

Neutronendiffusion

Axel Müller & Marcel Köpke
Gruppe: 144

20.10.2012

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel	3
2 Theorie	4
2.1 Neutron	4
2.2 Neutronenquelle	5
2.3 Neutronenwechselwirkung	5
2.4 Relaxationslänge	7
2.5 Diffusionslänge	8
3 Durchführung	9
4 Auswertung	11
4.1 Relaxationslänge	11
4.2 Diffusionslänge	12
4.3 Diskussion der Ergebnisse	14
4.4 Anmerkung zur Verbesserung	15

1 Ziel

In diesem Versuch soll die Relaxationslänge und die Diffusionslänge von schnellen bzw. thermischen Neutronen bestimmt werden.

2 Theorie

2.1 Neutron

Das Neutron ist ein ungeladenes Teilchen mit einer Ruhemasse von $m_N = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{kg}$. Dies entspricht einem Energieäquivalent von $E_{\text{äqu}} = 939,565 \text{MeV}$. Freie Neutronen sind instabil und zerstrahlen in einer mittleren Zeit von 881,5 Sekunden. Neutronen kommen außerdem in Atomkernen vor, wo sie durch die starke Wechselwirkung gebunden werden. Neutronen unterliegen der schwachen Wechselwirkung, wodurch sie beispielsweise in Beta-Zerfällen auch innerhalb des Atomkerns zerstrahlen können. Es gibt 3 grundsätzliche Mechanismen, die zur Freisetzung von Neutronen führen können:

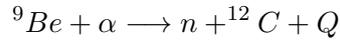
1. Kernspaltung
Metastabile Kerne können sich in zumeist zwei kleinere Bruchstücke spalten. Dabei werden zudem freie Neutronen freigesetzt. Als Beispiel sei die Spaltung von ^{235}U genannt.
2. Kernfusion
Zwei Leichte Kerne können unter günstigen Bedingungen zu einem schwereren Kern verschmelzen. Dabei können neben anderen Strahlungsarten auch Neutronen freigesetzt werden. Als Beispiel sei die Fusion von Deuterium (^2H) und Tritium (^3H) genannt.
3. Kernreaktion
Dies ist die gebräuchlichste Methode um freie Neutronen zu erzeugen. Dazu wird ein Kern zu einer Reaktion angeregt, bei der Neutronen freigesetzt werden. Zum Beispiel kann durch Absorption eines Gamma-Quants oder eines Alpha-Teilchens solch eine Neutronenfreisetzung stattfinden.

Außerdem unterscheidet man grob zwei Arten von freien Neutronen bezüglich ihrer kinetischen Energie:

1. schnelle Neutronen
haben eine kinetische Energie von 10keV bis zu 20MeV und damit Geschwindigkeiten von $1,383 \cdot 10^6 \text{m/s}$ bis $6,089 \cdot 10^7 \text{m/s}$.
2. thermische Neutronen
haben kinetische Energien die mit dem Temperaturäquivalent der kinetischen Gastheorie bei 300K vergleichbar sind; also rund $\frac{3}{2}k_B T = 38,764 \text{meV}$. Dies entspricht einer Geschwindigkeit von $2723,036 \text{m/s}$. Die Bezeichnung ist daher naheliegenderweise der kinetischen Gastheorie angelehnt.

2.2 Neutronenquelle

Im Praktikum wird eine Am-Be-Quelle verwendet. Die Neutronenfreisetzung findet nach folgender Reaktion statt:



${}^{241}\text{Am}$ (Americium) ist ein Alpha-Strahler (${}^{241}\text{Am} \longrightarrow {}^{237}\text{Np} + \alpha$) und liefert die Alpha-Teilchen für die Reaktion mit Beryllium. Q ist die Ruheenergiedifferenz der Reaktionspartner:

$$Q = E_{\text{Edukt}} - E_{\text{Produkt}}$$

Falls $Q < 0$ muss zusätzlich Energie zugeführt werden um die Reaktion ablaufen zu lassen. Bei der Am-Be-Quelle ist

$$Q = 5,7\text{MeV}$$

welche hauptsächlich durch kinetische Energie des freien Neutrons repräsentiert wird. Die Rückstoßenergie des Kohlenstoffatoms ist klein. Die Quelle erzeugt also schnelle Neutronen. Diese sind allerdings nicht monochromatisch, da bereits ${}^{241}\text{Am}$ polychromatische Alpha-Strahlung aussendet und der Energieverlust der Alpha-Strahlung in Materie genauso wie der Energieübertrag auf das Neutron zudem statistischen Einflüssen unterliegt. Wir erhalten also ein kontinuierliches Spektrum schneller Neutronen, deren mittlere Energie bei rund 5MeV liegen sollte. Zudem berechnet sich die kinetische Maximalenergie zu:

$$E_{\text{max}} = Q + E_{\text{kin},\alpha} - E_{\text{kin},{}^{12}\text{C}} \approx 11,19\text{MeV}$$

Die Neutronenquelle befindet sich in einem Wassertank. Dies sorgt für die Thermalisierung der Neutronen, da diese solange Energie an ihre Stoßpartner übergeben bis ihre Energie vergleichbar mit derjenigen der Stoßpartner wird. Wasser eignet sich gut zur Abbremsung von Neutronen, da hier der Stoß mit einem Proton wahrscheinlich wird. Der Energieübertrag bei einem Stoß ist am größten für Stoßpartner mit vergleichbarer Masse (also zum Beispiel ein Proton).

2.3 Neutronenwechselwirkung

Freie Neutronen unterliegen allen bekannten fundamentalen Kräften. Jedoch unterscheiden sich der Wirkungsquerschnitt für einen Stoß mit einem Elektron erheblich von demjenigen mit einem Kern. Wechselwirkungen mit Elektronen können in guter Näherung vernachlässigt werden. Für die Wechselwirkung mit einem Kern ist hauptsächlich die starke Wechselwirkung verantwortlich. Dabei unterscheidet man noch:

1. elastische Stöße

Hier wird ein Neutron an einem Atomkern gestreut. Es gelten Energie und Impulserhaltung. Der Kern erhält eine Rückstoßenergie. Der Energieübertrag ist gegeben durch

$$\Delta E = \frac{4A}{(A+1)^2} E_N \cos^2(\theta)$$

wobei A die Massenzahl des Stoßpartners, E_N die kinetische Energie des Neutrons und θ den Streuwinkel bezeichnen. ΔE wird für $A = 1$ und $\theta = 0$ maximal. Also zum Beispiel bei einem zentralen Stoß mit einem Proton. Dies rechtfertigt die Verwendung von Wasser zur Thermalisierung.

Der Wirkungsquerschnitt für einen solchen Stoß ist dabei sehr stark abhängig von der Neutronenenergie. Für kleine Energien ist er am größten.

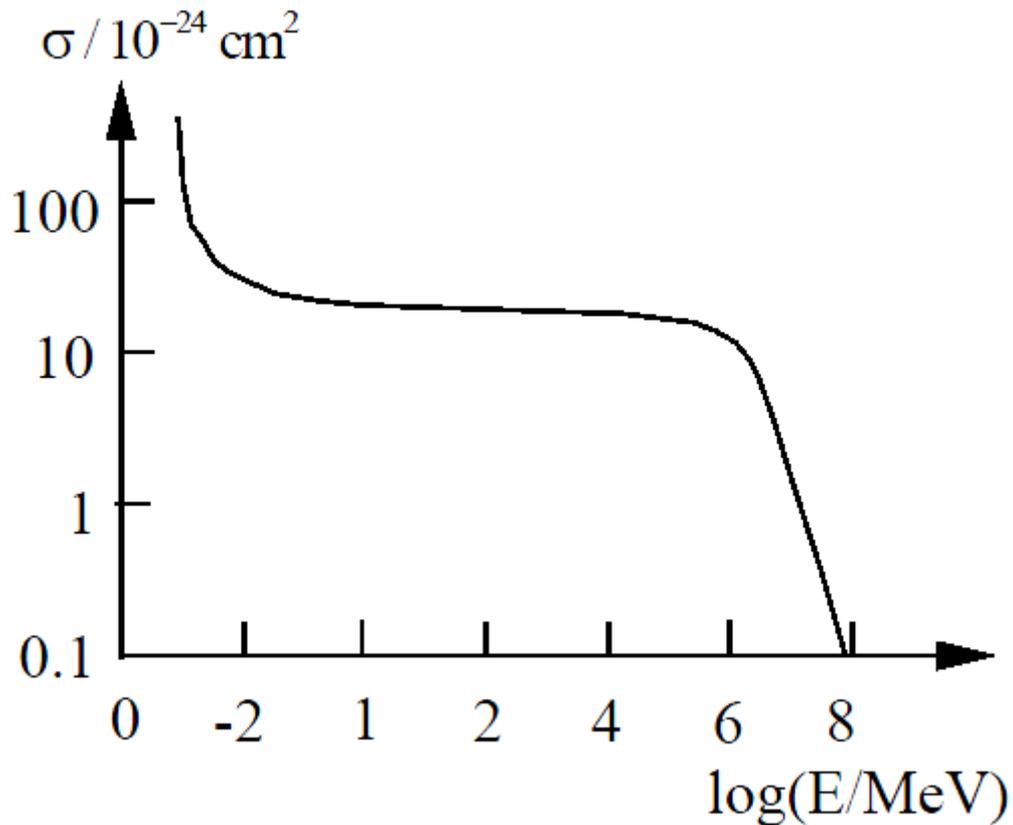


Abbildung 2.1: Wirkungsquerschnitt; Quelle: F. K. Schmidt, Blaues Buch

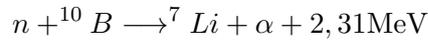
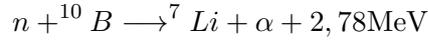
2. inelastische Stöße

Hier wird dem Kern zusätzlich zur Rückstoßenergie noch Anregungsenergie übertragen. Der Wirkungsquerschnitt ist ähnlich Energieabhängig wie derjenige von elastischen Stößen, ist jedoch kleiner.

3. Absorption

Hier wird das Neutron durch eine Kernreaktion absorbiert. Der erzeugte, angeregte Kernzustand geht daraufhin durch Aussendung von Alpha-Strahlung oder Gamma-Quanten in den Grundzustand über. Im Praktikum wird dieser Sachverhalt für

das Bor-Zählrohr verwendet, da Bor einen großen Wirkungsquerschnitt für diese Wechselwirkung mit Neutronen hat. Für thermische Neutronen beträgt er in etwa $\sigma = 3,84 \cdot 10^{-21} \text{cm}^2$. Die Reaktionsgleichungen lauten



je nachdem ob der Li-Kern direkt in den Grundzustand übergeht oder nicht. Letzteres ist die Wahrscheinlichste Variante. Die entstehenden Alpha-Teilchen und angeregten Li-Ionen können nun gut in einem Proportionalitätszählrohr nachgewiesen werden.

Ein weiter Prozess, welcher durch Absorption eines Neutrons induziert wird, ist beispielsweise die Kernspaltung.

2.4 Relaxationslänge

Die Relaxationslänge λ ist der mittlere Weg der Neutronen bevor sie gestreut oder absorbiert werden. Sie hängt direkt mit dem effektiven totalen Absorptionskoeffizienten zusammen:

$$\lambda = \frac{1}{\Sigma_{eff}} = \frac{1}{\Sigma_{el} + \Sigma_{ab}} = \frac{1}{N(\sigma_{el} + \sigma_{ab})}$$

Dabei sind N die Teilchendichte und σ_i die Wirkungsquerschnitte für elastische Streuung und Absorption. Die Streuung und Absorption von Neutronen an Materie folgt einem Exponentialgesetz gemäß:

$$\Phi \propto e^{-\Sigma_{eff} \cdot r}$$

Damit ist also

$$\Phi \propto e^{-\frac{r}{\lambda}}$$

und die Relaxationslänge gleichzeitig diejenige Länge nach dem der Neutronenfluss auf einen e -ten Teil abgenommen hat. Dem Exponentialgesetz ist wie üblich ein $\frac{1}{r^2}$ -Gesetz überlagert, wenn man den Fluss einer Punktquelle beschreibt:

$$\Phi = \frac{\Phi_0}{4\pi r^2} e^{-\frac{r}{\lambda}}$$

wobei Φ_0 die von der Punktquelle pro Zeiteinheit emittierte Neutronenanzahl ist. Der gegebene Zusammenhang gilt nur für monochromatische Primärneutronen. Da man jedoch erwarten sollte, dass ebenfalls Sekundärneutronen (welche bereits einen Stoß durchgeführt haben) gemessen werden und wir keine monochromatische Neutronenquelle zur Verfügung haben, müsste sich ein komplizierterer Zusammenhang ergeben. In diesem Versuch kann der Fluss dennoch durch obige Formel wiedergegeben werden, da die Neutronen hauptsächlich mit den Protonen der Wasserstoffatome stoßen. Der Energieübertrag ist somit hoch und die Neutronen können lokal (zudem begünstigt durch den schnell wachsenden Wirkungsquerschnitt für niedrige Energien) thermalisiert werden.

2.5 Diffusionslänge

Die Diffusionslänge ist der doppelte mittlere Abstand zur Quelle bevor Neutronen absorbiert werden.

Um die räumliche und energetische Verteilung der Neutronen zumindest prinzipiell bestimmen zu können müssen verschiedene Vereinfachungen bzw. Annahmen getroffen werden. Wir benutzen im Folgenden eine vereinfachte Form der Boltzmann-Transportgleichung:

$$D\nabla^2\Phi - \Sigma_A\Phi + S = 0$$

bzw.

$$\nabla^2\Phi - \frac{1}{L^2}\Phi + \frac{S}{D} = 0$$

Dabei sind Φ der räumliche Neutronenfluss, S die Quelldichte der Neutronen, $D = \frac{1}{3\Sigma_S}$, $L = \sqrt{\frac{D}{\Sigma_A}} = \sqrt{\frac{1}{3\Sigma_S\Sigma_A}}$ und Σ_i die Streu- bzw. Absorptionskoeffizienten.

Der Zusammenhang begründet sich durch folgende Annahmen:

- Σ_i Energieunabhängig
Dies ist wie oben beschrieben im Allgemeinen nicht der Fall. Da wir aber thermische Neutronen messen wollen und diese ihre Energie im Mittel nicht mehr ändern ist diese Bedingung dennoch erfüllt.
- $\Sigma_A \ll \Sigma_S$
ist in guter Näherung erfüllt.

L ist dann die gesuchte Diffusionslänge. Unter der Annahme, dass der Fluss im unendlichen verschwindet erhält man:

$$\Phi(r) = \frac{Q}{4\pi D} \frac{\exp(-\frac{r}{L})}{r}$$

Nun stellt sich ein weiteres Problem. Wir besitzen nur eine Quelle für schnelle Elektronen. Die Thermalisierung findet prinzipiell überall statt. Durch die Cd-Differenz-Methode kann eine «virtuelle» Quelle für thermische Neutronen erzeugt werden. Dabei wird zuerst ohne Cd-Blende gemessen und danach mit vorgeschalteter Cd-Blende. Die Cd-Blende absorbiert bevorzugt nur thermische Neutronen, sodass die Differenz aus dem Fluss beider Messungen den gewünschten Fluss für die thermischen Neutronen ergibt.

3 Durchführung

Im Versuch stellten wir die Anzahl von detektierten Neutronen während einer Messdauer von 300 Sekunden bei verschiedenen Detektorabständen zur Quelle fest. Gleiches taten wir für eine mit Cadmium abgeschirmte Quelle. Wir erhielten folgende Messwerte:

Abstand r [cm]	Events N	Events (Cd) N'
14	56841	54882
14,5	52060	50994
15	47390	46185
15,5	42951	42210
16	39327	38411
16,5	35778	34719
17	32186	31526
17,5	29460	28838
18	26547	26128
18,5	24345	23992
19	21936	21661
19,5	19906	19879
Abstand r [cm]	Events N	Events (Cd) N'
20	18341	—
21	15138	—
22	12718	—
23	10435	—
24	8948	—
25	7384	—
26	6166	—
27	5078	—
28	4278	—
29	3583	—
30	2978	—

Tabelle 3.1: Messwerte

Ab dem Abstand von 20 cm haben wir die Messung mit der Cadmiumabschirmung gabgebrochen, da der Fehler der Messung größer als die später zu verwendende Differenz der Messwerte ist.

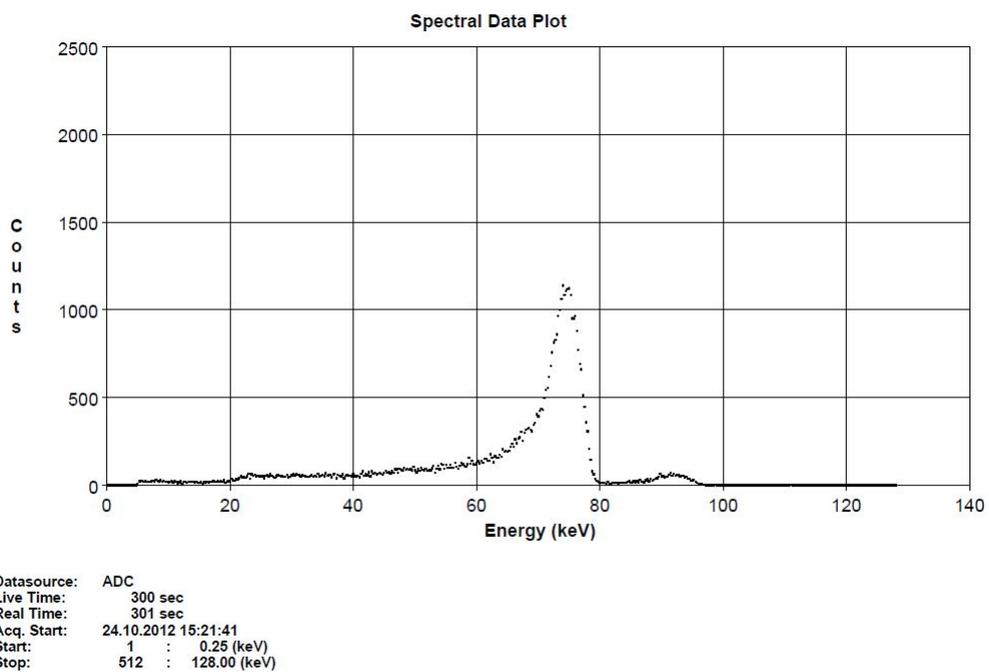


Abbildung 3.1: Beispiel für eine Messkurve

4 Auswertung

4.1 Relaxationslänge

Zunächst bestimmen wir die Relaxationslänge der schnellen Neutronen. Der Zusammenhang aus Abschnitt 2.4 kann in folgende Formel umgeformt werden.

$$\ln(\Phi r^2) = -\frac{r}{\lambda} + \ln\left(\frac{\Phi_0}{4\pi}\right)$$

Trägt man $\ln(\Phi r^2)$ über r auf so erhält man eine Gerade, deren negative Steigung dem Kehrwert der Relaxationslänge entspricht. Wir berechnen den Fluss durch

$$\Phi = \frac{N}{t \cdot A}$$

wobei A die Fläche des Detektors ist. Gibt man dies in die obere Formel ein, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{N}{t \cdot A} r^2\right) &= -\frac{r}{\lambda} + \ln\left(\frac{\Phi_0}{4\pi}\right) \\ \ln(Nr^2) - \ln(t \cdot A) &= -\frac{r}{\lambda} + \ln\left(\frac{\Phi_0}{4\pi}\right) \\ \ln(Nr^2) &= -\frac{r}{\lambda} + \ln\left(\frac{\Phi_0 \cdot t \cdot A}{4\pi}\right) \end{aligned}$$

Wie man sieht, gehen die Fläche und die Zeit nur in die Konstante ein und spielen daher keine Rolle.

Für den statistischen Fehler des Abstandes wählen wir den halben Skalenabstand:

$$\Delta r = 0,0005m$$

Da wir für die Zählrate eine Poisson-Verteilung annehmen erhalten wir für den Fehler:

$$\Delta N = \sqrt{N}$$

Für die y-Achse $y = \ln(N \cdot r^2)$ müssen wir den Fehler noch Fortpflanzen. Da N und r nicht korreliert sind verwenden wir die Gaußfehlerabschätzung:

$$\begin{aligned} \Delta y &= \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial N}\right)^2 \Delta N^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial r}\right)^2 \Delta r^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{r^2}{Nr^2}\right)^2 N + \left(\frac{2Nr}{Nr^2}\right)^2 \Delta r^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{4}{r^2} \Delta r^2} \end{aligned}$$

Für die x-Achse ist der Fehler:

$$\Delta x = \Delta r$$

Die Auftragung ergibt:

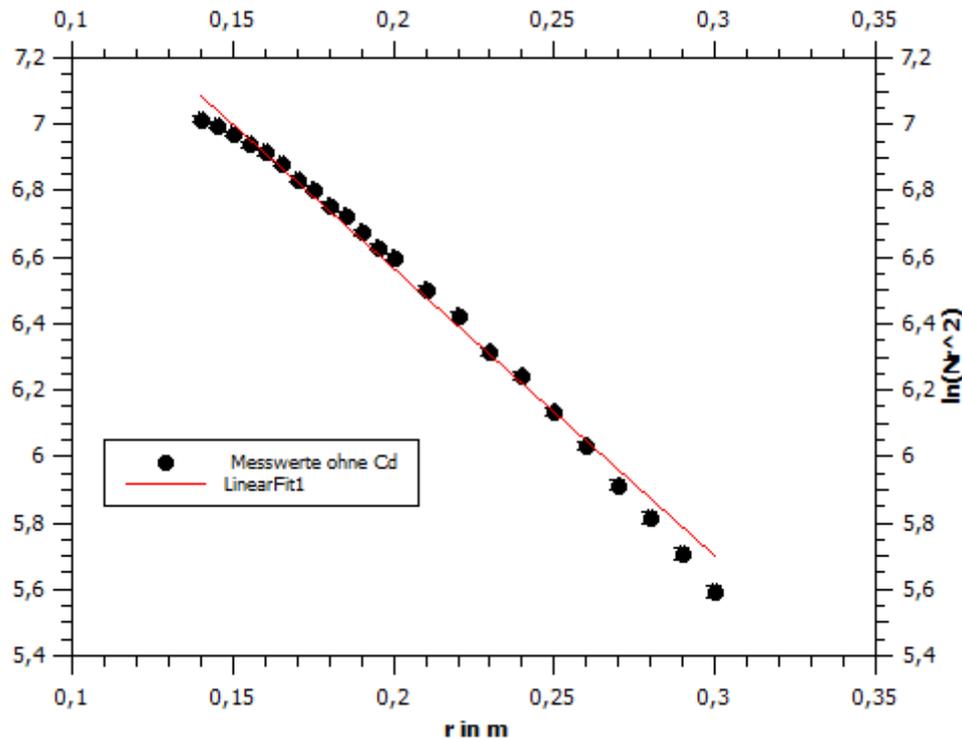


Abbildung 4.1: Ausgleichgerade

Aus der Steigung erhalten wir für die Relaxationslänge:

$$\lambda = 0,1160m \pm 0,0007m$$

Anmerkung:

Aufgrund der großen y-Fehler war gnuplot nicht in der Lage sinnvolle Fit-Werte zu liefern. Der gezeigte Plot wurde mit QtiPlot und dem Nelder-Mead Simplex Algorithmus gefittet. Auch dieser war erst nach mehreren dutzend Fitvorgängen in der Lage sinnvolle Werte zu liefern. Der Fehler war dabei jedoch für Genauigkeiten überhalb der hier angegebenen Rundungsgrenze von Fit zu Fit unterschiedlich.

4.2 Diffusionslänge

Für diesen Versuch war wie oben beschrieben eine punktförmige Quelle für thermische Neutronen notwendig. Eine virtuelle Quelle dieser Art erhalten wir durch die Differenz

der Zählraten von freier und abgeschirmter Neutronenquelle:

$$N'' = N - N'$$

Die Diffusionslänge L ergibt sich aus dem Zusammenhang in 2.5. Eine Umformung ergibt analog wie zuvor:

$$\ln(N''r) = -\frac{r}{L} + \ln\left(\frac{QtA}{4\pi D}\right)$$

Analog zur Relaxationslänge müssen wir hier noch den Fehler der y -Achse $y = \ln(N''r)$ berechnen. Die Fortpflanzung für N'' ergibt nach der Gaußfehlerfortpflanzung (da N und N' nicht korreliert sind):

$$\begin{aligned}\Delta N'' &= \sqrt{\left(\frac{\partial N''}{\partial N}\right)^2 \Delta^2 N + \left(\frac{\partial N''}{\partial N'}\right)^2 \Delta^2 N'} \\ &= \sqrt{N + N'}\end{aligned}$$

Da auch N'' und r nicht korreliert sind benutzen wir für Δy ebenfalls die Gaußfehlerfortpflanzung:

$$\begin{aligned}\Delta y &= \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial N''}\right)^2 \Delta N''^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial r}\right)^2 \Delta r^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{r}{N''r}\right)^2 \cdot (N + N') + \left(\frac{N''}{N''r}\right)^2 \Delta r^2} \\ &= \sqrt{\frac{N + N'}{(N - N')^2} + \frac{1}{r^2}} \Delta r^2\end{aligned}$$

mit

$$\Delta x = \Delta r = 0,0005m$$

Tragen wir nun $\ln(N''r)$ über r auf, so erhalten wir folgende Ausgleichgerade:

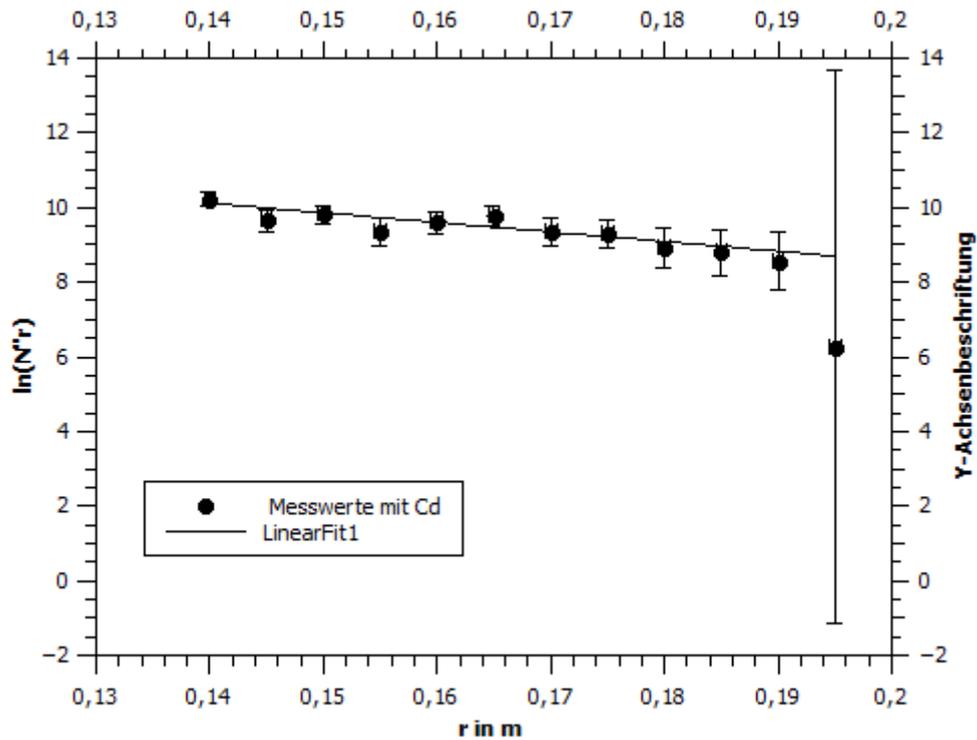


Abbildung 4.2: Ausgleichgerade

Aus der Steigung erhalten wir für die Diffusionslänge den Wert:

$$L = 0,039 \pm 0,010m$$

Anmerkung:

Im Gegensatz zur Relaxationslänge konnte neben gnuplot auch QtiPlot keine sinnvollen Werte liefern. Der einzige Algorithmus, der zumindest Werte in der richtigen Größenordnung lieferte war wieder Nelder-Mead Simplex. Allerdings wurden bei jedem Fitvorgang verschiedene Parameterwerte und Fehler zurückgegeben. Der obige Wert tauchte jedoch subjektiv betrachtet am häufigsten auf und lag in dem Bereich in dem die Fitparameter ohne Fehlerbalken sich befanden. Daher wurde dieser Wert ausgewählt.

4.3 Diskussion der Ergebnisse

Unsere Ergebnisse für die Relaxations- und Diffusionslänge ergaben relativ gute Werte mit akzeptablen Abweichungen. Diese Fehler beruhen zum einen auf der ungenauen Messung des Abstand der Quelle zum Detektor, zum anderen auf den ungenauen statistischen Zerfällen der radioaktiven Materialien. Des weiteren wurden hier Näherungen

für die Beschaffenheit der Quelle angenommen (punktförmig, monochromatisch, virtuell), die ebenfalls das Messergebnis beeinflussen, da sie den funktionalen Zusammenhang der Größen in Frage stellen. Außerdem wurde bei der Cd-Differenz-Methode nicht in unmittelbarer Nähe der Blende gemessen, sodass die Eigenschaft des Herausfilterns der thermischen Neutronen verloren geht. Zum einen nimmt man an, dass die thermischen Neutronen auf wenige cm lokalisiert bleiben, zum anderen misst man aber in großer Entfernung zur Abschirmung. Abschließend kann gesagt werden, dass der Versuch zu viele Idealisierungen annimmt, sodass die Ergebnisse lediglich die prinzipiellen Zusammenhänge verdeutlichen sollen.

4.4 Anmerkung zur Verbesserung

Der Fitvorgang mit Fehlerbalken gestaltete sich relativ schwierig. Die ursprünglich verwendete Fehlerfortpflanzung nach folgendem Schema erscheint daher abschließend dennoch sinnvoll:

1. Bestimmung der Standardabweichung der Messwerte durch ein Fitvorgang ohne Fehlerbalken
2. zusätzliche Fehlerfortpflanzung der statistischen Fehler in r , N und N' nach den gesuchten Größen
3. Addition der Standardabweichung und des zusätzlichen statistischen Fehlers zum Gesamtfehler

Dadurch wird zwar der gefundene Messwert eventuell verfälscht, da Fehlergrenzen während eines Fitvorgangs nicht berücksichtigt werden, jedoch sollte der «tatsächliche» Wert dennoch in den Gesamtfehlergrenzen liegen, da die zusätzlichen Fehler fortgepflanzt und nachträglich berücksichtigt wurden!