11
7	Vergleich der Relaxationslänge mit unabhängigen Messungen anderer „Forschungsgruppen“	12
7.1	Relaxationslänge von Christian Wiese und Kristina Hönes vom 11.Juli 2009 . .	12
7.2	Relaxationslänge von Andre Gall und Christian Benz vom 06.12.2006	12
7.3	Weitere unabhängige Messungen	12
8	Fazit	13
8.1	Schnelle Neutronen	13
8.2	Thermische Neutronen	13

1 Vorwort

In dem ursprünglich abgegebenen Protokoll zum Versuch Neutronendiffusion wurden bei der Bestimmung der Relaxationslänge von schnellen Neutronen die kleinen Fehlergrenzen bemängelt. Im vorliegenden Werk wird daher der Beweis geführt, dass die berechneten Fehlergrenzen sich direkt aus der Auswerteformel ergeben und in sich schlüssig sind. Zusätzlich wurden die von uns ermittelten Messwerte und Fehlergrenzen mit den Messungen anderer "Forschungsgruppen" verglichen und deren Übereinstimmung festgestellt.

Im Rahmen der genauen Überprüfung unserer Ergebnisse mit Hilfe verschiedener statistischer Methoden fiel allerdings auf, dass die Unsicherheit bei den Zählraten – besonders für die Bestimmung der Diffusionslänge thermischer Neutronen – mit 1σ unter Umständen zu gering ausfallen kann, weswegen die Berechnungen nochmal mit einer 3σ -Unsicherheit für die Zählraten ausgeführt wurden.

2 Messergebnisse

Die bisherigen Messergebnisse aus dem vorliegenden Protokoll werden hier nochmals zusammengestellt. Sie wurden mit einer radialen Unsicherheit von $\Delta r = 0.0005\text{m}$ und unter der Annahme einer Poissonstatistik für die Zählereignisse berechnet $\Delta N = \sqrt{N}$:

2.1 Schnelle Neutronen

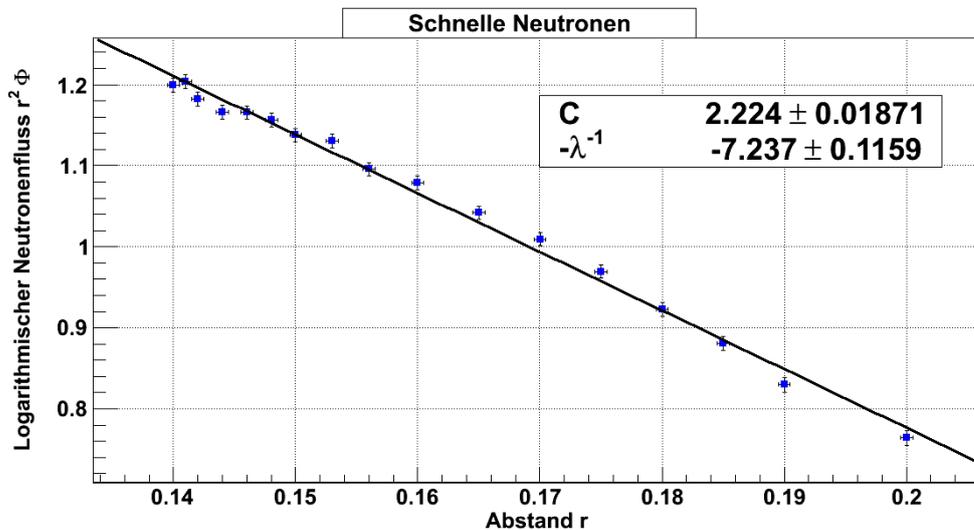


Abbildung 1: Schnelle Neutronen: r in m

$$\lambda = (0.1381 \pm 0.0022) \text{ m} \quad (1)$$

2.2 Thermische Neutronen

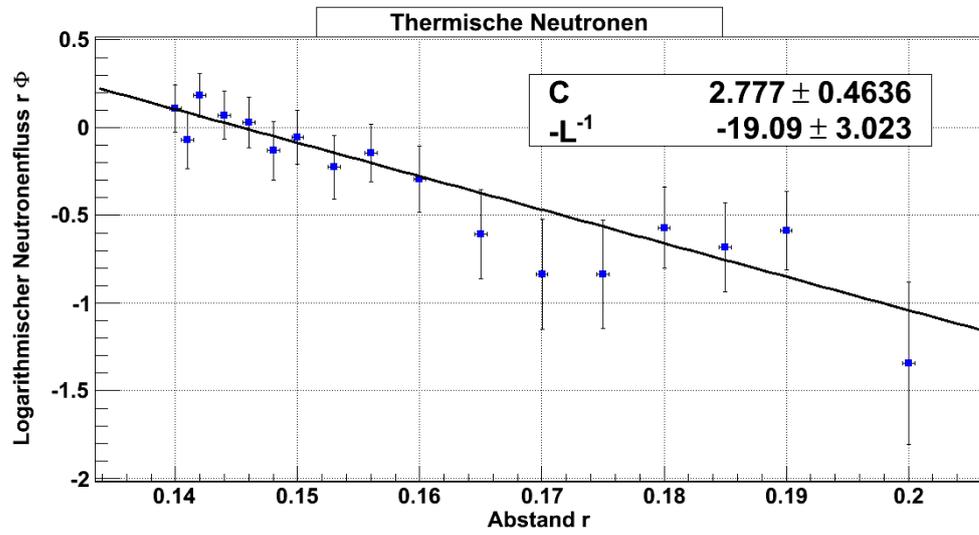


Abbildung 2: Thermische Neutronen: r in m

$$L = (0.0523 \pm 0.0082) \text{ m} \quad (2)$$

3 Größtfehlerabschätzung

Um die Plausibilität unserer Gauß'schen-Fehlerabschätzung zu testen, führen wir per Hand eine Größtfehlerabschätzung für das erste Messpaar von schnellen Neutronen durch. **1. Messpaar:**

$$r = 0.14 \pm 0.0005 \quad (3)$$

$$\Phi = \frac{N}{t} = \frac{50804 \pm \sqrt{50804}}{300} \quad (4)$$

$$= 169.34 \pm 0.75 \quad (5)$$

Das bisherige Ergebnis für dieses Messpaar war:

$$y = \log(r^2 * N/t) = 1.1997 \pm 0.0084 \quad (6)$$

Die obere Grenze für dieses Messergebnis ist:

$$r = 0.1405 \quad (7)$$

$$\Phi = 170.09 \quad (8)$$

$$y = 1.2112 = 1.1997 + 0.0115 \quad (9)$$

Die untere Grenze für dieses Messergebnis ist:

$$r = 0.1395 \quad (10)$$

$$\Phi = 168.59 \quad (11)$$

$$y = 1.1880 = 1.1997 - 0.0117 \quad (12)$$

Diese Fehler sind nicht wesentlich größer als die durch die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung bestimmten Fehlergrenzen unter der Annahme, dass die Fehler sich gegenseitig teilweise aufheben.

4 Streuung der Messwerte um die Regressionsgerade

Die Standardabweichung σ und der daraus resultierende Standardfehler des Mittelwertes $\sigma_M = \frac{\sigma}{\sqrt{M}}$ (wobei M die Anzahl der Messungen ist!) von der von ROOT bestimmten Regressionsgeraden wurde berechnet. Der Standardfehler des Mittelwertes ist ein statistisches Maß für die Unsicherheit, die man für ein Messergebnis, welches sich aus vielen unabhängigen Messungen ergibt, erwarten kann. Die Messungen im Versuch können für unsere Zwecke als unabhängig betrachtet werden, da die in die Fehlerrechnung eingehenden Größen Δr und ΔN offensichtlich für jede Messung neu verteilt innerhalb unseres Unsicherheitsbereiches waren.

4.1 Schnelle Neutronen

$$\sigma = 0.0113691 \quad (13)$$

$$\sigma_M = 0.002757 \quad (14)$$

Die statistische Abschätzung weicht vom berechneten Fehler über die Fehlerfortpflanzung nur sehr wenig ab. Die sehr geringe Standardabweichung zeigt, dass die Regressionsgerade die Daten gut approximiert.

4.2 Thermische Neutronen

$$\sigma = 0.176165 \quad (15)$$

$$\sigma_M = 0.0427263 \quad (16)$$

Die statistische Abschätzung des Fehlers zeigt bei thermischen Neutronen einen höheren Fehler an als mit der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung zu erwarten war. Auch die Streuung der Messwerte um die Regressionsgerade ist relativ groß. Dies ist ein Hinweis darauf, dass an dieser Stelle die Unsicherheit unterschätzt wurde. Im folgenden werden die beiden möglichen Fehlerquellen eingehender untersucht und höhere Unsicherheiten für diese angenommen.

5 Neuberechnung für 20 fachen radialen Fehler

Die Auswertung beider Messungen wurde unter der Annahme eines 20fach höheren radialen Fehlers nochmals durchgeführt ($\Delta r = 0.01$). Dieser Fehler könnte z.B. durch eine wackelnde Aufhängung der Neutronenkugel im Wasserbehälter verursacht sein.

5.1 Schnelle Neutronen

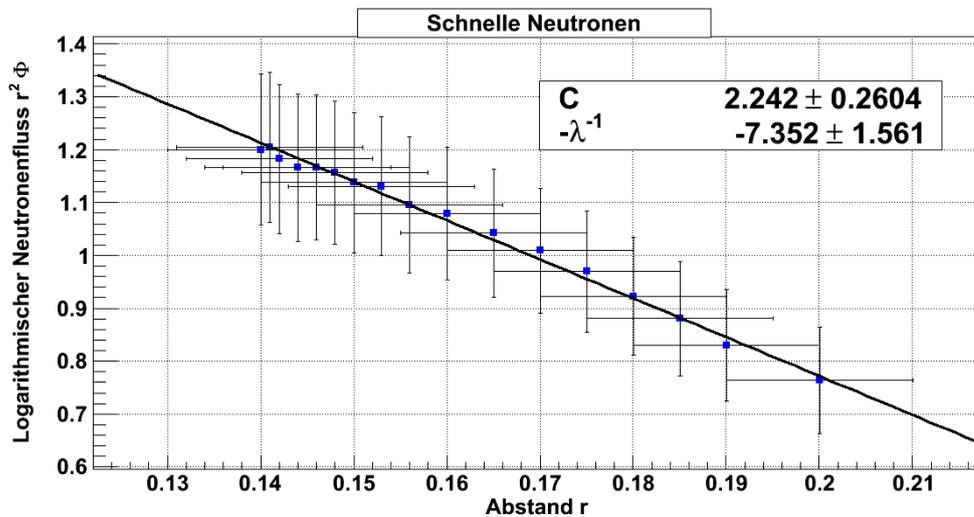


Abbildung 3: Schnelle Neutronen: r in m

$$\lambda = (0.1360 \pm 0.0288)\text{m} \quad (17)$$

Obwohl die Unsicherheit radikal nach oben korrigiert wurde, ändert sich das Ergebnis kaum. Die Unsicherheit ist nur etwa 10 mal so groß, obwohl in der Berechnung r^2 Terme auftauchen. Durch den Logarithmus werden Streuungen um den Messwert folglich stark unterdrückt.

5.2 Thermische Neutronen

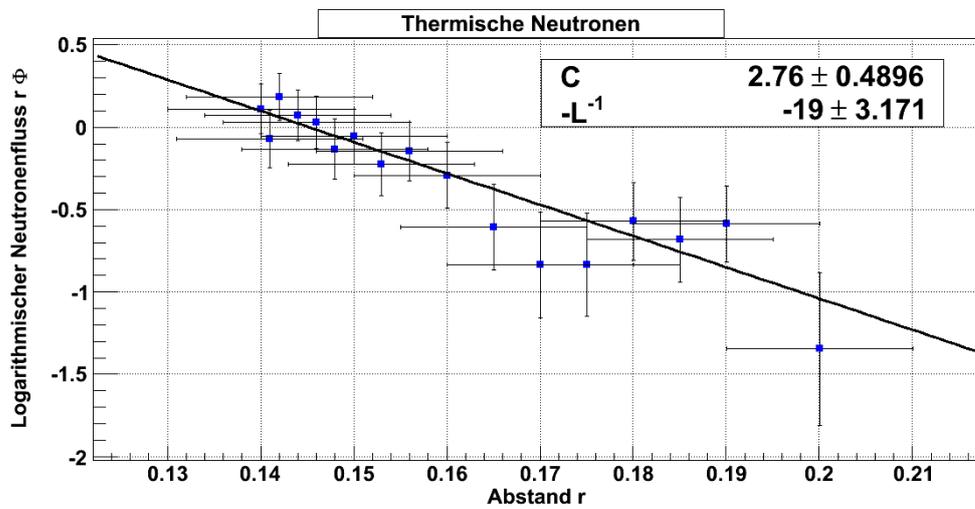


Abbildung 4: Thermische Neutronen: r in m

$$L = (0.0526 \pm 0.0087)\text{m} \quad (18)$$

Bei dieser Messung ändert sich das Ergebnis und insbesondere der Fehler nur sehr wenig, da die Unsicherheit durch die sehr geringe Statistik bestimmt wird. In den Logarithmus geht r nur noch linear ein und besitzt so noch wesentlich weniger Einfluss auf die Messung der thermischen Neutronen als bei schnellen Neutronen. Der hohe statistische Fehler aus dem letzten Abschnitt kann hiermit also nicht erklärt werden.

6 Neuberechnung für 3fache Zählratenunsicherheit

Die ursprüngliche Annahme einer Poissonstatistik führte zur Unsicherheitsabschätzung von $\Delta N = \sqrt{N}$, dies entspricht in einem Poissonverteilten Zufallsexperiment einer Standardabweichung. Nur 68.3 % aller Messungen fallen in diesen Bereich. Im Folgenden wird mit einer Unsicherheit von $\Delta N = 3 \cdot \sqrt{N}$ die Auswertung erneut berechnet, dies entspricht einem Intervall in dem 99.7 % aller Messungen liegen.

6.1 Schnelle Neutronen

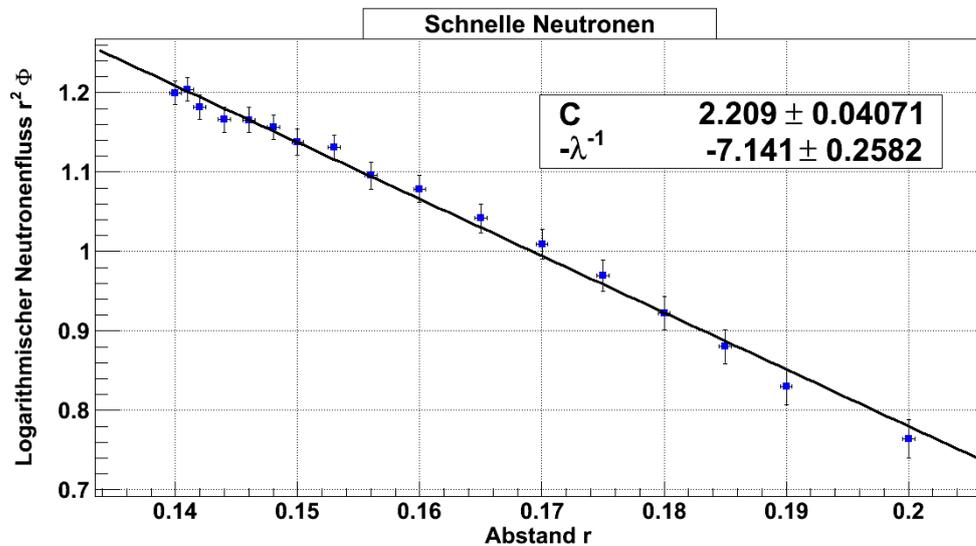


Abbildung 5: Schnelle Neutronen: r in m

$$\lambda = (0.1400 \pm 0.0050)\text{m} \quad (19)$$

Die Unsicherheit ändert sich wiederum nur sehr wenig, nämlich um Faktor 2. Das Ergebnis selbst ändert sich ebenfalls, da Messwerte mit hohen Zählraten einen stärkeren Einfluss auf das Ergebnis bekommen. Innerhalb der Unsicherheitsgrenzen sind die Ergebnisse in sich jedoch noch stimmig. Durch den Logarithmus werden auch in diesem Fall die zugeordneten Unsicherheiten von den Zählraten stark unterdrückt.

6.2 Thermische Neutronen

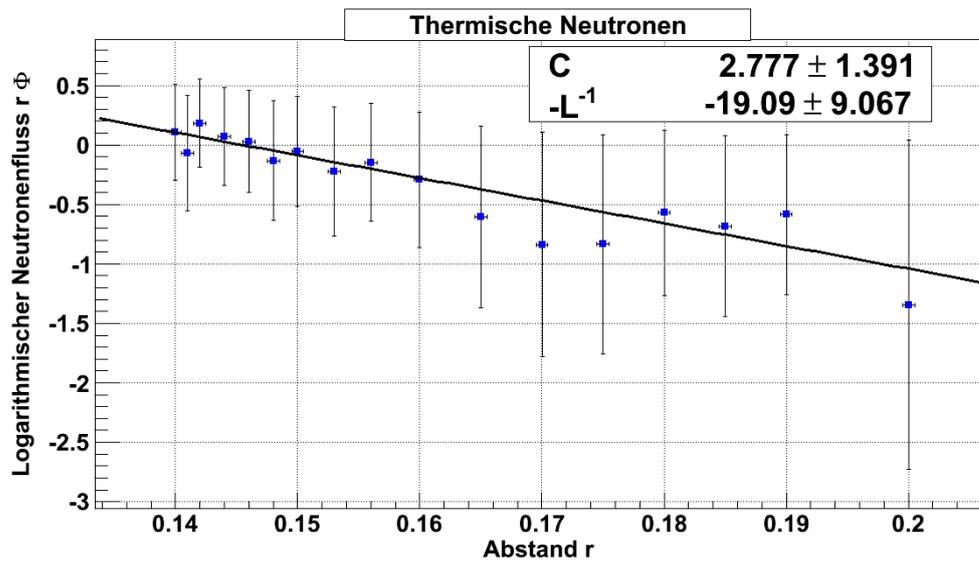


Abbildung 6: Thermische Neutronen: r in m

$$L = (0.0523 \pm 0.0248)\text{m} \quad (20)$$

Die Unsicherheit ändert sich deutlich und ist nun mit dem statistischen Fehler des Mittelwertes in einer Größenordnung. Es ist davon auszugehen, dass in der Originalmessung die Unsicherheiten der Zählrate mit nur einer Standardabweichung zu gering abgeschätzt wurden. Durch mehr Messungen und einer besseren Statistik hätte sich dieses Ergebnis verbessern lassen.

7 Vergleich der Relaxationslänge mit unabhängigen Messungen anderer „Forschungsgruppen“

7.1 Relaxationslänge von Christian Wiese und Kristina Hönes vom 11.Juli 2009

$$\lambda = (0.1178m \pm 0.00257)m \quad (21)$$

Die Gruppe erhielt für die Relaxationslänge nach einer Korrektur ihrer Ergebnisse, die Unsicherheitsgrenzen waren vor der Korrektur zu hoch gewesen, eine Unsicherheit in der gleichen Größenordnung. Jedoch sind die Messungen innerhalb der jeweiligen Unsicherheitsgrenzen nicht vereinbar. Das Messergebnis ist um $\approx 0.02m$ geringer als unsere Messung aus dem Jahr 2011. Dies spricht für eine nicht erkannte systematische Unsicherheit im Versuchsaufbau.

7.2 Relaxationslänge von Andre Gall und Christian Benz vom 06.12.2006

$$\lambda = (0.113 \pm 0.002)m \quad (22)$$

Die Unsicherheitsgrenzen stimmen auch mit dieser Gruppe überein. Das Messergebnis dieser Gruppe ist abermals kleiner als 3 Jahre später bei der Messung von 2009. Die Relaxationslänge scheint also im Laufe der Jahre zuzunehmen!

7.3 Weitere unabhängige Messungen

Weitere unabhängige Messungen wurden eingesehen, bei 5 Stichproben fand sich keine Forschungsgruppe mit wesentlich anderen Fehlergrenzen. Lediglich ein Ausreißer mit $\lambda = (0.1174 \pm 0.0006)m$ (also fast um Faktor 4 geringer als unsere Berechnung und sehr unrealistisch) im einem Protokoll aus dem Jahr 2005 von Benjamin Bruhn und Moritz Seyfried konnte erfasst werden. Die Zeitabhängigkeit der Relaxationslänge fand bei diesen Stichproben jedoch keine Bestätigung und wird daher verworfen.

8 Fazit

8.1 Schnelle Neutronen

1. Eine explizite Größtfehlerabschätzung, die durchgeführt wurde, führt zu vergleichbaren Unsicherheitsgrenzen wie bei der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung. Ein Fehler in der Fehlerfortpflanzung kann somit als Ursache für die geringen Fehler ausgeschlossen werden.
2. Die statistische Streuung der Messresultate um die ermittelte Regressionsgerade ist geringer als die ursprüngliche Unsicherheitsangabe, es besteht damit kein Grund zur Annahme, dass die Fehler unterschätzt wurden.
3. Der Grund für die geringe Unsicherheit in der Messung ist vor allem der Logarithmus in der Auswerteformel. Der Logarithmus ändert sich im betrachteten Bereich nur wenig, wenn sich sein Argument ändert. Kleine Abweichungen bei der Detektorpositionierung ändern das Ergebnis daher kaum.
4. Viele unabhängige Gruppen bestätigen das Ergebnis und die berechneten Fehlergrenzen.

Das korrigierte Ergebnis, mit 3fach höherer Zählratenunsicherheit lautet:

$$\lambda = (0.1400 \pm 0.0050)\text{m} \quad (23)$$

8.2 Thermische Neutronen

1. Die statistische Streuung der Messresultate um die ermittelte Regressionsgerade ist größer als die ursprüngliche Unsicherheitsangabe, es wurden daher Fehler unterschätzt.
2. Eine zu geringe radiale Unsicherheit ist nicht die Ursache für die geringe Unsicherheitsgrenzen, da diese kaum in die Berechnung eingeht.
3. Aufgrund der geringen Statistik und der geringen Anzahl an Messungen wurde die Unsicherheit der Zählrate zu gering abgeschätzt. Die korrigierten Werte wurden deshalb mit einem Unsicherheitsintervall von 3 Standardabweichungen für die Zählrate Neuberechnet.

$$L = (0.0523 \pm 0.0248)\text{m} \quad (24)$$