

Optische Pinzette

Axel Müller und Marcel Köpke
Gruppe: 144

03.01.2013

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	optische Pinzette	3
1.1.1	geometrische Optik	3
1.1.2	Maxwellsche Theorie	4
1.1.3	Apparatur	5
1.2	Brown'sche Bewegung	5
1.3	maximale Fangkraft	6
2	Durchführung	8
2.1	Allgemeine Bemerkungen	8
2.2	optische Pinzette	8
2.3	Brown'sche Bewegung	8
2.4	maximale Fangkraft	12
2.5	Wahrscheinlichkeitsverteilung	12
2.6	«Zeichnen» mit der optischen Pinzette	15

1 Theorie

1.1 optische Pinzette

Eine optische Pinzette ist eine Apparatur mit deren Hilfe man Objekte in der Größenordnung von μm quasimechanisch mit Hilfe eines Laserstrahls manipulieren kann. Man macht sich dabei die Eigenschaften des Strahlungsdrucks, d.h. des Impulstransports von Licht, zunutze. Es gibt zwei gängige Beschreibungen des Phänomens.

1.1.1 geometrische Optik

Die optische Pinzette lässt sich zum Beispiel durch das Model der geometrischen Optik verstehen, wenn man voraussetzt, dass ein Lichtstrahl einen Impuls parallel zu seiner Ausbreitungsrichtung hat. In der Maxwellschen Theorie lässt sich zeigen, dass dieser Impuls umso größer ist je größer die Intensität des Strahls ist. Ein Laserstrahl hat jedoch keinen konstanten Intensitätsverlauf bezüglich seines Querschnitts sondern meist einen normalverteilten Intensitätsverlauf. Teilt man den Strahl in Teilstrahlen auf so kann der Intensitätsverlauf der Teilstrahlen mit zunehmendem Abstand vom Mittelpunkt des Gesamtstrahls folgendermaßen idealisiert werden:

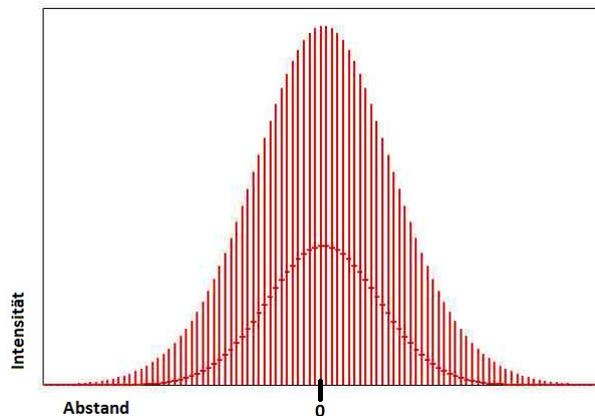


Abbildung 1.1: normalverteilter Intensitätsverlauf

Nehmen wir weiterhin an das zu untersuchende Objekte wäre idealerweise kugelförmig und etwas aus der Strahlmitte verschoben. Dann reicht auf Grund der Symmetrie des

Problems die Beschreibung von zwei repräsentativen Teilstrahlen um den globalen Effekt des Strahls auf das Objekt zu verstehen.

Wir nehmen zwei Teilstrahlen des Lasers welche den gleichen Abstand zur Objektmitte besitzen. Auf Grund der Verschiebung besitzt der eine Teilstrahl (A) eine höhere Intensität als der andere Teilstrahl (B). Das Objekt muss transparent für die verwendete Wellenlänge des Lasers sein. Dann werden Strahl (A) und (B) reflektiert bzw. transmittiert und gebrochen. Der Einfachheit halber betrachten wir zuerst die Transmission:

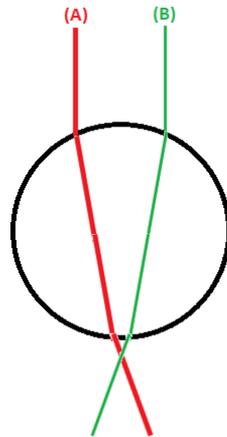


Abbildung 1.2: Transmission

Wie man sieht findet eine Ablenkung der Strahlen statt. Da die Teilstrahlen einen Impuls besitzen muss hierzu ein Impulsaustausch zwischen Objekt und Strahl stattgefunden haben. Die Impulsänderung des Strahls (A) ist prinzipiell nach rechts gerichtet. Diejenige des Strahls (B) nach links. Da jedoch Strahl (A) die höhere Intensität besitzt ist die resultierende Impulsänderung bezüglich beider Strahlen weiterhin nach rechts gerichtet. Berücksichtigt man Newtons zweites und drittes Axiom:

- Impulsänderung bedingt Kraft (und umgekehrt)
- Actio gleich Reactio

so wird klar, dass das Objekt eine Kraft nach links erfährt, also in Richtung der größeren Intensität. Berücksichtigt man noch die Reflexionseffekte so kommt man im wesentlichen zu folgendem Schluss:

Wird ein transparentes Objekt einem Laserstrahl mit Intensitätsgefälle ausgesetzt so erfährt dieses Objekt durch die Ablenkung des Laserstrahls eine Kraft in Richtung steigender Intensität.

1.1.2 Maxwell'sche Theorie

Liegt die Größe des betrachteten Objekts im Bereich der Wellenlänge des verwendeten Lichts so wird die Beschreibung des Phänomens durch die geometrische Optik zunehmend

ungültig. Exaktere Modelle wie die Maxwellsche Theorie bzw. Quantenmechanik müssen herangezogen werden.

In der Maxwellschen Theorie kann die Wechselwirkung von Materie mit Licht durch das Induzieren eines elektromagnetischen Dipolmoments beschrieben werden. Dieses Dipolmoment wechselwirkt mit den E- und B-Feldern der Strahlung. In guter Näherung kann der Einfluss des B-Felds vernachlässigt werden. Die Wechselwirkungsenergie ist dann gegeben durch:

$$U = -\vec{P} \cdot \vec{E}$$

wobei \vec{E} das elektrische Wechselfeld der Strahlung und \vec{P} das induzierte Dipolmoment bzw. die makroskopische (falls mehrere Atome beteiligt sind) Polarisation sind. Nun ist \vec{P} in einfacher Näherung direkt proportional zu \vec{E} . Damit folgt dass die Wechselwirkungsenergie U umgekehrt proportional zur Intensität I ist:

$$U \propto -I$$

Die Wechselwirkungsenergie besitzt also am Ort des Intensitätsmaximums ein Minimum sodass dort eine stabile Lage des Objekts vorliegt. Werden die Atome des Objekts aus dieser Lage ausgelenkt und in Bereiche mit fallender Intensität gebracht so ergibt sich entsprechend eine Rückstellkraft in die Gleichgewichtslage.

Wir erhalten also das gleiche Ergebnis wie oben, jedoch haben wir hier den Impulsübertrag direkt auf die Atome betrachtet und nicht auf das Objekt als Ganzes.

1.1.3 Apparatur

Das Ziel ist also klar. Wir benötigen einen Laserstrahl mit einem lokalisierten Intensitätsmaximum und einem Intensitätsgefälle in x-, y- und z-Richtung bezüglich dieses Maximums. Wie oben beschrieben besitzt ein Laserstrahl bereits auf «natürliche» Weise einen solchen Intensitätsverlauf bezüglich der Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung (wir bezeichnen diese Ebene im Folgenden als x-y-Ebene). Zur Herstellung des benötigten Intensitätsverlaufs in der z-Richtung kann der Laserstrahl auf einen bestimmten Punkt fokussiert werden. Dieser Punkt ist dann gleichzeitig die stabile Gleichgewichtslage eines «eingefangenen» Objekts.

Im Versuch verwenden wir weitere vorgeschaltete optische Apparaturen zur Aufweitung bzw. Einengung des Laserstrahls um einen gewünschten Strahldurchmesser zu erhalten. Die Fokussierungsvorrichtung (ein Objektiv) dient zeitgleich als optische Abbildungsapparatur für eine nachgeschaltete LCD-Kamera, welche durch entsprechende Filter vor dem Laserstrahl geschützt wird. Weiterhin ist der Objektisch in alle drei Raumrichtungen beweglich um so Objekte gezielt einfangen und bewegen zu können.

1.2 Brown'sche Bewegung

Die Brown'sche Bewegung ist eine Zitterbewegung von «kleinen» Partikeln in einer Flüssigkeit. Sie entsteht durch die vielfachen Kollisionen der Partikel mit den sie umgebenden Molekülen/Atomen der Flüssigkeit. Die Zitterbewegungen ist dabei extrem chaotisch und

kann deshalb nur mit den Mitteln der Statistik beschrieben werden. Tatsächlich kann ein Partikel sich mit einer nicht verschwindenden Wahrscheinlichkeit auf einer «Zitterbahn» durch das Medium bewegen. Diesen Vorgang werden wir im Versuch erfassen.

Dazu stellen wir zu einem Zeitpunkt t_0 den Ort x_0 und y_0 fest. Nach einer gewissen Zeit, zum Zeitpunkt t_i wird der Ort erneut festgestellt und das Abstandsquadrat zum Anfangsort ermittelt:

$$r_i^2 = (x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2$$

Durch eine Mittelung bis zum Zeitpunkt t_n kann dabei die statistische Bewegung verfolgt werden:

$$\langle r^2 \rangle (t_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^2$$

Zudem können noch M verschiedene Partikel mit den Abständen $r_{i,j}$ beobachtet werden um einzelne Schwankungen im Ergebnis zu unterdrücken:

$$\langle r^2 \rangle (t_n) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_{i,j}^2 \right)$$

Nun kann das mittlere Abstandquadrat aber auch über den Diffusionskoeffizienten D ausgedrückt werden:

$$\langle r^2 \rangle (t) = 4Dt$$

dieser bestimmt sich somit aus der Steigung unserer Messungen. Nach Einstein ist dieser mit der effektiven Viskosität des Mediums η_{eff} verknüpft:

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta_{eff}a}$$

wobei k_B die Boltzmann-Konstante, T die Temperatur und a den Partikelradius beschreiben. m bezeichne die Steigung aus der linearen Regression unserer Messwerte von $\langle r^2 \rangle (t)$. Dann haben wir:

$$D = \frac{m}{4}$$

und somit:

$$6\pi\eta_{eff}a = \frac{4k_B T}{m}$$

1.3 maximale Fangkraft

Ziel ist es die maximale Geschwindigkeit eines mit der optischen Pinzette fixierten Partikels in der Flüssigkeit zu messen und daraus die maximale «Fangkraft» $F_{T,max}$ der Falle zu ermitteln.

Zusätzlich zur Fangkraft F_T wirkt noch eine Reibungskraft F_R auf die Partikel, wenn sie sich mit der Geschwindigkeit v durch das Medium bewegen. Da wir es in guter Näherung mit laminaren Strömungen zu tun haben können wir hier die Stokes'sche Reibung annehmen:

$$F_R = 6\pi\eta_{eff}av$$

Das Partikel wird gerade noch in der Falle gehalten falls gilt:

$$F_{T,max} = F_{R,max} = 6\pi\eta_{eff}av_{max} = \frac{4k_B T}{m}v_{max}$$

Die Fangkraft sollte im Bereich von pN liegen.

2 Durchführung

2.1 Allgemeine Bemerkungen

Die Apparatur war defekt, sodass es uns nicht möglich war den Fokus genau einzustellen. Wir konnten zwar relativ gut Partikel einfangen, jedoch war das Kamerabild auf Grund falscher Abstände im Linsensystem sehr unscharf. Die Position der Partikel wurde mit Hilfe eines computergestützten Trackingsystem erfasst. Da das Bild jedoch so unscharf war konnte das System keine Partikel erfassen. Mit der Einstellung «Color-Analysis» konnten wir dennoch einen Analyse starten. Ob dabei jedoch Partikel erfasst wurden oder nur das Rauschen des Bildes gemessen wurde ist fraglich!

Wir übernehmen keine Verantwortung für die Qualität unserer Messwerte, da die Apparatur defekt war. Die gezeigten Ergebnisse sind immer nur diejenigen Ausschnitte aus einer Messreihe, bei denen wir das zu erwartende Ergebnis reproduzieren konnten.

Entgegen den weiter unten gemachten Aussagen konnten wir die Daten also nicht objektiv auswerten. Der unten stehende Auswertungsversuch dient hier nur zur Verdeutlichung der Vorgehensweise.

2.2 optische Pinzette

Wie zuvor beschrieben waren wir in der Lage Partikel einzufangen und zu bewegen.

2.3 Brown'sche Bewegung

Wir verdünnten eine Probe der $1\mu m$ großen Polystyrol-Partikel damit wir eine effektiv größere freie Weglänge der Partikel erreichen konnten. Daraufhin observierten wir die Bewegung eines Partikels im Medium. Das Abstandsquadrat zum Koordinatenursprung der Software ist auf folgender Abbildung über die Zeit aufgetragen:

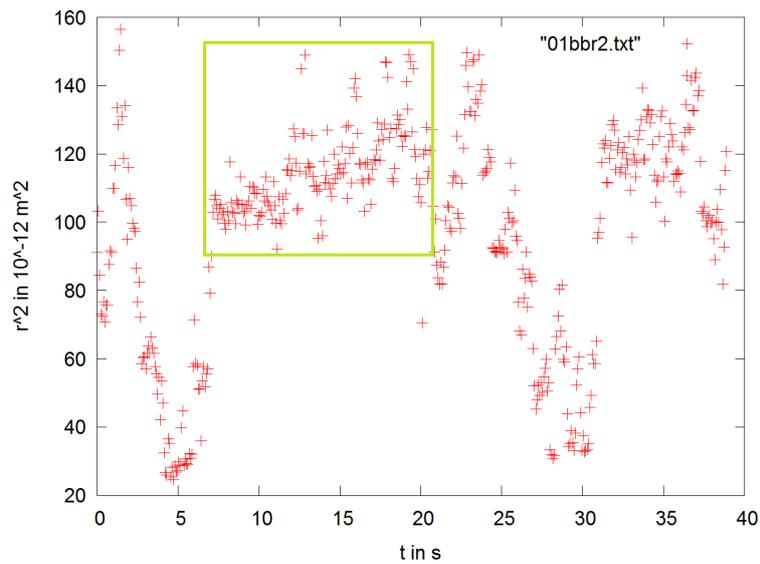


Abbildung 2.1: Abstandsquadrat

Wie man sieht sind zwei größere Sprünge vorhanden. Dies kann, wie bereits gesagt drauf zurückgeführt werden, dass wir entweder keine Partikel gemessen haben oder äußere Störeinflüsse vorhanden waren (wie zum Beispiel Erschütterungen).

Nicht desto trotz verwenden wir für die folgende Analyse den grün eingefärbten Bereich zwischen den zwei Sprüngen, da hier davon auszugehen ist, dass falls wir einen Partikel gemessen haben, der zu erwartende Verlauf sich zeigen wird.

Wendet man nun also die oben vorgestellten Mittelungen an so erhält man folgenden Verlauf von $\langle r^2 \rangle (t)$

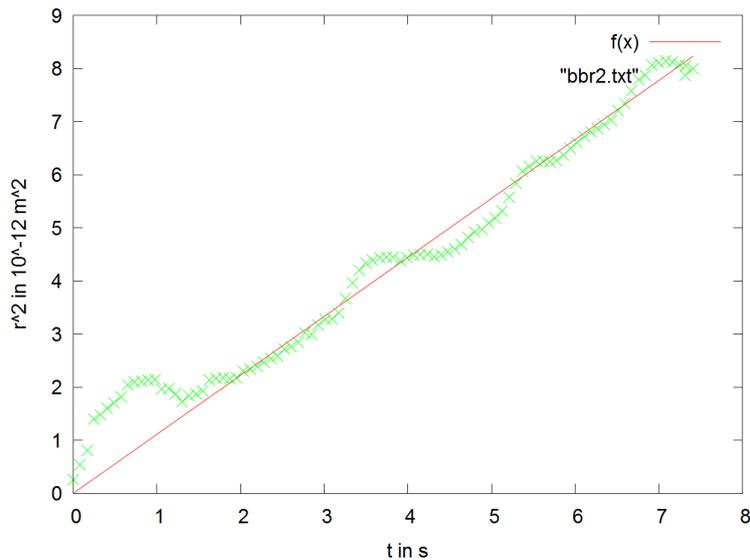


Abbildung 2.2: $\langle r^2 \rangle (t)$

Man erkennt einen linearen Verlauf, welcher durch die Ausgleichgerade $f(x) = 4Dt$ angepasst wurde. Damit erhalten wir:

$$D = (0,277657 \pm 0,002862) \frac{\mu\text{m}^2}{\text{s}}$$

Da wir eine Ursprungsgerade haben gilt an jedem Punkt:

$$D = \frac{\langle r^2 \rangle}{4t}$$

Damit haben für den Fehler von D:

$$\begin{aligned} \sigma_D &= \sqrt{\left(\frac{\partial D}{\partial t}\right)^2 \sigma_t^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial \langle r^2 \rangle}\right)^2 \sigma_{\langle r^2 \rangle}^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{\langle r^2 \rangle}{4t^2}\right)^2 \sigma_t^2 + \left(\frac{1}{4t}\right)^2 \sigma_{\langle r^2 \rangle}^2} \end{aligned}$$

Für den Fehler von t nehmen wir den halben Abstand der Messwertabstände an:

$$\sigma_t = 0,04\text{s}$$

Der Fehler von $\langle r^2 \rangle$ berechnet sich zu:

$$\sigma_{\langle r^2 \rangle} = \sqrt{\sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial \langle r^2 \rangle}{\partial r_j^2}\right)^2 \sigma_{r_j^2}^2}$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{\sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^2 \right)}{\partial r_j^2} \right)^2 \sigma_{r_j^2}^2} \\
&= \sqrt{\left(\frac{1}{n} \right)^2 \sum_{j=1}^n \sigma_{r_j^2}^2} \\
&= \sqrt{\left(\frac{1}{n} \right)^2 n \sigma_{r^2}^2} \\
&= \frac{\sigma_{r^2}}{\sqrt{n}}
\end{aligned}$$

Nun ist

$$r^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \tilde{x}^2 + \tilde{y}^2$$

Den Fehler der x- bzw. y-Messung nehmen wir an als:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_{x_0} = \sigma_{y_0} = 0,005 \mu m$$

Da die Messung auf zwei Kommastellen genau war. Wir nehmen also wieder den halben «Skalenabstand». Damit berechne sich die Fehler von \tilde{x}^2 und \tilde{y}^2 zu:

$$\begin{aligned}
\sigma_{\tilde{x}^2} &= \sqrt{\left(\frac{\partial \tilde{x}^2}{\partial x} \right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial \tilde{x}^2}{\partial x_0} \right)^2 \sigma_{x_0}^2} \\
&= \sigma_x \sqrt{4(x - x_0)^2 + 4(x - x_0)^2} \\
&= 2\sqrt{2} \sigma_x \tilde{x}
\end{aligned}$$

Der Fehler von r^2 ist somit:

$$\begin{aligned}
\sigma_{r^2} &= \sqrt{\left(\frac{\partial r^2}{\partial \tilde{x}^2} \right)^2 \sigma_{\tilde{x}^2}^2 + \left(\frac{\partial r^2}{\partial \tilde{y}^2} \right)^2 \sigma_{\tilde{y}^2}^2} \\
&= \sqrt{8\sigma_x^2 \tilde{x}^2 + 8\sigma_y^2 \tilde{y}^2} \\
&= 2\sqrt{2} \sigma_x r
\end{aligned}$$

Somit haben wir schlussendlich:

$$\sigma_{\langle r^2 \rangle (t_n)} = \sqrt{\frac{8}{n}} \sigma_x r$$

Für D dann endlich:

$$\sigma_D = \sqrt{\left(\frac{\langle r^2 \rangle}{4t^2} \right)^2 \sigma_t^2 + \left(\frac{1}{4t} \right)^2 \frac{8}{n} r^2 \sigma_x^2}$$

Wir erhalten so:

$$\sigma_D = 0,027598 \frac{\mu m^2}{s}$$

Damit können wir schlussendlich D durch Verrechnung beider Fehler angeben mit:

$$D = (0,28 \pm 0,03) \frac{\mu m^2}{s}$$

2.4 maximale Fangkraft

Wir haben eine Maximalgeschwindigkeit v_{max} für welche das Partikel von der Pinzette eingefangen bleibt bestimmt zu:

$$v_{max} = 0,025 \cdot 10^3 \frac{\mu m}{s} = 25 \frac{\mu m}{s}$$

wobei der Laser eine Leistung von $6,04mW$ hatte.

Damit ist die maximale Fangkraft:

$$F_{T,max} = \frac{k_B T}{D} v_{max} = 0,365946pN$$

Für die Temperatur haben wir $T = 297K$ angenommen, wobei wir die Temperatur nur sehr unsicher kennen. Wir schätzen den Fehler mit $\sigma_T = 2K$ ab. Die Geschwindigkeit war nahezu unmöglich genau zu bestimmen. Ein Fehler von der Größenordnung $\sigma_v = 10 \frac{\mu m}{s}$ ist nicht unrealistisch.

Damit können wir den Fehler von $F_{T,max}$ angeben:

$$\begin{aligned} \sigma_F &= \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)^2 \sigma_T^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial v}\right)^2 \sigma_v^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial D}\right)^2 \sigma_D^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{k_B}{D} v\right)^2 \sigma_T^2 + \left(\frac{k_B T}{D}\right)^2 \sigma_v^2 + \left(\frac{k_B T}{D^2} v\right)^2 \sigma_D^2} \\ &= 0,151558797pN \end{aligned}$$

Damit haben wir schlussendlich:

$$F_{T,max} = (0,4 \pm 0,2) pN$$

Wir konnten also die Größenordnung der Fangkraft bestätigen.

2.5 Wahrscheinlichkeitsverteilung

Wir stellten die x-y-Positionen von zwei Teilchen (gefangen und frei) zu verschiedenen Zeitpunkten fest. Für das gefangen Teilchen ergibt sich folgender «Weg» wenn man die Positionen in der Ebene plottet:

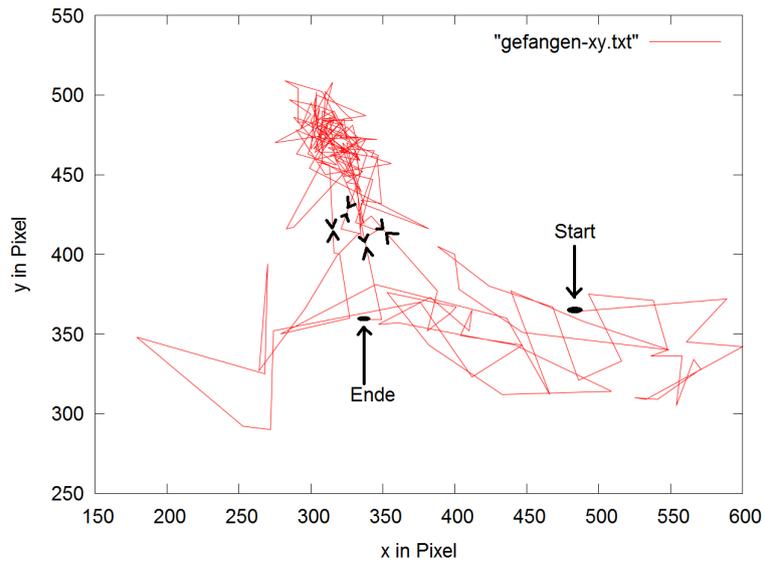


Abbildung 2.3: gefangenes Teilchen

Man erkennt eine «Verdichtung» der Aufenthaltsorte, aus der jedoch 4 Wege hinein-/hinausführen. D.h. das Teilchen hielt sich nicht ständig an einem fixierten Ort auf. Dies unterstützt unsere Annahme, dass die Software kein Teilchen erkennen konnte sondern nur «Rauschen» wahrnahm.

Nichtsdestotrotz untersuchen wir die Aufenthaltswahrscheinlichkeit innerhalb der «Verdichtung».

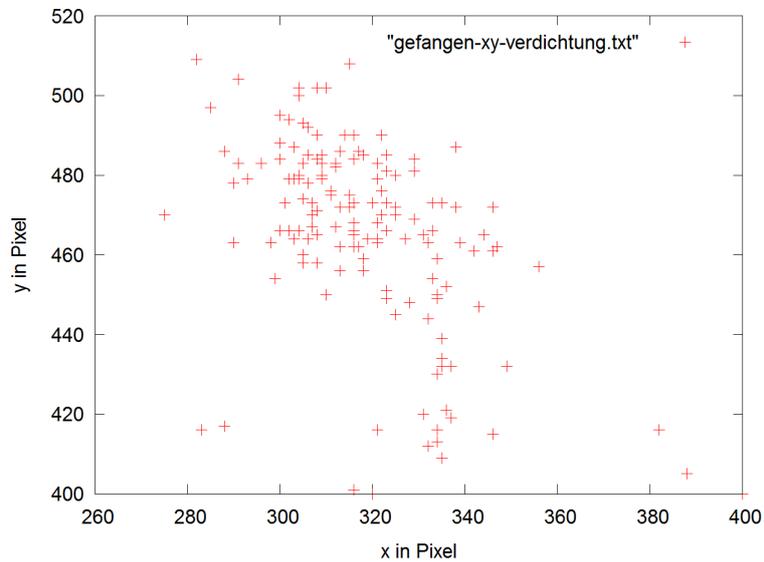


Abbildung 2.4: gefangenes Teilchen (Verdichtung)

Das freie Teilchen zeigt folgende Aufenthaltsorte:

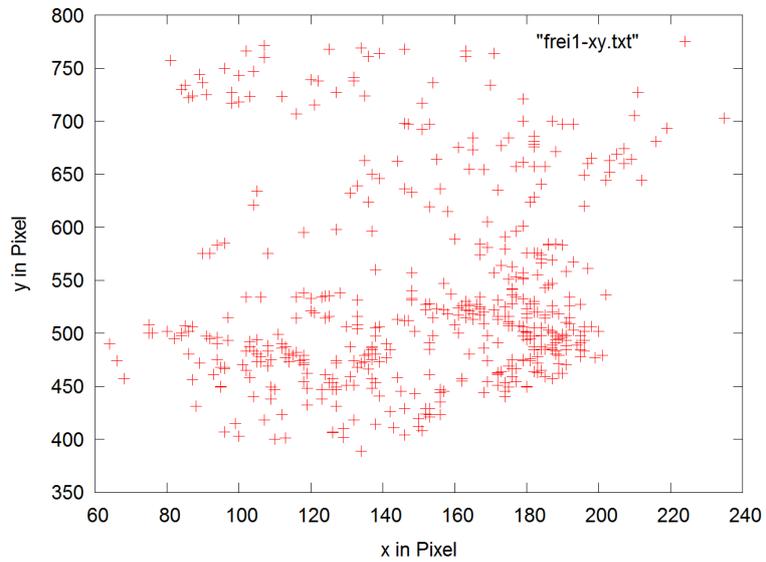


Abbildung 2.5: freies Teilchen

Unterteilt man den 1-dimensionalen Aufenthaltsort in äquivalente Klassen so ergeben sich folgende Verteilungen:

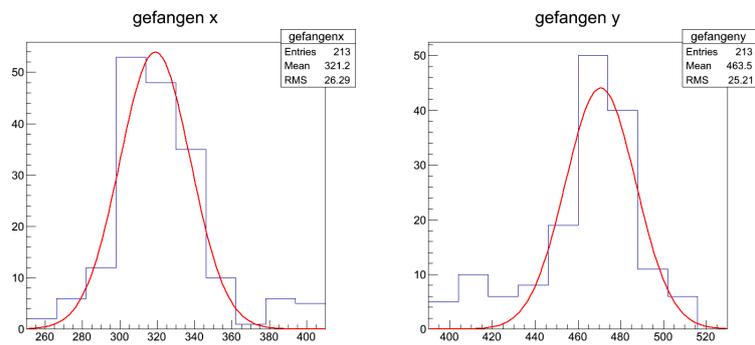


Abbildung 2.6: gefangenes Teilchen

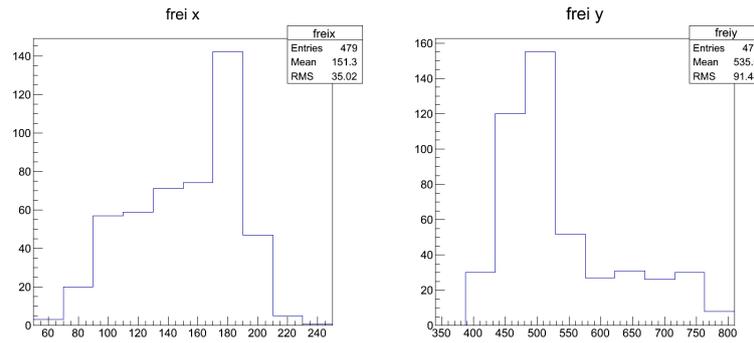


Abbildung 2.7: freies Teilchens

Wie man sieht ist die Verteilung des freien Teilchens breiter als die des gefangenen. Für die Verteilungsfunktion wurde eine Boltzmann-Verteilung angenommen:

$$P(x) = e^{-\frac{U(x)}{k_B T}}$$

mit einer potentiellen Energie

$$U(x) = b(x - c)^2$$

Dies entspricht der Annahme, dass die Rückstellkraft des Laser Linear mit dem Abstand vom Intensitätsmaximum zunimmt. Man erhält also effektiv eine Gauß-Verteilung:

$$P(x) = A e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Ein Fit dieser Verteilung an unsere Histogramme bestätigt die obige Annahme einer linearen Kraftzunahme.

Die Parameter des Fits sind dabei wie folgt:

$$\begin{aligned} A_x &= 53,9 \pm 5,47 \\ \mu_x &= 319,0 \pm 1,51 \\ \sigma_x &= 18,9 \pm 1,20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_y &= 44,0 \pm 6,49 \\ \mu_y &= 470,7 \pm 1,50 \\ \sigma_y &= 16,5 \pm 1,99 \end{aligned}$$

2.6 «Zeichnen» mit der optischen Pinzette

Als letztes sollte noch einmal die Fangwirkung der optischen Pinzette anhand eines Eddings gezeigt werden. Dazu wurde sie auf einen Edding-Punkt fokussiert. Beim Entlangwandern zeigte sich eine «weiße» Spur. Dies ist mit dem Einfangen der Farbmoleküle des Edding-Punkts zu erklären.