

Praktikum Moderne Physik

Versuchsprotokoll Lebensdauer des Positroniums

von Philipp C. Verpoort
und Daniel Weiss

17. Februar 2014

Versuchsprotokoll zum Versuch „Lebensdauer des Positroniums“ des Physikalischen Fortgeschrittenenpraktikums der Fakultät für Physik, KIT, Wintersemester 2013/14
Versuchsdurchführung am 18.12.2013 in F2-20

Namen: P. C. Verpoort, D. Weiss M.-Nrn.: 1692282, 1600111 Versuchsgruppe: 172

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen und theoretische Vorbereitung	1
1.1 Das Positron	1
1.2 Paarbildung	1
1.3 Paarvernichtung	1
1.4 Positronium	2
2 Aufbau und Durchführung des Experiments	4
2.1 Messung der Zerfallszeit	4
2.2 Messung der Lichtgeschwindigkeit	4
2.3 Zum Detektor	5
3 Auswertung	6
3.1 Bestimmung der Lebensdauer	6
3.1.1 Eichung der Zeitskala	6
3.1.2 Untersuchung der Langzeitmessung	6
3.2 Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit	7
4 Messprotokoll	15
Abbildungs-, Tabellen- und Literaturverzeichnis	16

1 Grundlagen und theoretische Vorbereitung

1.1 Das Positron

Positronen sind Teilchen mit gleicher Ruhemasse und gleichem Spin wie Elektronen, jedoch mit entgegengesetzter Ladung. Das Positron wird auch als das Anti-Teilchen des Elektrons bezeichnet. Es kann unter anderem bei Zerfallsvorgängen instabiler Atomkerne (bekannt als β^+ -Zerfall) oder durch den Zerfall eines hochenergetischen Gamma-Quants in ein Elektron und ein Positron (bekannt als Paarbildung) entstehen. Um das Positron vom Elektron zu unterscheiden wird das Elektron mit e^- und das Positron mit e^+ bezeichnet.

1.2 Paarbildung

Wie bereits erwähnt, können hochenergetische Gamma-Quanten in ein Elektron-Positron-Paar zerfallen. Dabei muss die minimale Energie der Gamma-Quanten mindestens so groß wie die Gesamtruheenergie beider Teilchen, also $2E_0$, sein, wobei hier $E_0 = m_e c^2$ die Ruheenergie des Elektrons sei. Die überschüssige Energie des Gamma-Quants geht in die kinetische Energie der Teilchen über. Das Photon alleine kann nicht ohne weiteres zerfallen, da Energie- und Impulsbilanz erfüllt sein müssen. Bei einer vollständigen Energieübertragung von Photon zum Teilchenpaar ist der Impuls des Paares geringer als jener des ursprünglichen Photons. Im Falle eines weiteren Stoßpartners, an den der überschüssige Impuls abgegeben werden kann, kann es zur Paarbildung kommen. Die für diesen Prozess minimal notwendige Energie ist größer als die Ruheenergie des Teilchenpaares, nämlich:

$$E_\gamma = 2E_0 \left(1 + \frac{E_0}{M_0 c^2}\right) \quad (1.1)$$

Im Falle schwerer Stoßpartner (z.B. Atomkerne) jedoch ist diese Schwellenergie in guter Näherung gleich $2E_0$. In jenem Fall wird auch der übertragene Impuls und damit die übertragene Energie auf den Stoßpartner gering und so ist die Gesamtenergie des Teilchenpaares ungefähr die Energie des Gamma-Quants.

1.3 Paarvernichtung

Paarvernichtung wird der Vorgang genannt, bei dem ein Elektron und ein Positron einander vernichten und in elektromagnetische Strahlung umgewandelt werden. Wieder ist

aufgrund der Impuls- und Energieerhaltungssätze das direkte Entstehen eines Gamma-Quants ohne einen Stoß mit einem weiteren Teilchen nicht möglich. Anders ist dies hingegen bei Zerfällen unter Erzeugung mehrerer Photonen. Möglich wird hingegen der Einquantenzerfall, falls wieder ein Stoßpartner existiert, mit dem Impuls und Energie ausgetauscht werden können, sodass die Erhaltungssätze erfüllt sind. Im Festkörper kann ein Positron-Elektron-Paar daher auch einen Einquantenzerfall durchführen. Dieser ist jedoch weitaus unwahrscheinlicher als der Zweiquantenzerfall und wird im Folgenden nicht berücksichtigt.

Neben der Erhaltung von Impuls und Energie muss außerdem die Erhaltung des Gesamtdrehimpulses berücksichtigt werden. Elektron und Positron haben beide Spin $1/2$, die γ -Quanten, in die sie zerfallen, tragen den Spin 1 mit sich. Es gibt zunächst verschiedene Einstellmöglichkeiten der Spins von Elektron und Positron zueinander. Diese können Gesamtspin 0 oder 1 haben. Der Zustand mit Gesamtspin 0 ist dabei nicht entartet (also ein Singulettzustand), der Zustand mit Gesamtspin 1 ist hingegen dreifach entartet (also ein Tripletzustand). Die Wahrscheinlichkeiten für die Zustände und deren Einstellmöglichkeiten sind gleich, weshalb die Zerstrahlung als Tripletzustand dreifach wahrscheinlicher, als die des Singulettzustands ist. Der Singulettzustand kann, wegen der Erhaltung des Gesamtdrehimpulses nun in zwei Quanten zerfallen, jedoch nicht der Tripletzustand. Dieser kann hingegen in drei Photonen zerstrahlen. Der Dreiquantenzerfall ist jedoch ein Zerfall höherer Ordnung und daher deutlich unwahrscheinlicher. Eine genauere Rechnung liefert als Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten einen Wert von $1/372$ von Drei- gegenüber Zweiquantenzerfall.

1.4 Positronium

Das Elektron und das Positron können gemeinsam einen Bindungszustand eingehen, bei dem das positiv geladene Positron die Rolle des positiv geladenen Kerns eines Ein-Elektronen-Atoms einnimmt. Die Lösung kann bis auf relativistische, quantenfeldtheoretische sowie von der Spin-Bahn-Kopplung her rührende Korrekturen in guter Näherung exakt berechnet werden, nämlich analog zum Wasserstoffatom mit der neuen reduzierten Masse des Positrons. Den Bindungszustand nennt man Positronium. Der oben diskutierte Singulettzustand heißt (verwirrenderweise) Para-, der Tripletzustand Orthopositronium. Das Positron verliert nach seiner Bildung seine kinetische Energie sehr rasch durch Stöße im Festkörper und befindet sich nach Zeiten der Größenordnung 10^{-12} s im eV-Bereich. Bei ausreichend niedriger Energie kann das Teilchen einen Bindungszustand mit einem Elektron eingehen. Die Bildungswahrscheinlichkeit für Positronium ist hinreichend groß gegenüber der Zerfallswahrscheinlichkeit von freier Positronen, sodass es tatsächlich sehr häufig zur Ausbildung eines solchen Zustands kommt. Für die Bildung ist jedoch weiterhin notwendig, dass das Positron ausreichend kinetische Energie für die Ionisation des Festkörpers (Ionisierungsenergie) und das Bilden des Zustands (≈ 6.8 eV) mitbringt.

Offensichtlich ist die Wahrscheinlichkeit für die Annihilation proportional zur Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Elektrons im Ort des Positrons. Im Festkörper ist dies die

Elektronendichte, die sich als Überlagerung aller Bindungselektronen ergibt. Diese ist erheblich höher, weshalb die Lebensdauer im Bindungszustand deutlich erhöht ist. Gleich bleibt, dass die Wahrscheinlichkeit des Zerfalls des Singulettzustands höher als der des Tripletzustands ist, weshalb, wenn einmal gebildet, das Parapositronium eine geringere Lebensdauer aufweist als das Orthopositronium. Im Festkörper sind des Weiteren noch sogenannte Pick-off- und Konversionsprozesse an der Lebensdauer des Positroniums beteiligt. Beim Pick-off-Prozess wird durch Austausch von Drehimpuls mit der Materie der sehr viel wahrscheinlichere Zweiquantenzerfall für den Tripletzustand möglich. Durch Konversion, das ist der Elektronenaustausch zwischen Positronium und umgebender Materie, kann außerdem Para- zu Orthopositronium umgewandelt werden und umgekehrt. Zwar sind die Zerfallswahrscheinlichkeiten identisch, aufgrund der höheren Umwandlungswahrscheinlichkeit des Parapositroniums schwindet dabei jedoch die Zahl des Orthopositroniums. Dies trägt zu einer verminderten Lebensdauer des Orthopositroniums bei.

Eine Rechnung liefert, dass die Zerfallszeiten freier Zerstrahlung und die des Zerfalls von Parapositronium im Bereich von 10^{-10} s, die des Zerfalls von Orthopositronium im Bereich von 10^{-7} s liegen.

2 Aufbau und Durchführung des Experiments

2.1 Messung der Zerfallszeit

Es soll die Zerfallsdauer von Positronium in Plexiglas gemessen werden. Als Quelle wird ^{22}Na genutzt, welches unter einem für die Erzeugung von Positronen (s. Vorbereitung) notwendigen β^+ -Zerfall in ^{22}Ne übergeht. Das Neon reagiert mit einer sehr geringen Lebensdauer unter Aussendung eines 127.6 MeV γ -Quants ab. Die Aussendung des Photons wird detektiert und dieser Zeitpunkt wird als Startzeit der Existenz des Positrons verwendet. Wie in der Vorbereitung erwähnt, verliert das Positron schnell seine kinetische Energie durch stöße im Festkörper und bildet anschließend mit einem Elektron Positronium aus. Da diese Prozesse in sehr viel kleineren Zeitskalen verlaufen als die Zeitauflösung des Detektors feststellen kann, wird als Startzeitpunkt der Existenz des Positroniums die Detektion des γ -Quants verwendet.

Beim Zerfall werden wieder γ -Quanten frei, die detektiert und als Endzeitpunkt der Existenz des Positroniums verwendet werden können. Prinzipiell sollten nur Quanten ab einer bestimmten Energie verwendet werden, dies ist technisch nicht so leicht umsetzbar, weshalb hier alle Ereignisse detektiert werden und eine zusätzliche Untergrundrate zur Verfälschung des Ergebnisses in Kauf genommen werden.

Die Zeitachse des Stoppzweiges ist nicht kalibriert und die Angaben des Kanals müssen in Zeiten umgerechnet werden. Dazu wird das Signal des Stoppzweiges um verschiedene Zeiten im Abstand von 2 ns verzögert. Durch einen Gauss-Fit der je verschobenen Signale und eine Auftragung der Zeitverschiebungen über die angepassten Verschiebungen im Kanal kann so die Zeitachse kalibriert werden.

Die Messungen für die Kalibrierung der Zeitskala müssen keine hohe Statistik aufweisen, es reicht schließlich aus, ein Anpassung eines verschobenen charakteristischen Signals zu finden. Eine Langzeitmessung sollte hingegen eine gute Statistik liefern, sodass die Bestimmungen der Lebensdauern später exakt durchgeführt werden können.

2.2 Messung der Lichtgeschwindigkeit

Erneut wird das gemessene Signal verschoben, dieses Mal jedoch durch einfaches Verschieben des Stopp-Detektors. Bei einer räumlichen Verschiebung Δx wird das Signal auf der Zeitachse um die Laufzeit der γ -Quanten

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{c} \quad (2.1)$$

verschoben. Indem wieder den Signalen jeweils ein Schwerpunkt zugeordnet und diese mittels einer Anpassung abgelesen werden, kann die Lichtgeschwindigkeit c bestimmt werden. Die Schwierigkeit hierbei wird sein, auch bei großen Abständen eine ausreichend hohe Statistik zu erhalten. Das Signal wird durch den Abstand r gemäß $\propto 1/r^2$ abgeschwächt und somit zunehmend schwieriger erkennbar. Hinreichend große Abstände sind jedoch notwendig, um den vergleichsweise großen Fehler zu umgehen, der bei der Anpassung des Signals aufgrund seiner nicht vernachlässigbaren Breite gemacht wird.

2.3 Zum Detektor

Bei dem in beiden Messungen verwendeten Detektor handelt es sich um Plastikszintillatoren. Bei diesen werden die Moleküle beim Durchgang eines hochenergetischen γ -Quants angeregt. Sie strahlen ihre Energie in Form von niedriger energetischen und einfacher messbaren Photonen ab.

Es ist aus technischen Gründen notwendig, dass das Startsignal einige Nanosekunden vor dem Stoppsignal eintrifft, weshalb das Stoppsignal des Detektors stets um mindestens 2 ns verzögert wird. Bei kleinen Zeiten tritt vor dem eigentlichen Signal ein elektronisches Rauschen auf. Da man weiß, wie das Signal aussehen sollte, kann man alle davor liegenden Ereignisse abschneiden.

3 Auswertung

3.1 Bestimmung der Lebensdauer

Alle nachfolgenden Berechnungen, Anpassungen und Auftragungen wurden, wenn nicht anders vermerkt, mit *ROOT 5.34/14* erstellt.

3.1.1 Eichung der Zeitskala

Zuerst werden Gauss-Fits an die gemessenen Signale angepasst. Der Schwerpunkt bestimmt die Verschiebung im Kanal, der Breitenparameter der Gausskurven liefert die Auflösung (und damit die Unsicherheit) dieser Messgröße. Die Anpassungen zeigt Abb. 3.1.

Die abgelesenen Werte enthält Tab. 3.1. Eine Auftragung der Werte zeigt Abb. 3.2. Die Fehler der Zeitverschiebung sind nicht genauer bekannt und hängen vom verwendeten Gerät ab. Sie wurden auf 0.1 ns geschätzt. Die Fehler der Verschiebungen im Kanal sind, wie oben bereits angedeutet, durch die Breite der Gauss-Fits der Signale gegeben. Die Auftragung des linearen Fits sowie dessen errechnete Parameter enthält ebenfalls Abb. 3.2.

3.1.2 Untersuchung der Langzeitmessung

Mithilfe der obigen Ergebnisse kann nun eine Auftragung der Langzeitmessung in Form von Counts über Zeit erstellt werden. Eine gewöhnliche Auftragung findet sich in Abb. 3.3 und eine logarithmische Auftragung in 3.4. Die Fehler der Zählungen sind durch \sqrt{N} mit N , der Zahl der Einträge eines Bins, gegeben und werden von ROOT berücksichtigt, werden jedoch nicht im Histogramm dargestellt.

Die logarithmische Auftragung lässt vermuten, was sich aus der gewöhnlichen Auftragung nicht erkennen lässt. Es handelt sich, wie in der Vorbereitung vorausgesagt, um die Überlagerung zweier exponentiell abnehmender Zerfälle. Genauer handelt es sich um den Zerfall des Para- und des Orthopositronium, welche unterschiedliche Zerfallszeiten aufweisen. Nun soll eine entsprechende Anpassung der Auftragung mit einer zusätzlichen Konstante für die (wenn auch geringe) Untergrundrate erstellt werden. Die Zählrate zur Zeit t sollte der Form

$$N(t) = \left(A_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} + A_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \Theta(t) + y_0 \quad (3.1)$$

entsprechen (mit der Heaviside-Sprungfunktion Θ). An der Auftragung erkennt man, dass dies nicht zutrifft. Das Signal ist für Zeiten $t < 0$ nicht gleich einem konstanten

Untergrundrauschen. Grund ist die nicht vernachlässigbare Zeitauflösung des Detektors. Um dies nun zu berücksichtigen, wird die Funktion aus Gl. (3.1) mit einer Gaußkurve gefaltet. Die genaue Funktion des Ansprechsignals des Detektors ist nicht bekannt und müsste entweder vermessen oder modelliert und mit dem Ergebnis verglichen werden. Als Näherung soll jedoch zunächst eine gaußverteilte Zeitauflösung genügen.

Wolfram Mathematica berechnet für $\alpha > 0$ das folgende Integral,

$$\int_0^\infty e^{-\alpha t^2 + \beta t} dt = \frac{\sqrt{\pi} e^{\frac{\beta^2}{4\alpha}} \left(\operatorname{erf} \left(\frac{\beta}{2\sqrt{\alpha}} \right) + 1 \right)}{2\sqrt{\alpha}}, \quad (3.2)$$

und so folgt das anzupassende Signal zur Zeit t ,

$$\tilde{N}(t) = \sum_{i=1}^2 A_i e^{-\frac{t}{t_i}} \frac{e^{-\frac{\sigma_i^2}{2t_i^2}} \left(\operatorname{erf} \left(\frac{t}{\sigma_i} + \frac{\sigma_i}{t_i} \right) + 1 \right)}{2} + y_0. \quad (3.3)$$

Hierbei sind die Größen A_i , t_i und σ_i jeweils zweifach vergeben, nämlich für die beiden überlagerten Signale. Da die Gamma-Quanten der beiden Zerfälle zu unterschiedlichen Zeitaufösungen im Detektor führen können, wird hier durch zwei Auflösungsparameter σ_1 und σ_2 die Möglichkeit gegeben, dies in der Anpassung zu berücksichtigen.

Der Versuch, diese Funktion an das gemessene Signal anzupassen, scheitert. Eine logarithmische Auftragung des Signals mit beispielhaften Parametern zeigt Abbildung 3.5. Hier wird das Problem deutlich: Während das gemessene Signal ein Maximum bei Zeiten kleiner 0 aufweist, hat die zu fittende Funktion ihr Maximum stets bei Zeiten größer 0, wie man es aufgrund der Symmetrie der Gaußkurve logischerweise erwarten würde. Die Ursache kann darin liegen, dass die Kalibration der Zeitskala für das Problem nicht genau genug ist. Um dies zu berücksichtigen gesteht man der Funktion eine Verschiebung in der Zeitskala zu. Die so angefittete Funktion zeigen Abbn. 3.6 sowie in logarithmischer Auftragung 3.7. Die angepasste Verschiebung liegt mit (0.422 ± 0.007) ns sogar im Bereich der Unsicherheit der linearen Anpassung aus 3.2, was die Vermutung weiter bestätigt, dass die zuerst verwendete Kalibration zu ungenau ist.

Als Zeitkonstanten findet man so:

$$t_1 = (0.54 \pm 0.02) \text{ ns}, \quad t_2 = (1.54 \pm 0.08) \text{ ns}. \quad (3.4)$$

Durch Integration der beiden Zerfallsgesetze findet man ein Verhältnis der beiden Komponenten von etwa:

$$\frac{A_1 t_1}{A_2 t_2} = 3.0 \pm 0.2, \quad (3.5)$$

was gerade den Erwartungen entspricht.

3.2 Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit

Es werden zunächst wieder die verschobenen Peaks in den Diagrammen mit Gaußkurven angefittet, s. Abb. 3.8. Die Schwerpunkte der Peaks werden gegen die räumlichen

Verschiebungen aufgetragen, s. Abb. 3.9. Die Werte im Kanal werden wie bei der Bestimmung der Lebensdauer in Zeiten umgerechnet. Der Fehler der räumlichen Verschiebung sei ein Ablesefehler von 1 mm und der Fehler der Schwerpunkte sei wieder die Breite der Peaks. Der lineare Fit ergibt eine Lichtgeschwindigkeit von

$$c \approx (3.2 \pm 3.0) \cdot 10^8 \text{ m/s.} \quad (3.6)$$

Die im Kapitel 2 vorausgesagten Probleme schlagen zu und die Messunsicherheit wird in die Höhe getrieben. Die Peaks besitzen eine zu große Breite, weshalb die in Abb. 3.9 eingetragenen sehr großen Fehler entstehen.

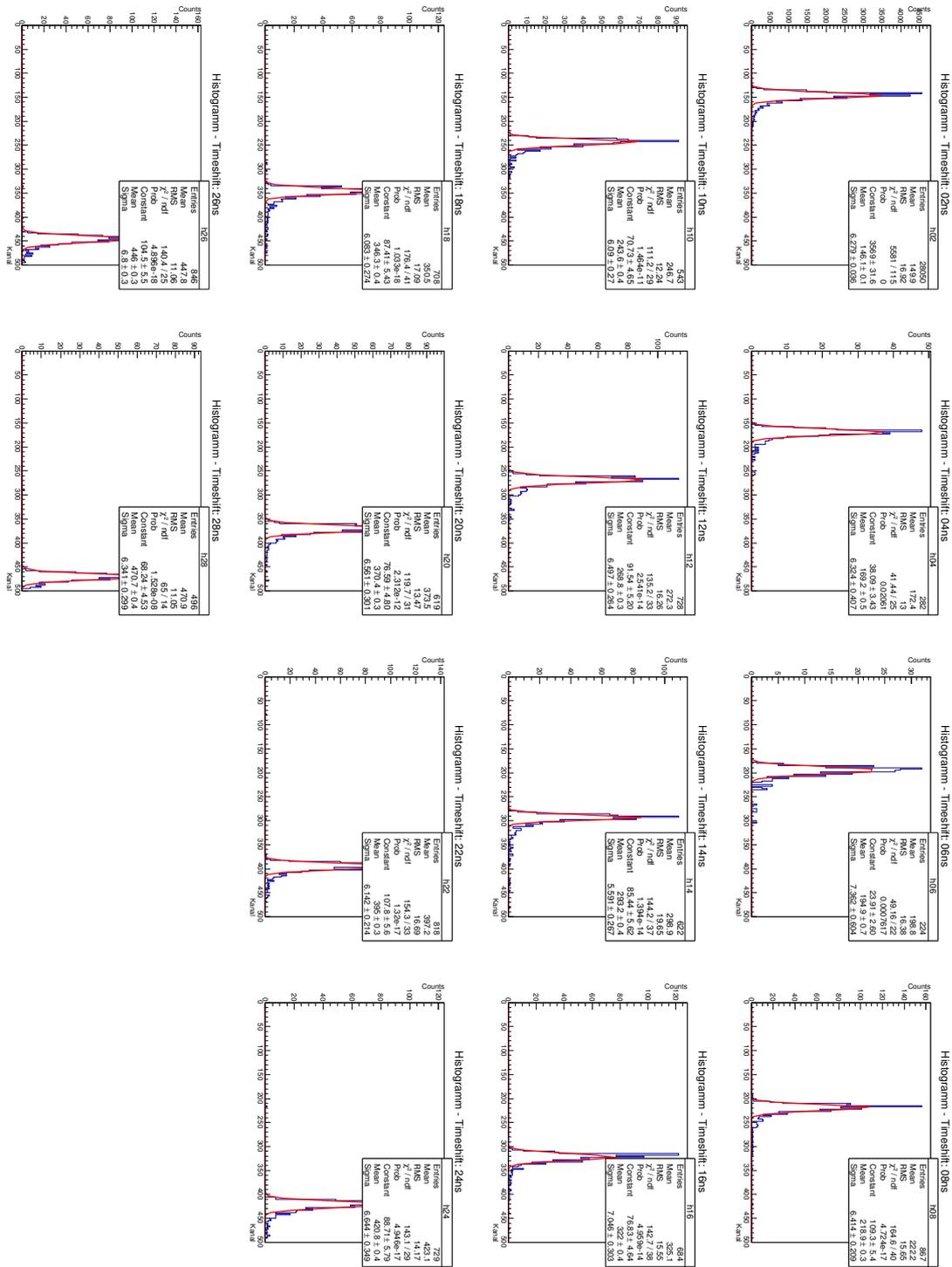


Abbildung 3.1: Anpassungen der Verschiebungen im Kanal

Tabelle 3.1: Zeitverschiebungen des Signals und zugehörige angepasste Verschiebungen im Kanal

Verschiebung im Kanal	Zeitverschiebung in ns
146 ± 6	2 ± 0.1
169 ± 6	4 ± 0.2
195 ± 7	6 ± 0.3
219 ± 6	8 ± 0.4
243 ± 6	10 ± 0.5
269 ± 6	12 ± 0.6
293 ± 6	14 ± 0.7
322 ± 7	16 ± 0.8
346 ± 6	18 ± 0.9
370 ± 7	20 ± 1
395 ± 6	22 ± 1.1
421 ± 7	24 ± 1.2
446 ± 7	26 ± 1.3
471 ± 6	28 ± 1.4

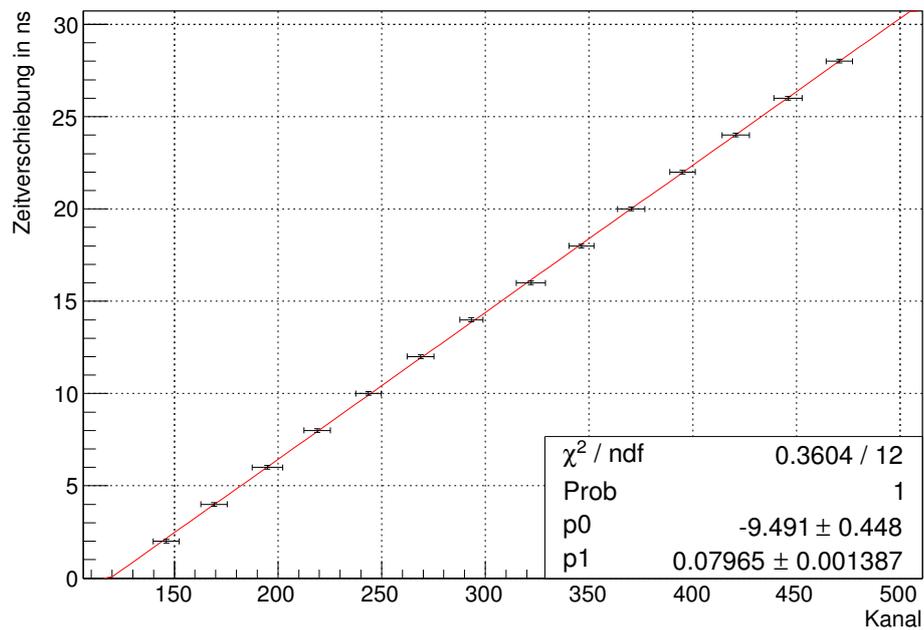


Abbildung 3.2: Auftragung der Zeitverschiebung über die Verschiebungen im Kanal mit linearer Regression

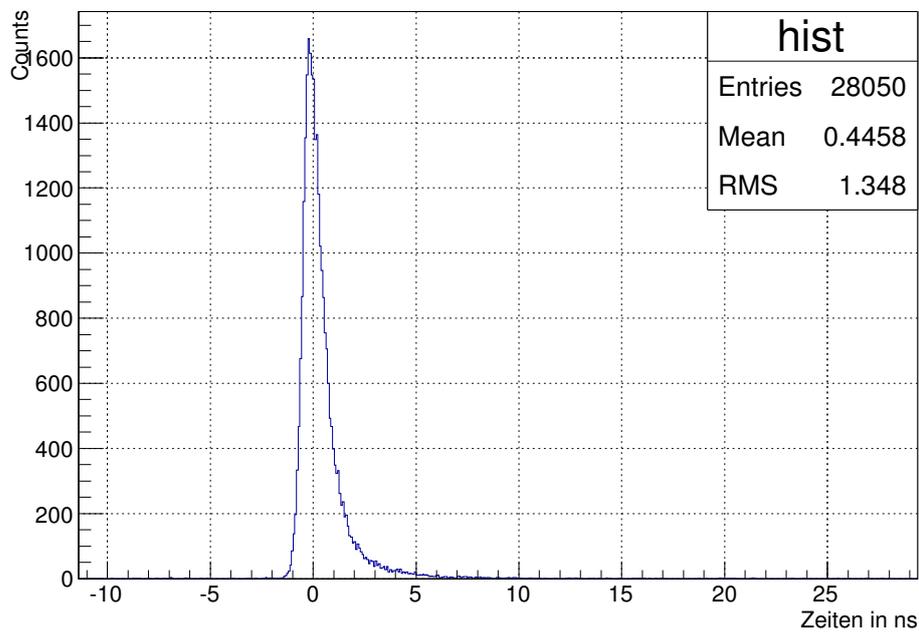


Abbildung 3.3: Auftragung der Langzeitmessung mit geeichter Zeitskala

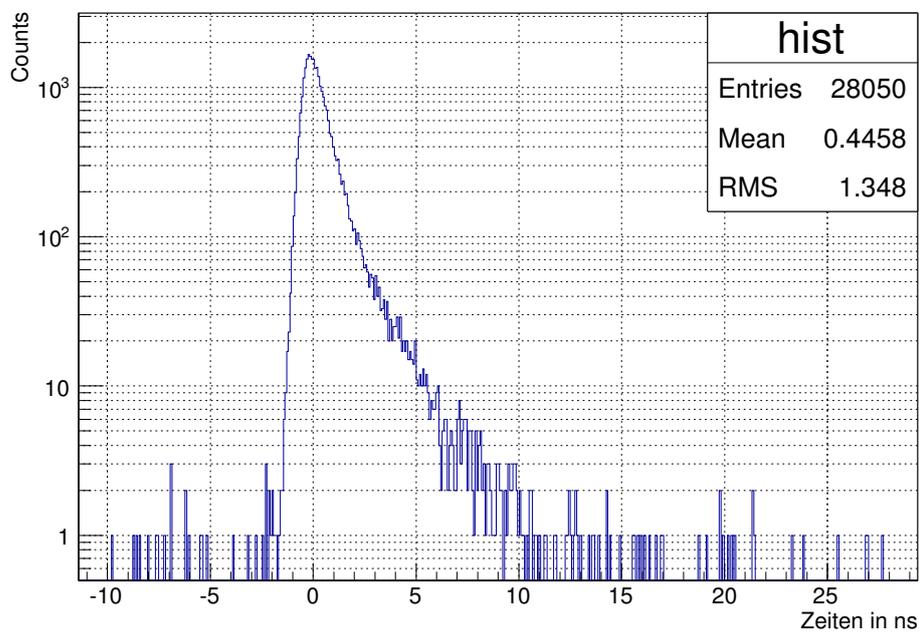


Abbildung 3.4: Logarithmische Auftragung der Langzeitmessung mit geeichter Zeitskala

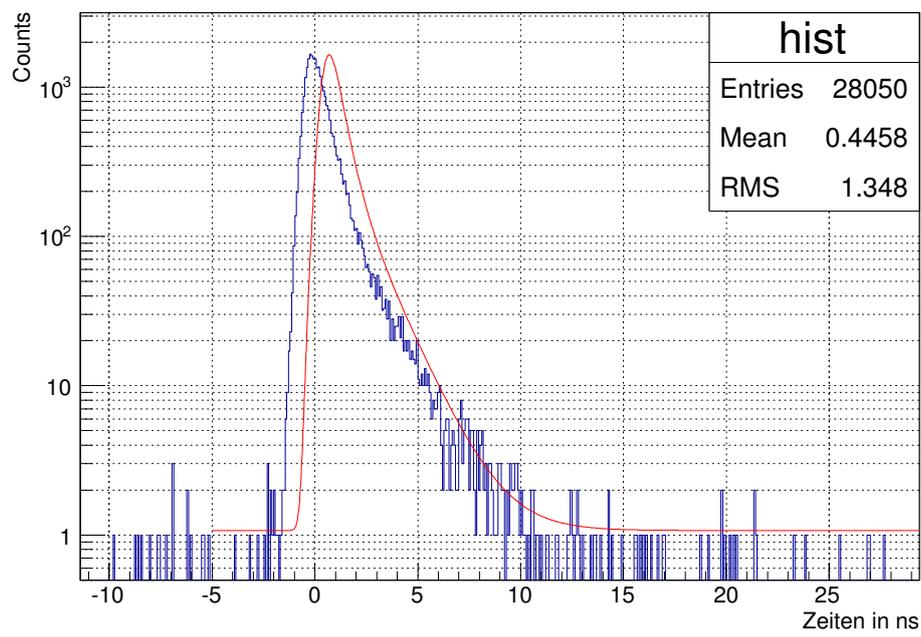


Abbildung 3.5: Auftragung des mit einer gaussverteilten Zeitaufösung gefalteten Signals mit beispielhaften Parametern

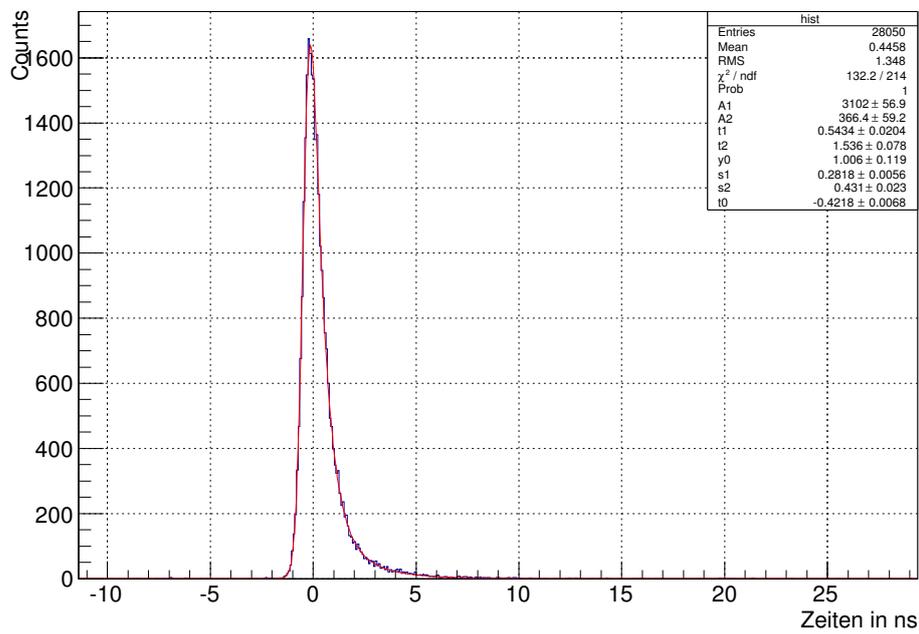


Abbildung 3.6: Anpassung des Zerfalls

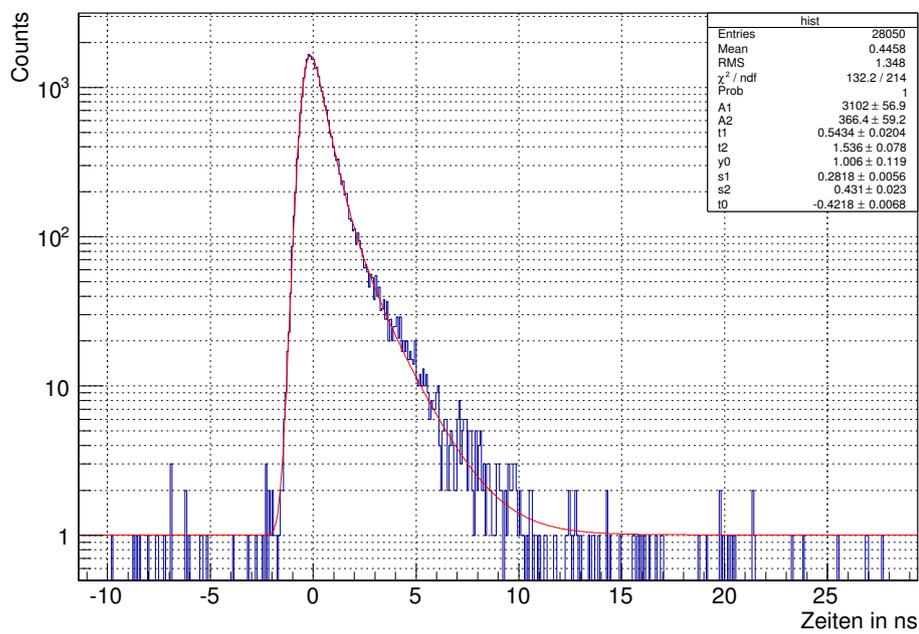


Abbildung 3.7: Logarithmische Auftragung der Anpassung des Zerfalls

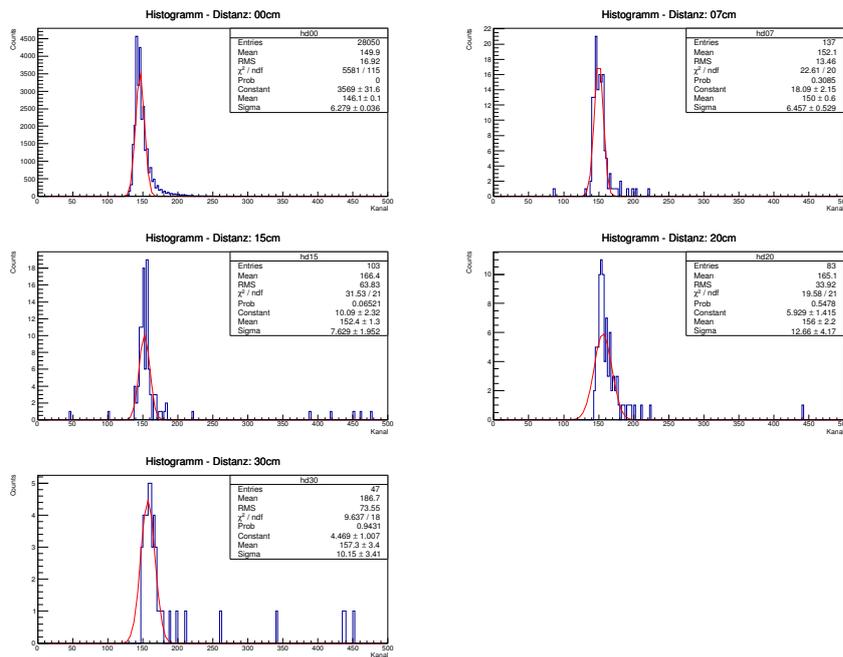


Abbildung 3.8: Gauss-Fit der im Kanal verschobenen Peaks verschiedener Distanzen von Probe zu Detektor

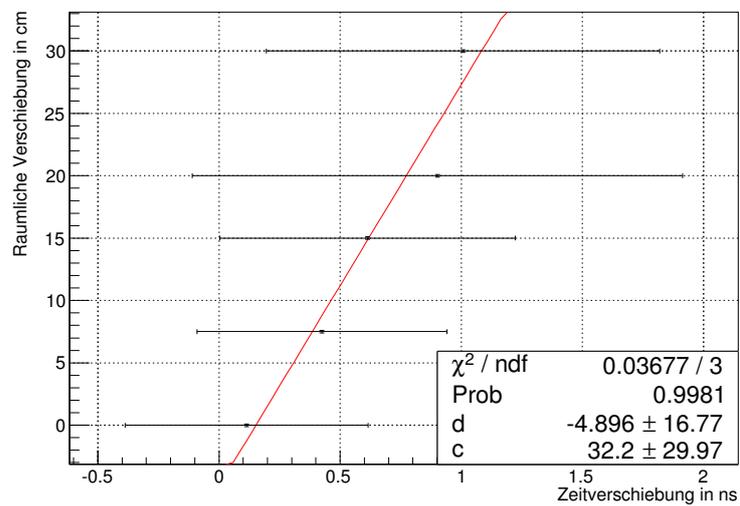


Abbildung 3.9: Auftragung der räumlichen Verschiebungen des Abstands Probe zum Detektor über die zeitliche Verschiebungen des Signals

4 Messprotokoll

Der großen Datenmenge wegen liegt kein ausgedrucktes Messprotokoll vor. Es besteht aus 14 Messungen mit Zeitverschiebungen von 2 bis 28 ns sowie 5 Messungen mit räumlicher Verschiebung von 0, 7.5, 15, 20 und 30 cm (s. Abbn. 3.1 und 3.8). Die Messung mit 2 ns Zeitverschiebung ist dabei eine Langzeitmessung von ca. 2 Stunden. Die Messdaten sind als Dateien auf dem für die Erfassung der Daten verwendeten Computer im Praktikumsraum gespeichert. Sie können auch auf Nachfrage verschickt werden.

Abbildungsverzeichnis

3.1	Anpassungen der Verschiebungen im Kanal	9
3.2	Auftragung der Zeitverschiebung über die Verschiebungen im Kanal mit linearer Regression	10
3.3	Auftragung der Langzeitmessung mit geeichter Zeitskala	11
3.4	Logarithmische Auftragung der Langzeitmessung mit geeichter Zeitskala	11
3.5	Auftragung des mit einer gaussverteilten Zeitauflösung gefalteten Signals mit beispielhaften Parametern	12
3.6	Anpassung des Zerfalls	13
3.7	Logarithmische Auftragung der Anpassung des Zerfalls	13
3.8	Gauss-Fit der im Kanal verschobenen Peaks verschiedener Distanzen von Probe zu Detektor	14
3.9	Auftragung der räumlichen Verschiebungen des Abstands Probe zum Detektor über die zeitliche Verschiebungen des Signals	14

Tabellenverzeichnis

3.1	Zeitverschiebungen des Signals und zugehörige angepasste Verschiebungen im Kanal	10
-----	--	----

Literaturverzeichnis

Ein essenzieller Teil der Vorbereitung basiert auf den Angaben der Literaturmappe zum Versuch, sodass im Protokoll nicht zu jeder Zeit explizit auf diese verwiesen wird.