

Si-Solarzelle

Kevin Edelmann, Julian Stöckel
Gruppe 109

15.6.2011

Zusammenfassung

pn-Übergänge aus Halbleitern wie z. B. Silizium ermöglichen es, aus Photonen elektrische Energie zu gewinnen. In diesem Versuch sollen einstrahlungsabhängige Kennlinien und Kurzschlussströme sowie temperaturabhängige Eigenschaften verschiedener solcher Solarzellen untersucht und dadurch mitunter auf die Bandlücke des verwendeten Halbleiters geschlossen werden.

Inhaltsverzeichnis

1	Vorbereitung	2
1.1	Theoretische Grundlagen	3
1.1.1	Bändermodell	3
1.1.2	Ladungstransport in Halbleitern	3
1.1.3	Der pn-Übergang	4
1.1.4	Licht-Absorption im pn-Übergang	5
1.1.5	Kennlinie einer beleuchteten Solarzelle	6
1.1.6	Wirkungsgrad	6
1.2	Experimentelle Grundlagen	7
1.2.1	Aufbau von Solarzellen	7
1.2.2	Versuchsaufbau	8
2	Auswertung	10
2.1	Intensitätsabhängige Kennlinien	11
2.1.1	Leerlaufspannung und Kurzschlussstrom	11
2.1.2	Füllfaktor	14
2.1.3	Wirkungsgrad	15
2.2	Spektraler Kurzschlussstrom	16
2.3	Temperaturabhängige Kennlinien	17

1 Vorbereitung

1.1 Theoretische Grundlagen

1.1.1 Bändermodell

Um beschreiben zu können, wie sich Elektronen in einem Kristall fortbewegen können, wird das sog. Bändermodell entwickelt. Dieses beschreibt „nahezu freie“ Elektronen im Einfluss eines periodischen Potentials, das durch die positiv geladenen, periodisch angeordneten Atomrümpfe geformt wird. Der Einfluss der Elektronen selbst auf die Potentialstruktur wird dabei vernachlässigt.

Die Lösung der Schrödingergleichung in einem periodischen Potential muss die Form der sog. Bloch-Funktionen haben:

$$\Psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = u_{\vec{k}}(\vec{r}) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r})$$

Die Funktion $u_{\vec{k}}(\vec{r})$ muss dabei die gleiche Periodizität aufweisen wie das Kristallgitter. Diese Blochfunktionen können nun zu Wellenpaketen zusammengesetzt werden, um Elektronen darzustellen.

Wenn dieser Ansatz mit einem expliziten Potential berechnet wird, ergibt sich, dass an den Grenzen der Brillouin-Zonen, also bei $k = \pi/a, 2\pi/a, 3\pi/a, \dots$ für einen k -Wert zwei mögliche Energiewerte existieren, zwischen denen eine sog. Energielücke existiert, für die es keine Lösung der Schrödingergleichung gibt. Die Periodizität der Funktion $u_{\vec{k}}(\vec{r})$ gilt nun in gleicher Weise für die Energieeigenwerte, sodass jeder Eigenwert durch eine geeignete Translation mit einem Gittervektor \vec{G} in die erste Brillouin-Zone verschoben werden kann:

$$E(\vec{k}) = E(\vec{k} + \vec{G})$$

Somit können alle Äste in die erste BZ verschoben und ein sog. reduziertes Zonenschema erstellt werden. Dieses ist nun eine Darstellung des Bändermodells im k -Raum, aus der sofort ersichtlich wird, dass die Elektronen im Kristall nur Energiewerte innerhalb ausgeprägter Bänder annehmen können, die durch sog. Bandlücken voneinander getrennt sind. Bildlich gesprochen überlagern sich die Elektronenorbitale der einzelnen Atome zu delokalisierten Bändern, in denen sich die Elektronen aufhalten können.

1.1.2 Ladungstransport in Halbleitern

Dieses bisher noch leere Kristallgitter wird nun mit Elektronen gemäß der Fermi-Dirac-Statistik aufgefüllt. Dabei werden die unteren Energiebänder vollständig gefüllt sein, im Bereich der Fermikante wird es eventuell teilweise gefüllte Bänder geben und die obersten Bänder bleiben leer. Für die Leitfähigkeit ist nun wichtig, dass Elektronen in vollbesetzten Bändern aufgrund des Pauli-Verbots weitgehend unbeweglich sind und daher nicht zum Ladungstransport zur Verfügung stehen. Teilweise gefüllte Bänder dagegen eignen sich sehr gut dazu, bei angelegtem Potential Elektronen über große Strecken im Metall zu befördern. Daher werden bei $T = 0$ vollständig gefüllte Bänder als *Valenzband*, alle anderen dagegen als *Leitungsband* bezeichnet.

Prinzipiell wird nun zwischen 3 Arten von Festkörpern unterschieden:

Metalle sind Stoffe, bei denen es im thermischen Gleichgewicht teilweise mit Elektronen besetzte Leitungsbänder gibt. Diese bilden nun ein delokalisiertes Elektronengas aus, in dem hervorragend Ströme fließen können. Metalle sind daher elektrisch leitend.

Isolatoren haben eine sehr große ($> 4\text{eV}$) Lücke zwischen Valenz- und Leitungsband, sodass keine Elektronen zum Ladungstransport zur Verfügung stehen und in der Regel auch keine Elektronen aus dem Valenz- in das Leitungsband angeregt werden können, ohne das Material irreparabel zu beschädigen.

Halbleiter sind Materialien, bei denen zwar eine Energielücke zwischen Valenz- und Leitungsband besteht, diese jedoch klein genug ($\leq 4\text{ eV}$) ist, damit durch Effekte wie thermische oder optische Anregung oder auch Dotierung einige Elektronen das Leitungsband besetzen können. Die Grenze zu Isolatoren ist dabei fließend.

In diesem Praktikumsversuch sind ausschließlich die Halbleiter von weiterem Interesse. Um diese nun leitend zu machen, müssen Elektronen aus dem Valenzband in das Leitungsband angeregt werden. Das hat zum Einen den Effekt, dass die Elektronen im Leitungsband natürlich analog zur Leitung in Metallen sehr beweglich sind und zur Leitung beitragen. Dies nennt man n-Leitung. Zum Anderen werden dadurch aber auch Zustände im Valenzband frei, sodass auch hier eine Leitfähigkeit entsteht. In diesem Fall ist es allerdings praktischer, nicht die vielen Elektronen zu betrachten, die sich über die frei gewordenen Plätze hinweg bewegen können, sondern diese frei gewordenen Plätze als positive Ladungsträger zu betrachten, die sich durch das Valenzband bewegen. Diese Leitungsart nennt man folglich p-Leitung.

Da die Bänder durch Spin-Bahn-Kopplung ähnlich wie die Feinstruktur der Atome in zwei Bänder aufgespalten sind, besitzen diese Bänder unterschiedliche Krümmungen im k -Raum. Diese Krümmung ist umgekehrt proportional zur effektiven Masse, quasi ihrer Beweglichkeit der Ladungsträger unter dem Einfluss eines Potentials. Diese unterschiedliche effektiven Massen resultieren nun darin, dass man zwischen einem leichten und einem schweren Lochband unterscheidet.

Durch thermische und optische Anregung werden Elektronen aus dem Valenzband direkt in das Leitungsband befördert, wobei die Anzahl der entstehenden Leitungselektronen und Löcher bei diesem Prozess per se immer identisch ist. Durch Dotierung, also gezieltes Platzieren von Fremdatomen im Kristallgitter des Halbleiters, ist es aber möglich, unterschiedliche Konzentrationen von Leitungselektronen und Löchern zu erhalten.

Wenn der Halbleiter mit einem sog. *Donator* dotiert wird, z. B. einem Element der fünften Hauptgruppe, dann ist im Kristallgitter ein Elektron zu viel vorhanden, welches ins Leitungsband wandert, ohne dabei im Valenzband ein Loch zu hinterlassen. Auf diese Weise lässt sich ein sog. n-leitender Halbleiter herstellen. Wenn die Dotierung dagegen mit einem *Akzeptor* erfolgt, z. B. einem Element der dritten Hauptgruppe, dann ist im Kristallgitter ein Elektron zu wenig vorhanden und ein Loch entsteht, ohne dass ausgleichend ein Leitungselektron geschaffen wurde. In diesem p-leitenden Halbleiter dominieren folglich die Löcher über die Leitungselektronen, man nennt sie in diesem Zusammenhang *Majoritäts-* bzw. *Minoritätsladungsträger*.

1.1.3 Der pn-Übergang

Das Bauteil, das die Grundlage für eine Solarzelle bildet, erhält man, wenn man einen n-leitenden mit einem p-leitendem Halbleiter in Kontakt bringt. Aufgrund der unterschiedlichen Konzentrationen diffundieren dann Elektronen aus dem Leitungsband des n-Leiters in das p-dotierte Gebiet und Löcher entsprechend in die andere Richtung. Dort können die verschiedenen Ladungsträger rekombinieren, was zu einer Verarmung derselbigen führt. Da die dotierten Ionen aber immer noch vorhanden sind, entsteht in dieser Verarmungszone eine elektrische Dipolschicht und daher ein elektrisches Feld, welches eine Potentialstufe erzeugt, die wiederum der Diffusion der Ladungsträger zur Verarmungszone entgegen tritt. Dadurch stellt sich ein dynamisches Gleichgewicht ein, und zwar zwischen den Diffusionsströmen, welche Ladungsträger aufgrund des Konzentrationsgefälles in die Verarmungszone treiben, und den Feldströmen, welche aufgrund der Raumladung die Ladungsträger aus der Zone hinaus treiben. In diesem Gleichgewicht hat die Verarmungszone dann eine endliche Breite. Im Fall von Silizium beträgt diese ca. $1\ \mu\text{m}$.

Wenn an diesen pn-Übergang eine Spannung angelegt wird, spielt es eine Rolle, an welchem der dotierten Gebiete welcher Pol anliegt. Liegt der Minuspol am n-dotierten Gebiet und der Pluspol dementsprechend am p-dotierten Gebiet, wird das Raumladungsfeld in der Verarmungszone abgeschwächt und dadurch Ladungsträger in diese Zone transportiert. Die Verarmungszone wird dünner, bis sie schließlich verschwindet und das Bauteil, in diesem Zusammenhang dann *Diode* genannt, stromdurchlässig wird.

Wird die Spannung dagegen in die andere Richtung angelegt, dann wird das Raumladungsfeld verstärkt, die Diffusionsströme nehmen exponentiell ab und die Verarmungszone wird noch breiter, wodurch die Diode einen höheren Widerstand bekommt und „sperrt“. Zusammen genommen ergibt sich also folgende Strom-Spannungs-Kennlinie in Form der Shockley-Gleichung:

$$I = I_S \left(\exp \left(\frac{eU}{k_B T} \right) - 1 \right) \quad (1.1)$$

Als I_S wird darin der Sättigungssperrstrom bezeichnet, welcher ein Maß dafür ist, wie viel Strom durch die Diode fließt, wenn sie in Sperrrichtung geschaltet ist. Er wird mit höheren Bandlücken im Halbleiter kleiner.

Da die Diode hier nicht mehr im thermischen Gleichgewicht ist, ist es nun zweckmäßig, für jede der Ladungsträgersorten ein eigenes Quasiferminiveau $E_F^{e,h}$ zu definieren, mit dem man die Verteilung in den einzelnen Bändern beschreiben kann. Bei Polung in Durchlassrichtung wandern diese Niveaus näher an die Bandkanten, bei Polung in Sperrrichtung wandern sie von diesen weg.

1.1.4 Licht-Absorption im pn-Übergang

Trifft ein Photon mit der Energie $\hbar\omega$ auf einen Halbleiter mit der Bandlücke E_g , dann wird das Photon absorbiert und regt ein Elektron aus dem Valenzband ins Leitungsband an, sofern $\hbar\omega \geq E_g$ erfüllt ist. Ist die Energie des Photons kleiner, kann das Photon zwar auch absorbiert werden, wird dann aber nur eine thermische Anregung verursachen. Außerdem wird ein nicht unerheblicher Teil dieser Photonen dann auch reflektiert. Man kann also aus dem Absorptionsspektrum eines Halbleiters direkt auf die Bandlücke schließen. Wenn die Photonenenergie viel größer als die Bandlücke ist, wird zusätzlich zur Erzeugung eines Elektron-Loch-Paars die Überschussenergie an das Elektron übertragen, welche durch Relaxationsprozesse ebenfalls als Wärme abfällt.

Nach Entstehung eines Elektron-Loch-Paars werden die beiden Ladungsträger durch das Raumladungsfeld in der Verarmungszone schnell voneinander getrennt und sammeln sich – sofern die Zelle an keinen Stromkreis angeschlossen ist – an den Enden des Bauteils. Dadurch wird die Potentialstufe abgebaut, was als Leerlaufspannung gemessen werden kann. Wird das Bauteil kurzgeschlossen, dann fließen die Ladungsträger in Form des Kurzschlussstroms I_K durch den Stromkreis.

Wenn die Absorption nicht in der Verarmungszone stattfindet, dann wird durch das entstehende Elektron-Loch-Paar die relative Konzentration der Minoritätsladungsträger signifikant erhöht, sodass Rekombinationsprozesse schnell dazu führen werden, dass die Photonenenergie nicht mehr zur Energiegewinnung beiträgt. Alternativ kann es passieren, dass die Ladungsträger an die jeweiligen Kontakte diffundieren, dort dann aber die Spannung reduzieren. Gleich wahrscheinlich ist aber, dass die Ladungsträger in die Verarmungszone diffundieren und dort die Spannung erhöhen. Statistisch werden sich ohne weitere Maßnahmen die Verluste und Gewinne wegmitteln, sodass die eingestrahlte Energie in jedem Fall nicht genutzt werden kann.

Verschiedene Halbleiter unterscheiden sich in einem für das optische Verhalten wichtigen Punkt: in vielen Halbleitern befinden sich das energetische Maximum des Valenzbandes direkt unter

dem Minimum des Leitungsbandes, oft bei $k = 0$. In diesem Fall spricht man von einem direkten Halbleiter. Bei den indirekten Halbleitern wie Silizium sind dieses Minimum und das Maximum allerdings im k -Raum gegeneinander verschoben. Da bei allen Übergängen im Kristall die Quasiimpulserhaltung gilt und Photonen nur einen vernachlässigbaren Impuls tragen, erfolgen optische Übergänge stets senkrecht im Zonenschema, außer wenn ein Phonon bei dem Übergang beteiligt ist und seinen Impuls dabei abgibt. Dieser Prozess ist unterdrückt, sodass optische Übergänge in indirekten Halbleitern zwischen Zonen-Maximum bzw. -Minimum unwahrscheinlicher sind als bei direkten Halbleitern. Photonen, die nicht genügend Energie tragen, um auch die wesentlich größere Energiedifferenz bei einem senkrechten Übergang außerhalb der Minima bzw. Maxima der Bänder aufzubringen, haben in indirekten Halbleitern daher eine recht hohe Eindringtiefe, bevor sie absorbiert werden. Dies ist dann ein Problem, wenn die Eindringtiefe groß gegen die Dicke der Verarmungszone ist, wie das bei Silizium der Fall ist. Hier dominieren daher Absorptionen außerhalb der Raumladungszone stark.

1.1.5 Kennlinie einer beleuchteten Solarzelle

Ohne Einstrahlung ist die Kennlinie einer Solarzelle identisch mit der einer Diode und entspricht Gl. (1.1). Bei Bestrahlung wird von der Stromstärke allerdings noch der Kurzschlussstrom I_K subtrahiert, sodass sich die Kennlinie verschiebt:

$$I = I_S \left(\exp \left(\frac{eU}{\beta k_B T} \right) - 1 \right) - I_K \quad (1.2)$$

Der Idealitätsfaktor $\beta \in [1, 2]$ ist hierin ein Maß dafür, ob die Photonenabsorption mit Band-Übergängen oder mit Störstellen stattfindet.

Die entnommene elektrische Leistung $P = U \cdot I$ ist in den Fällen eines Kurzschlusses ($R_L = 0$) und unangeschlossen ($R_L = \infty$) jeweils Null, da hier entweder die Spannung oder der Strom verschwinden. Zwischen diesen Werten des Lastwiderstands existiert aber ein Maximum der Leistungsausbeute. Dieses Maximum variiert mit der Lichtintensität. Man definiert nun das Verhältnis dieser maximalen Leistungsausbeute zum Produkt aus Kurzschlussstrom und Leerlaufspannung als den sog. *Füllfaktor FF*:

$$FF = \frac{U_{max} \cdot I_{max}}{U_L \cdot I_K} \quad (1.3)$$

Er nähert sich für besonders rechteckige Kennlinien der eins an. Die Abhängigkeit von der Leerlaufspannung und der Temperatur wird in der Vorbereitungsmappe näherungsweise gegeben durch

$$FF \approx \frac{\chi - \ln(\chi + 0,72)}{\chi + 1,0}, \quad \text{mit } \chi = \frac{eU_L}{\beta k_B T} \quad (1.4)$$

1.1.6 Wirkungsgrad

Die Bandlücke eines Halbleiter beeinflusst sein Absorptionsverhalten und begrenzt die Leerlaufspannung einer entsprechenden Solarzelle. Bei der Betrachtung des Wirkungsgrades stehen diese Effekte gegeneinander, da einerseits durch eine kleine Bandlücke möglichst viele Photonen absorbiert würden, diese aber ebenfalls eine kleinere Leerlaufspannung verursacht. Der Wirkungsgrad η in Abhängigkeit von der Bandlücke E_g weist also ein Maximum auf, das erfahrungsgemäß etwa bei $E_g \approx 1,3 \text{ eV}$ und $\eta \approx 30\%$ liegt.

Mit hochwertigen Siliziumzellen erreicht man Wirkungsgrade bis maximal 25%, die handelsüblichen Zellen liefern allerdings Werte zwischen 8% und 10%. Bei einer durchschnittlichen Sonneneinstrahlung von $I_{Sun} \approx 120 \text{ Wm}^{-2}$ müsste in Deutschland also eine Fläche von

$$A \approx \frac{P_{Kern}}{I_{Sun} \cdot \eta} = \frac{1 \text{ GW}}{120 \text{ Wm}^{-2} \cdot 0,1} \\ \approx 83 \text{ km}^2$$

mit Solarzellen bepflanzt werden, um einen einzigen Block eines Kernkraftwerks zu ersetzen.

Um den Wirkungsgrad der Solarzellen im Versuch zu messen, wird die Leistung der Halogenlampe mit der elektrischen Leistung der Solarzelle verglichen. Letztere berechnet sich über Strom I_{max} und Spannung U_{max} am Arbeitspunkt. Die Lichtleistung der Halogenlampe berechnet sich durch die elektrische Leistungsaufnahme von 55 W und dem durchschnittlichen Wirkungsgrad einer solchen Lampe. Da sich selbst nach einiger Recherche keine Angaben darüber finden lassen, welche elektrischen Verluste für Halogenlampen üblich sind, wird für den elektrischen Wirkungsgrad ähnlich zur Glühbirne $\eta_L = 95\%$ angenommen. Dies bezeichnet dabei allein die Effizienz der Umwandlung von elektrischer in Strahlungsenergie. Übliche Effizienzbetrachtungen beschränken sich dagegen auf den Anteil der in sichtbares Licht umgewandelten Energie, weshalb diese Wirkungsgrade natürlich wesentlich kleiner sind.

Es wird darüber hinaus angenommen, dass die Lampe ihr Licht gleichmäßig in alle Richtungen abstrahlt, sodass sich für die Lichtleistung in einer gewissen Entfernung gemäß der Verteilung auf einer Kugeloberfläche gilt:

$$P_{L,\gamma}(d) = \frac{A_S}{4\pi d^2} \cdot P_{L,el} \cdot \eta_L$$

Mit A_S ist dabei die Fläche der Solarzelle bezeichnet. Der Wirkungsgrad einer Solarzelle entspricht nun dem in elektrische Energie umgewandelten Anteil der Lichtleistung und beträgt

$$\eta_S = \frac{P_{S,el}}{P_{L,\gamma}} = \frac{4\pi d^2 \cdot I_{max} \cdot U_{max}}{P_{L,el} \cdot \eta_L \cdot A_S} \quad (1.5)$$

Die verwendete Halogenlampe enthält eine Wolframglühwendel, die bei etwa 3000 K glüht und dadurch eine Schwarzkörperstrahlung mit einem Wellenlängenmaximum von etwa $\lambda_{max} = 966 \text{ nm}$ emittiert. Die Sonne dagegen brennt mit einer Temperatur von ungefähr 5800 K und hat bei $\lambda_{max} = 500 \text{ nm}$ ihr spektrales Maximum¹. Ihre Strahlung enthält (pro Intensität) also wesentlich mehr höher energetische Photonen als die Glühwendel, die hauptsächlich im Infraroten abstrahlt. Da bei Silizium mit einer Bandlücke von $E_g = 1,1 \text{ eV}$ aber nur Photonen unterhalb einer Wellenlänge von 1128 nm Elektronen ins Leitungsband anregen können, werden bei der Halogenlampe wesentlich weniger Photonen absorbiert als beim Sonnenlicht. Der Wirkungsgrad sollte bei Sonneneinstrahlung also erheblich höher sein.

1.2 Experimentelle Grundlagen

1.2.1 Aufbau von Solarzellen

Eine moderne Solarzelle besteht aus einem pn-Übergang in vertikaler Anordnung, wobei von oben und unten Kontakte geführt sind, um die Spannung abzugreifen. Die Kontakte für die n-Schicht

¹Quelle der Temperaturangaben: Wikipedia. Berechnung der spektralen Maxima über das Wiensche Verschiebungsgesetz.

an der Oberseite sind einerseits möglichst klein, um nicht zu viel Lichtfläche abzuschirmen; andererseits sind sie groß genug, um nicht durch unnötig hohe ohmsche Widerstände große Teile der Energie in den Leitungen zu verlieren. Die Kontakte auf der Rückseite sind bei hochwertigen Zellen ebenfalls in dünnen Streifen ausgeführt, damit weniger Elektronen, die außerhalb der Verarmungszone im p-dotierten Bereich entstehen, den Kontakt erreichen und dort die Spannung senken.

Die Oberfläche des Halbleiters ist speziell konturiert, sodass einfallendes Licht mehrfach reflektiert werden kann, was die Absorptionswahrscheinlichkeit erhöht. Darüber hinaus ist eine schützende Oxidschicht darüber gelegt, die so dimensioniert ist, dass sie zusätzlich als Antireflexschicht fungiert und dadurch die Absorption weiter steigert.

Der pn-Übergang selbst besteht aus einer recht dünnen ($10\ \mu\text{m}$) n-dotierten und einer recht dicken ($200 - 300\ \mu\text{m}$) p-dotierten Schicht. Hintergrund ist der, dass möglichst viele Minoritätsladungsträger, die außerhalb der Verarmungszone durch Elektron-Loch Bildung entstanden sind, diese erreichen sollen, weil sie dort die Leerlaufspannung erhöhen. Im Falle der p-Schicht sind das die Elektronen, welche wegen ihrer sehr kleinen effektiven Masse sehr mobil sind und daher diese große Strecke mühelos überwinden können. Die Löcher in der n-Zone sind allerdings nicht so mobil, sodass dieser Bereich klein gewählt wird. Um zusätzlich noch zu gewährleisten, dass weniger Elektronen in der p-Schicht die Kontakte erreichen, wird unter der normal p-dotierten Schicht noch eine dünne sehr stark dotierte p^+ -Schicht aufgetragen. Diese sorgt für eine weitere Potentialstufe, die die Elektronen abbremst.

1.2.2 Versuchsaufbau

Im Versuch stehen insgesamt drei verschiedene Solarzellen A, B und C zur Verfügung. Die Flächen der Zellen betragen laut Vorbereitungshilfe

$$A_A = 8,12\ \text{cm}^2, \quad A_B = A_C = 4\ \text{cm}^2 \quad (1.6)$$

Darüber hinaus ist eine Halogenlampe mit einer elektrischen Leistungsaufnahme von $55\ \text{W}$ vorhanden, mit der die Zellen beleuchtet werden können. Zur Messung der Kennlinien steht ein vorgefertigtes LABVIEW-Programm zur Verfügung, das an einen Strom- und einen Spannungsmesser angeschlossen ist und die Spannung an der Solarzelle selbstständig regelt. So können die Kennlinien vollautomatisch aufgenommen und direkt digital gespeichert werden.

Für die temperaturabhängigen Messungen sind die Solarzellen auf einen Metallblock montiert, der mit Hilfe eines Heizdrahts geheizt werden kann. Dieser ist an eine externe Spannungsversorgung angeschlossen, die manuell bedient werden muss. Die aktuelle Temperatur wird dabei mit einem Platin-Thermometer gemessen, was die Eigenschaft von Platin ausnutzt, einen zur Temperatur recht proportionalen elektrischen Widerstand zu besitzen.

Um das Licht der Halogenlampe spektral zerlegen zu können, steht außerdem ein Gerät zur Verfügung, das anhand der wellenlängenabhängigen Lichtbrechung in einem Prisma und der Beschränkung des ausgehenden Strahlverlaufs einen speziellen Teil des einfallenden Spektrums filtern kann. Um verschiedene Frequenzbereiche filtern zu können, wird das Prisma über eine Mechanik gedreht. Diese kann über einen Schrittmotor vom LABVIEW-Programm angesteuert werden, was allerdings nicht besonders präzise ist und erhebliche Differenzen zwischen der Frequenz, die LABVIEW für gerade eingestellt hält, und der tatsächlichen zur Folge hat. Das liegt nicht zuletzt daran, dass die Drehung des Prismas keinesfalls proportional zur gefilterten Wellenlänge ist und die Ansteuerung so recht kompliziert ist.

Ein weiterer Effekt dieser Tatsache ist auch, dass der gefilterte Bereich bei höheren Wellenlängen wesentlich breiter wird. So beträgt diese Breite im Bereich von $200\ \text{nm}$ noch einige Zehntel

Nanometer, im Infraroten dagegen bis zu 20 nm. Bei derart anwachsenden Fehlern ist also damit zu rechnen, dass der Kurzschlussstrom bei der spektral aufgelösten Messung im Bereich der Bandlücke keine scharfe Kante hat, sondern stark ausgewaschen ist. Die Bandlücke des Siliziums wird sich so also kaum sehr genau bestimmen lassen.

2 Auswertung

2.1 Intensitätsabhängige Kennlinien

In Anbetracht der Tatsache, dass zwei der drei zur Verfügung stehenden Solarzellen offenbar altersbedingt sehr flache Kennlinien zeigten, wurden alle folgenden Messungen mit Solarzelle A durchgeführt, welche die besten Kennlinien lieferte. Die Messungen erwiesen sich ohnehin als sehr zeitraubend, sodass es quasi unmöglich gewesen wäre, innerhalb von sechs Stunden alle drei Zellen durchzumessen.

Abbildung 2.1 zeigt die gemessenen Kennlinien bei verschiedenen Abständen der Lichtquelle. Die Linie mit dem Lichtquellen-Abstand ∞ entspricht dabei der Dunkelkennlinie. Der Übersichtlichkeit wegen wurden die Messpunkte nicht einzeln durch Punkte dargestellt, sondern durch eine Linie verbunden, da sie alle sehr eng beieinander liegen.

Aufgrund eines offensichtlichen Programmierfehlers im zur Verfügung gestellten LABVIEW-Programm wurden die Messungen nicht, wie in der Benutzeroberfläche angegeben, im Intervall $[-4\text{ V}; 0,7\text{ V}]$ durchgeführt, sondern nur im Intervall $[-3,92\text{ V}; 0,54\text{ V}]$. So muss der folgende Fit leider auf einige sicherlich nützliche Messwerte im Bereich von $0,7\text{ V}$ verzichten. Der funktionale Zusammenhang in den Kennlinien ist dennoch deutlich erkennbar.

Auffällig ist leider, dass im negativen Spannungsbereich ein mit der negativen Spannung steigender Strom fließt. Erwartet wurde gemäß Gl. (1.2) in diesem Bereich ein weitestgehend konstanter Strom. Dies spricht dafür, dass auch diese Solarzelle erhebliche Altersschwäche zeigt. Es kann im Laufe der Zeit passieren, dass der Halbleiter durch Reaktionen mit Sauerstoff oder Wasser degeneriert und die Verarmungszone an manchen Stellen abgebaut wird. Dort ist die Zelle dann auch bei Gegenspannung stromdurchlässig und verhält sich wie ein ohmscher Widerstand.

2.1.1 Leerlaufspannung und Kurzschlussstrom

Um die Leerlaufspannungen und die Kurzschlussströme bei den verschiedenen Bestrahlungsintensitäten zu bestimmen, werden die aufgenommenen Strom-Spannungs-Wertepaare nach dem theoretischen Verlauf gefittet. Da Gl. (1.2) den Verlauf sowohl im positiven als auch im negativen Bereich nur sehr schlecht beschreibt, wird zusätzlich das ohmsche Verhalten mit dem Widerstand der Solarzelle R_S in den theoretischen Verlauf eingebaut, welcher dann

$$I(U) = I_S \left(\exp \left(\frac{eU}{\beta k_B T} \right) - 1 \right) - I_K + \frac{U}{R_S} \quad (2.1)$$

lautet. Da die Messwerte im Bereich unter $-1,5\text{ V}$ auch davon langsam abweichen, werden diese beim Fit ignoriert. Das Ergebnis dieses Fits ist in Abb. 2.2 dargestellt und die von GNU PLOT gefitteten Parameter befinden sich in Tab. 2.1; die Abweichungen hier sind bemerkenswert klein. Die Raumtemperatur T wurde erst in einem späteren Versuch gemessen, sie betrug dort $T = 300,02\text{ K}$. Dieser Wert wurde in diese Formel eingesetzt, ohne Unsicherheiten zu berücksichtigen, da diese sich beim Fitten in Schwankungen vom Wert von β niederschlagen.

Überraschend sind hier die hohen Werte für den Idealitätsfaktor β . In der Theorie wurde ein Maximalwert von $\beta = 2$ erwartet, was von den Messwerten allerdings übertroffen wird. Hohe Werte von β sind ein Hinweis auf viele Störstellen-Rekombinationen und damit ebenfalls ein Indikator dafür, dass diese Solarzelle ziemlich durch ist. Eine andere Möglichkeit wäre, dass die Temperatur beim Messen in Wirklichkeit höher war als später gemessen; dies lässt sich im Nachhinein allerdings nicht feststellen.

Auffällig ist ebenfalls der kleine, aber nichtverschwindende Kurzschlussstrom für die Dunkelkennlinie. Da ein Bauteil ohne anliegende Spannung und ohne weitere Energiezufuhr keinen Strom erzeugen kann, ohne die Energieerhaltung zu verletzen, könnte es sich hier um eine fehlerhafte Eichung des LABVIEW-Programms handeln – ähnliche Effekte sind schon bei früheren

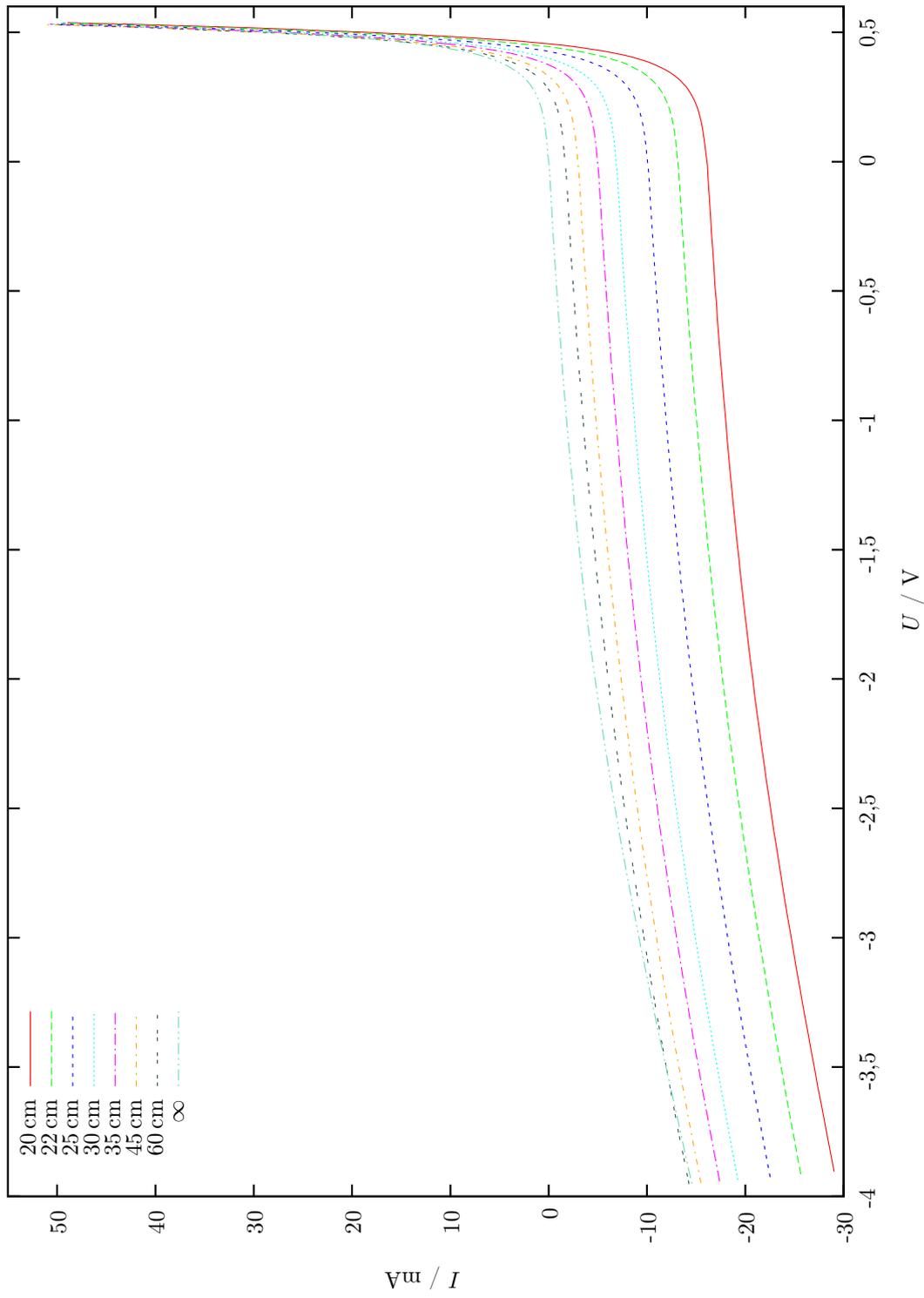


Abbildung 2.1: Kennlinien der Solarzelle A bei unterschiedlichen Abständen von der Lichtquelle

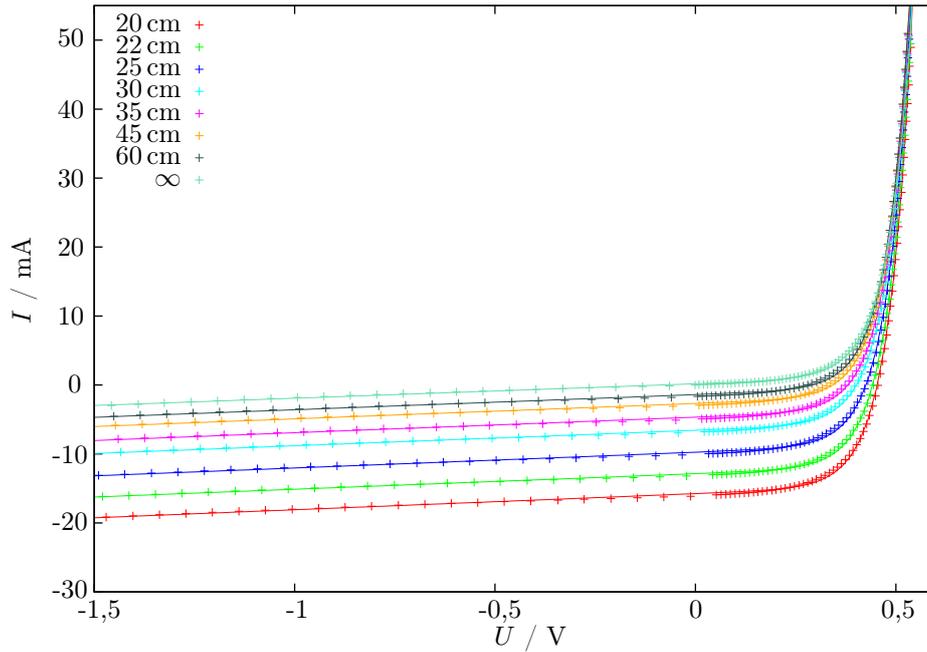


Abbildung 2.2: Ausgewählter Bereich der Kennlinien mit eingezeichneten Fits

Praktikumsversuchen aufgefallen, bei denen LABVIEW zur Strom- oder Spannungsmessung verwendet wurde. Es handelt sich hierbei also möglicherweise um eine systematische Fehlerquelle für die Stromstärke. Darüber hinaus weichen die aus der Dunkelkennlinie berechneten Werte für R_S und β etwas von den berechneten Werten aus den anderen Kurven ab.

Die Leerlaufspannung entspricht der Nullstelle in der Kennlinie und lässt sich normalerweise berechnen, indem Gl. (2.1) Null gesetzt und nach der Spannung U aufgelöst wird. Dies ist in der veränderten Kennlinien-Theorie analytisch etwas anspruchsvoller, da hierzu die Lambertsche W-Funktion benötigt wird. Die Lösungen haben alle die Form

$$U_L = a - b \cdot W_n(e \cdot e^d), \quad \text{mit } n \in \mathbb{Z}$$

wobei für reelle Lösungen $n = 0$ gewählt werden sollte, was bei der Berechnung mit MATHEMATICA berücksichtigt werden muss. Von dem ursprünglich logarithmischen Zusammenhang zwischen Leerlaufspannung und Kurzschlussstrom wird bei dieser Zelle also nicht viel zu sehen sein.

Tabelle 2.1: Extrapolierte Fit-Parameter der Kennlinien verschiedener Intensitäten

d / cm	I_S / mA	β	I_K / mA	R_S / Ω	U_L / V
20	$0,0049 \pm 0,0002$	$2,198 \pm 0,010$	$15,75 \pm 0,04$	428 ± 12	0,456
22	$0,0049 \pm 0,0002$	$2,198 \pm 0,010$	$12,86 \pm 0,04$	443 ± 13	0,441
25	$0,0047 \pm 0,0002$	$2,186 \pm 0,011$	$9,75 \pm 0,04$	437 ± 13	0,428
30	$0,0048 \pm 0,0002$	$2,196 \pm 0,011$	$6,58 \pm 0,04$	446 ± 14	0,409
35	$0,0045 \pm 0,0002$	$2,189 \pm 0,010$	$4,67 \pm 0,04$	444 ± 12	0,395
45	$0,0043 \pm 0,0002$	$2,183 \pm 0,011$	$2,68 \pm 0,04$	448 ± 13	0,367
60	$0,0042 \pm 0,0002$	$2,180 \pm 0,012$	$1,40 \pm 0,04$	456 ± 14	0,327
∞	$0,0056 \pm 0,0004$	$2,285 \pm 0,019$	$-0,18 \pm 0,03$	476 ± 11	–

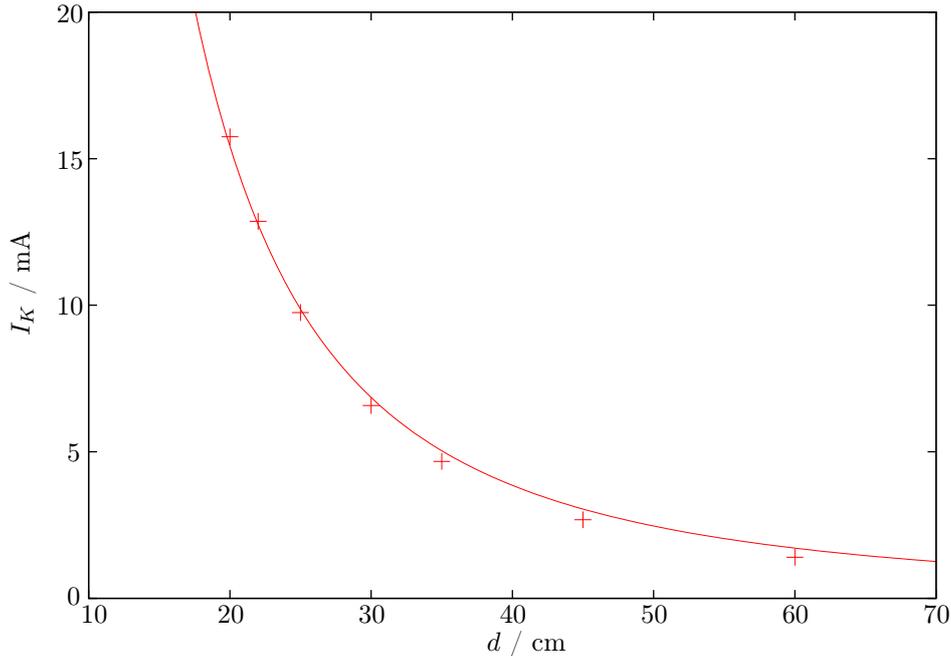


Abbildung 2.3: Kurzschlussströme in Abhängigkeit vom Abstand der Lichtquelle

Die Größe U_L ist zwar selbstverständlich auch fehlerbehaftet, ihre Fehler sind aufgrund der numerischen Berechnung und der Abhängigkeit von mehreren fehlerbehafteten Variablen allerdings nicht mehr analytisch und daher nur noch recht aufwändig zu bestimmen; sie werden daher im Rahmen des Praktikumsversuchs vernachlässigt. Die so berechneten Werte der Leerlaufspannung sind ebenfalls in Tab. 2.1 notiert.

Die Abhängigkeit des Kurzschlussstroms vom Abstand der Lichtquelle ist in Abb. 2.3 dargestellt. Erwartet wird, dass der Kurzschlussstrom proportional zur Erzeugungsrates von Elektron-Loch-Paaren im Halbleiter und damit direkt proportional zur Lichtintensität ist. Da sich diese auf eine Kugeloberfläche verteilt, wird eine d^{-2} -Abhängigkeit erwartet, die in der Abbildung auch gefittet wurde. Der Verlauf der Kurve scheint mit den Messpunkten qualitativ gut übereinzustimmen und berechnete Koeffizient, welcher $a = 6168 \pm 79$ beträgt, zeigt ebenfalls relativ kleine Fehler.

2.1.2 Füllfaktor

Der Füllfaktor berechnet sich anhand von Gl. (1.3) mit den Werten für U_{max} und I_{max} , für die die entnommene Leistung P maximal wird. Diese lassen sich einfach berechnen, indem die Gleichung $P = U_{max} \cdot I_{max}$ mit Gl. (2.1) und den Werten aus Tab. 2.1 zu einer Funktion $P(U)$ umgeschrieben und nach U minimiert wird – minimiert deshalb, weil entnommene Leistung einem negativen Wert entspricht. Dies wird numerisch mit MATHEMATICA durchgeführt und liefert als Ergebnis für die verschiedenen Bestrahlungen die Werte in Tabelle 2.2. Dort sind ebenfalls die daraus berechneten Füllfaktoren berechnet, wobei sich deren Fehler durch die Fortpflanzung aus

$$\sigma_{FF} = \left| \frac{\partial FF}{\partial I_K} \right| \sigma_{I_K} = \frac{U_{max} \cdot I_{max}}{U_L \cdot I_K^2} \sigma_{I_K}$$

berechnen und mit vermerkt sind. Auf eine Berechnung der Fehler von U_{max} und I_{max} wird auch hier im Hinblick auf den Aufwand verzichtet. In den Füllfaktor fließen somit insgesamt drei

Größen ein, deren Fehler unbekannt sind, sodass eine erheblich höhere Unsicherheit realistischer wäre.

Auffällig ist hier, dass der Füllfaktor, der eigentlich unabhängig von der Bestrahlung sein sollte, bei kleineren Strahlungsintensitäten sinkt. Eventuell ist dies ebenfalls auf die Modifizierung in der Kennlinie zurückzuführen. Durchschnittlich beträgt der Füllfaktor

$$FF = 0,62 \pm 0,03$$

wobei der Fehler in diesem Fall durch die Standardabweichung der verschiedenen berechneten Werten gegeben ist, da die Unsicherheiten der einzelnen Werte eine Größenordnung darunter liegen.

2.1.3 Wirkungsgrad

Der Wirkungsgrad der Solarzelle bei verschiedenen Abständen berechnet sich gemäß Gl. (1.5). Die Position der Solarzelle, welche für den Abstand d maßgeblich ist, konnte nicht besonders genau eingestellt werden, da die Position der Solarzelle in der Befestigung nicht mit der Markierung am Fuß des Ständers übereinstimmte und daher mit Augenmaß auf der Milimeterskala der Schiene bestimmt werden musste. Darüber hinaus musste die Lampe an einem zweiten Ständer positioniert werden, was ebenfalls eine systematische Unsicherheit mit sich zieht. Es wird also angenommen, dass an dem Abstand ein recht großer systematischer Fehler von $\Delta_d = 1$ cm haftet. Darüber hinaus ist der elektrische Wirkungsgrad der Halogenlampe ein stark geschätzter Wert, sodass hierauf ein systematischer Fehler von $\Delta_{\eta_L} = 0,05$ angenommen wird. Die elektrische Leistung der Halogenlampe ist ebenfalls fehlerbehaftet und wird auf $\Delta_{P_{L,el}} = 1$ W geschätzt. Der Einfluss dieser Fehler auf den Wirkungsgrad lautet somit

$$\begin{aligned} \Delta_{\eta_S} &= \left| \frac{\partial \eta_S}{\partial d} \right| \Delta_d + \left| \frac{\partial \eta_S}{\partial \eta_L} \right| \Delta_{\eta_L} + \left| \frac{\partial \eta_S}{\partial P_{L,el}} \right| \Delta_{P_{L,el}} \\ &= \frac{4\pi d^2 \cdot I \cdot U}{P_{L,el} \cdot \eta_L \cdot A_S} \cdot \left(\frac{2\Delta_d}{d} + \frac{\Delta_{\eta_L}}{\eta_L} + \frac{\Delta_{P_{L,el}}}{P_{L,el}} \right) \end{aligned}$$

Die Fehler auf die Fläche A_S der Solarzelle A in (1.6) wurde dabei vernachlässigt, da diese auf 2 Dezimalstellen genau angegeben ist und damit impliziert wird, dass die Unsicherheit im Bereich von wenigen Promillen liegt.

Die berechneten Messwerte sind zusammen mit den Füllfaktoren in Tab. 2.2 notiert und zeigen sehr niedrige Werte im Bereich von 5%, die bei niedrigerer Intensität bis auf unter 3% abfallen. Diese rühren von den recht niedrigen Werten für die Spannung am Arbeitspunkt her,

Tabelle 2.2: Spannung und Strom am Arbeitspunkt, Füllfaktoren und Wirkungsgrade bei unterschiedlichen Abständen der Lichtquelle

d / cm	U_{max} / V	I_{max} / mA	FF	η_S / %
20	0,347	-13,54	$0,6541 \pm 0,0017$	$5,56 \pm 0,95$
22	0,337	-11,01	$0,6542 \pm 0,0020$	$5,31 \pm 0,86$
25	0,324	-8,29	$0,6436 \pm 0,0026$	$4,97 \pm 0,75$
30	0,305	-5,55	$0,6289 \pm 0,0038$	$4,51 \pm 0,62$
35	0,290	-3,91	$0,6146 \pm 0,0053$	$4,11 \pm 0,53$
45	0,265	-2,21	$0,5954 \pm 0,0089$	$3,51 \pm 0,40$
60	0,235	-1,13	$0,580 \pm 0,017$	$2,83 \pm 0,29$

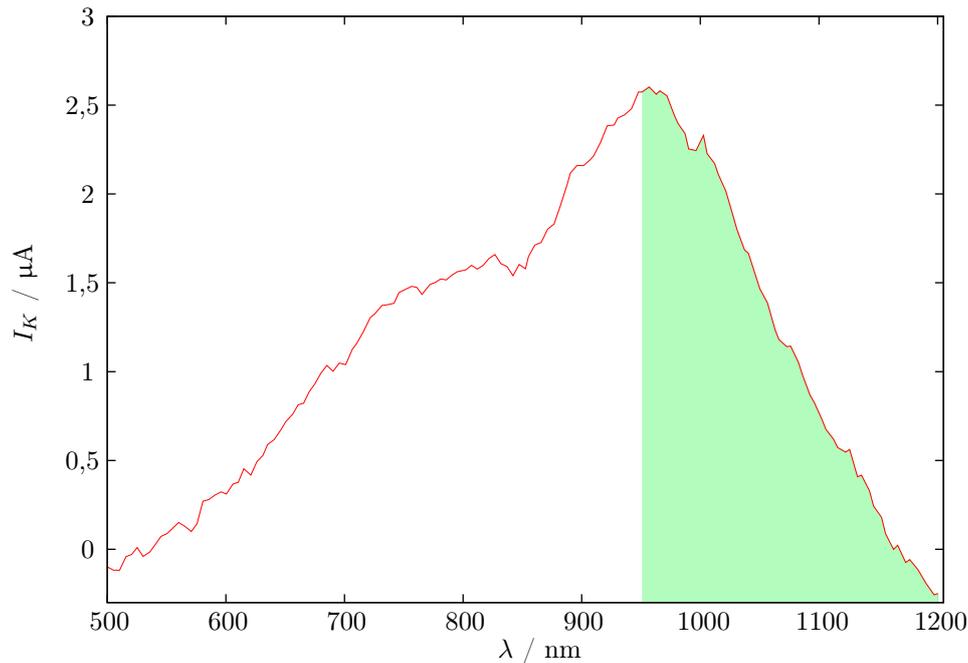


Abbildung 2.4: Kurzschlussstrom in Abhängigkeit von der Wellenlänge mit markierter Flanke

was wiederum gut zum altersschwachen Gesamtbild der Solarzelle passt. Handelsübliche – neue – Solarzellen sollten in der Regel eine doppelt so hohe Effizienz aufweisen. Zu bedenken ist hier allerdings auch noch der Effekt, dass mit Sonnenlicht natürlich eine etwas höhere Effizienz erreicht wird.

2.2 Spektraler Kurzschlussstrom

Wie in Kapitel 1.2.2 beschrieben, wurde das Licht der Halogenlampe mit Hilfe eines Filters auf eine einstellbare Wellenlänge gefiltert und dann auf die Solarzelle gestrahlt. Da auf diese Art der Großteil der Intensität der Schwarzkörperstrahlung weg gefiltert wird, trifft nur eine sehr geringe Intensität auf die Zelle, sodass es nötig war, die Solarzelle noch an einen Verstärker anzuschließen, um den kleinen Kurzschlussstrom messen zu können. Der gemessene Verlauf dieses Stroms ist in Abhängigkeit von der eingestrahlt Wellenlänge in Abb. 2.4 dargestellt.

Wie erwartet haben die großen Fehler bei diesem Messverfahren dazu geführt, dass der Verlauf keine scharfe Kante zeigt, bei der der Kurzschlussstrom abrupt abbricht. Es wird daher aus den Daten ein Mittelwert aus den Wellenlängen am Anfang und am Ende der abfallenden Flanke gebildet, um den Abbruch-Wert zu bestimmen. Dabei ist nur problematisch, dass aufgrund eines wieder einmal auftretenden Eichungsfehlers in der Stromskala nicht klar ist, wo die Flanke tatsächlich zu Ende ist. Um das herauszufinden, hätte man den Messbereich vergrößern müssen, weil nach dieser Flanke ein deutliches Plateau in der Kurve erscheinen müsste, das dann dem Null-Niveau entspricht. Da die gesamte Messung allerdings sehr langwierig war und LABVIEW niemals dazu zu bewegen gewesen wäre, an den vorigen Messbereich direkt anschließend einige Messungen durchzuführen, wurde die gesamte Messung nicht wiederholt. Aus der Markierung in Abb. 2.4 wird ersichtlich, wie wir uns entschieden haben, Anfang und Ende der Flanke festzule-

gen. Daraus ergibt sich durch Mittelung dann

$$\lambda_{\text{grenz}} \approx 1075 \text{ nm}$$

was einer Bandlücke von

$$E_g = \frac{hc}{\lambda_{\text{grenz}}} \approx 1,15 \text{ eV}$$

entspricht. Eine Fehlerbehandlung ist in diesem Zusammenhang aufgrund der vielen Fehlerquellen und der Prämisse, hier eine ungefähre Abschätzung der Bandlücke abzugeben, nicht sinnvoll.

2.3 Temperaturabhängige Kennlinien

Bei einer Lichtquellenentfernung von $d = 20 \text{ cm}$ wurden nun Kennlinien bei verschiedenen Temperaturen aufgenommen. Problematisch war bei dieser Messung, dass das LABVIEW-Programm nur die Temperatur zu Beginn der Messung aufgezeichnet und diesen Wert für die ca. 2 Minuten dauernde Messung als konstant angenommen hat. Es wurde also direkt nach Ende der Messung die Temperatur erneut gemessen, um durch arithmetische Mittelung die Temperaturänderung in der Zwischenzeit erfassen zu können. Der Fehler einer so gemittelten Temperaturangabe berechnet sich dann durch die halbe Differenz der Anfangs- und Endtemperatur. Um diesen möglichst klein zu halten, wurde der Heizstrom so eingestellt, dass die Temperatur möglichst konstant bleibt. Dies wurde vor jeder Messung eine Weile getestet, um den Heizstrom dahingehend optimieren zu können. Dadurch konnten mitunter sehr kleine Abweichungen in der Temperatur erreicht werden.

Die gemessenen Kennlinien und ihre Fits nach Gl. (2.1) sind in Abbildung 2.5 aufgetragen und zeigen deutlich, dass Leerlaufspannung, Kurzschlussstrom und Sperrstrom von der Temperatur abhängen. Die Gewinnung dieser Parameter erfolgt wie in Kapitel 2.1.1 aus den Fit-Parametern, die GNU PLOT berechnet hat. Sie sind in Tab. 2.3 notiert. Dem Hinweis der Vorbereitungshilfe zu folgen und den Sperrstrom direkt aus den gemessenen Daten bei $U = -1,5 \text{ V}$ abzulesen ist nicht sinnvoll, da auch hier das ohmsche Verhalten besonders im negativen Bereich stark auffällig ist und der eigentliche Sperrstrom ohne die defektbedingte Stromdurchlässigkeit direkt aus dem entsprechenden Fit-Parameter hervorgeht.

In diesem Aufgabenteil soll die Bandlücke des verwendeten Siliziums bestimmt werden. Dazu ist es sinnvoll, nicht die tatsächliche Leerlaufspannung zu bestimmen, sondern das ohmsche Verhalten herauszurechnen, indem Gl. (1.2) nach U aufgelöst wird und die berechneten Parameter eingesetzt werden:

$$U_L = \frac{\beta k_B T}{e} \cdot \ln \left(\frac{I_K}{I_S} + 1 \right) \quad (2.2)$$

Bei dieser Berechnung lässt sich auch der statistische Fehler fortpflanzen, er lautet

$$\begin{aligned} \sigma_{U_L}^2 &= \left(\frac{\partial U_L}{\partial T} \right)^2 \sigma_T^2 + \left(\frac{\partial U_L}{\partial \beta} \right)^2 \sigma_\beta^2 + \left(\frac{\partial U_L}{\partial I_K} \right)^2 \sigma_{I_K}^2 + \left(\frac{\partial U_L}{\partial I_S} \right)^2 \sigma_{I_S}^2 \\ &= \frac{k_B^2}{e^2} \cdot (\beta^2 \sigma_T^2 + T^2 \sigma_\beta^2) + \left(\frac{\beta k_B T}{e} \right)^2 \cdot \frac{\sigma_{I_K}^2}{(I_S + I_K)^2} + \left(\frac{\beta k_B T I_S}{e} \right)^2 \cdot \frac{\sigma_{I_S}^2}{I_S^2 (I_S + I_K)^2} \end{aligned}$$

Die Werte der so berechneten idealen Leerlaufspannung und ihre Fehler sind ebenfalls in Tab. 2.3 notiert. Es sei hier nochmal darauf hingewiesen, dass es sich hierbei *nicht* um die tatsächlich gemessenen Leerlaufspannungen der Solarzelle handelt, denn diese weichen von den idealen Werten aufgrund des additiven ohmschen Verhaltens ab.

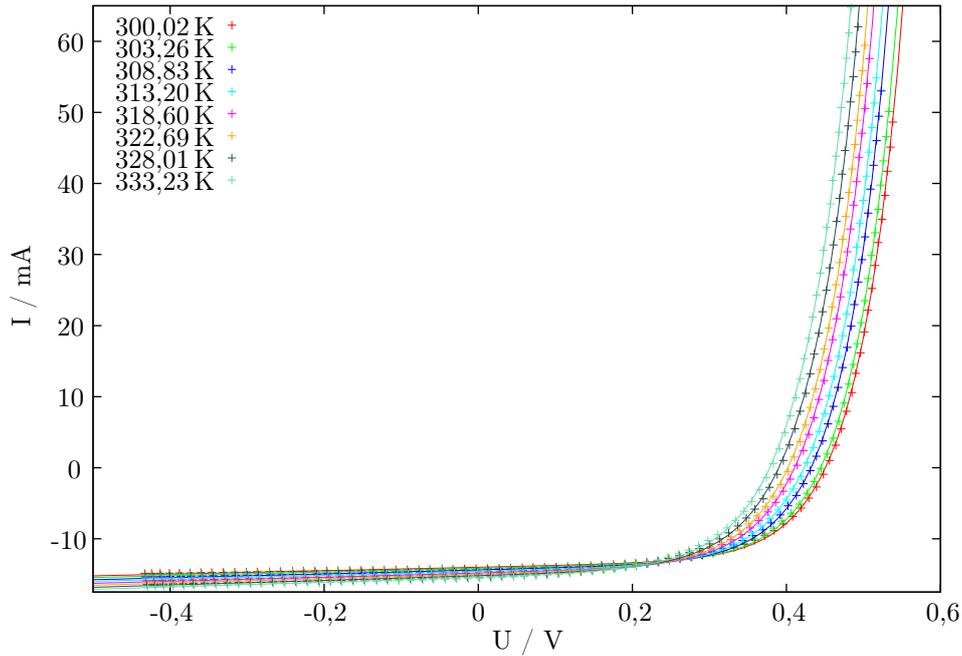


Abbildung 2.5: Temperaturabhängige Kennlinien bei gleicher Bestrahlungs-Intensität

Schön zu erkennen ist, dass die Leerlaufspannung mit der Temperatur sinkt, was daran liegt, dass mit höherer Temperatur die Fermikante im Halbleiter ausgewaschen wird und Elektron-Loch-Paare allein schon durch thermische Effekte geschaffen werden. Dadurch erhöht sich im gesamten Kristall die relative Anzahl der jeweiligen Minoritätsladungsträger signifikant, was die Diffusionsströme und im Gleichgewicht damit auch die Feldströme verringert. Mit dieser Feldspannung im pn-Übergang sinkt dann auch die Leerlaufspannung. Die ohmsche Leitfähigkeit wird durch die erhöhte Ladungsträgerkonzentration dagegen erhöht, was durch die kleiner werdenden Werte für den Widerstand R_S experimentell bestätigt wird.

Wenn die Solarzelle kurzgeschlossen ist, befinden sich Diffusions- und Feldströme nicht mehr im Gleichgewicht, sodass die erhöhten Ladungsträgerdichten auch bei einer idealen Solarzelle ohne ohmsches Verhalten für einen höheren Kurzschluss- und Sperrstrom sorgen. Daher steigen diese beiden Werte mit der Temperatur ebenfalls leicht an, was in den Daten als Tendenz auch deutlich sichtbar ist.

Tabelle 2.3: Parameter der Solarzellen-Kennlinie in Abhängigkeit von der Temperatur

T / K	U_L / mV	I_K / mA	I_S / mA	β	R_S / Ω
$300,02 \pm 0,28$	$455,1 \pm 2,7$	$14,01 \pm 0,03$	$0,0042 \pm 0,0002$	$2,17 \pm 0,01$	416 ± 23
$303,26 \pm 0,07$	$447,9 \pm 2,4$	$14,15 \pm 0,04$	$0,0047 \pm 0,0002$	$2,14 \pm 0,01$	386 ± 22
$308,83 \pm 0,47$	$436,6 \pm 2,6$	$14,38 \pm 0,03$	$0,0065 \pm 0,0003$	$2,13 \pm 0,01$	366 ± 18
$313,20 \pm 0,05$	$426,9 \pm 2,6$	$14,58 \pm 0,04$	$0,0090 \pm 0,0004$	$2,14 \pm 0,01$	361 ± 21
$318,60 \pm 0,16$	$415,0 \pm 2,3$	$14,82 \pm 0,04$	$0,0127 \pm 0,0005$	$2,14 \pm 0,01$	348 ± 20
$322,69 \pm 0,32$	$407,2 \pm 2,6$	$14,97 \pm 0,04$	$0,0160 \pm 0,0007$	$2,14 \pm 0,01$	323 ± 19
$328,01 \pm 0,08$	$395,5 \pm 2,5$	$15,19 \pm 0,04$	$0,0220 \pm 0,0009$	$2,14 \pm 0,01$	311 ± 18
$333,23 \pm 0,01$	$383,0 \pm 2,3$	$15,39 \pm 0,05$	$0,0294 \pm 0,0011$	$2,13 \pm 0,01$	296 ± 18

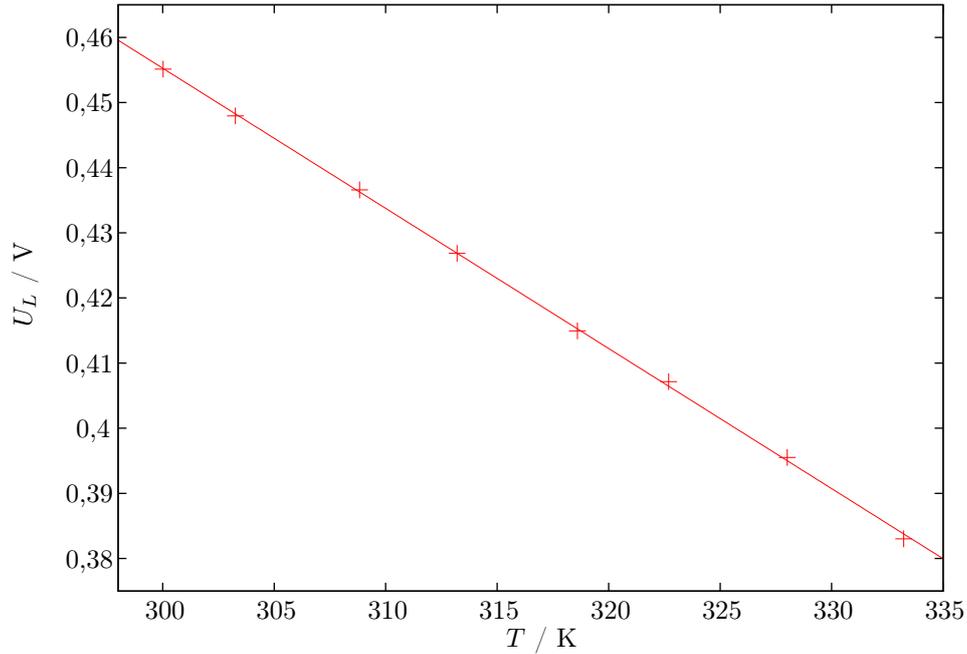


Abbildung 2.6: Zusammenhang zwischen Temperatur und Leerlaufspannung sowie linearer Fit

Dass der Zusammenhang zwischen Temperatur und (idealer) Leerlaufspannung ein linearer sein muss, ergibt sich aus insgesamt zwei Überlegungen. Zum Einen besteht zwischen Kurzschluss- und Sperrstrom und der Leerlaufspannung näherungsweise ein logarithmischer Zusammenhang. Dies wird ersichtlich, wenn man in Gl. (2.2) die Näherung $I_K \gg I_S$ macht. Dann gilt

$$\ln\left(\frac{I_K}{I_S} + 1\right) \approx \ln\left(\frac{I_K}{I_S}\right) = \ln(I_K) - \ln(I_S)$$

Kurzschluss- und Sperrstrom hängen nun von der Anzahl der durch thermische Effekte erzeugten Ladungsträger ab. Bei der thermischen Verwischung der Fermi-Kante kann die Abhängigkeit dieser Anzahl von der Temperatur durch die Boltzmann-Verteilung angenommen werden, sodass für den Sperrstrom gilt

$$I_S \propto \exp\left(-\frac{E_g}{k_B T}\right)$$

Der Kurzschlussstrom hängt zusätzlich noch von der Ladungsträgerdichte ab, die durch Photonenabsorption erzeugt wurde:

$$I_K \propto \rho_\gamma + \rho_{th,0} \cdot \exp\left(-\frac{E_g}{k_B T}\right)$$

Der Beitrag von ρ_γ ist hier allerdings stark dominierend. Das ist auch aus den Messergebnissen ersichtlich, wo der Sperrstrom mit der Temperatur sehr viel schneller ansteigt als der Kurzschlussstrom. Dieser Logarithmus wird bei Änderung der Temperatur also als konstant angenommen. Alle diese Überlegungen zusammenfassend geht nun Gl. (2.2) über in

$$\begin{aligned} U_L(T) &\approx \frac{k_B T}{e} \cdot (\ln(I_K) - \ln(I_S)) \\ &= c \cdot T + \frac{E_g}{e} \end{aligned}$$

Wenn die Leerlaufspannungen über der Temperatur also linear gefittet werden, dann entspricht der Ordinatenabschnitt der Geraden genau der Bandlücke, wobei die praktischerweise sogar gleich auf eV skaliert ist. Allzu genau sollte man es mit den Einheiten in dieser Formel darüber hinaus aber nicht nehmen.

Ein entsprechender Fit wurde mit GNUPLOT durchgeführt und in Abb. 2.6 dargestellt. Der lineare Zusammenhang kann offenbar gut bestätigt werden. Das Ergebnis für die Bandlücke beträgt

$$E_g = (1,100 \pm 0,005) \text{ eV}$$

Der Literaturwert¹ beträgt 1,11 eV und deckt sich damit bemerkenswert gut mit dem hier berechneten Wert. Aber auch der in Kapitel 2.2 erhaltene Wert ist gemessen an der Fülle der Fehlerquellen erstaunlich nah an an der Literatur.

¹Siehe C. KITTEL: *Einführung in die Festkörperphysik*, 14. Auflage, Oldenbourg Verlag München Wien, Tab. 8.1, S. 210