

P3 WS 2011/2012

Winkelkorrelation

Marco A. Harrendorf und Thomas Keck
marco.harrendorf@googlemail.com, t.keck@online.de

Gruppe: 106

Karlsruhe Institut für Technologie, Bachelor Physik

Versuchstag: 24.10.2011

Inhaltsverzeichnis

1. Theoretische Grundlagen	4
1.1. Der Alpha-Zerfall	4
1.2. Der Beta-Zerfall	4
1.3. Der Gamma-Zerfall	5
1.4. Aufbau und Wirkweise der Szintillations-Detektoren	5
1.5. Koinzidenzschaltung	6
1.6. Zerfallsschema von Cobalt-60	7
1.7. Bemerkung zur Bezeichnung der Anzahl der Zählereignisse und der Zählrate	7
1.8. Wahl der Quellaktivität	7
1.9. Bestimmung der Auflösungszeit	8
1.10. Winkelkorrelation von Gammastrahlung	8
1.11. Bestimmung der Winkelkorrelation von Gammastrahlung	9
2. Versuch	11
2.1. Ziel des Versuchs	11
2.2. Aufbau des Versuchs	11
2.3. Durchführung des Versuchs	11
2.4. Probleme bei der Nulleffektmessung	11
2.5. Messung: a_2	13
2.5.1. Versuchsaufbau und Durchführung	13
2.5.2. Systematischer Fehler	13
2.5.3. Statistischer Fehler	14
2.5.4. Messresultat	14
2.6. Messung: a_4	15
2.6.1. Versuchsaufbau und Durchführung	15
2.6.2. Systematischer Fehler	15
2.6.3. Statistischer Fehler	15
2.6.4. Messresultat	16
2.7. Messung: An	17
2.7.1. Versuchsaufbau und Durchführung	17
2.7.2. Systematischer Fehler	17
2.7.3. Statistischer Fehler	17
2.7.4. Messresultat	18
2.8. Messung: τ	19
2.8.1. Versuchsaufbau und Durchführung	19
2.8.2. Fehler der Parameter	19
2.8.3. Systematischer Fehler	19
2.8.4. Statistischer Fehler	19
2.8.5. Messresultat	20
A. Messresultat a_2	21

B. Messresultat a_4	21
C. Messresultat An	21
D. Messresultat τ	22
Literatur	22

1. Theoretische Grundlagen

1.1. Der Alpha-Zerfall

Beim Alpha-Zerfall zerfällt ein radioaktives Nuklid unter Aussendung eines zweifach ionisierten Helium-Kerns, dem sogenannten Alpha-Teilchen.

Ursache hierfür ist, dass bei Kernen mit großer Nukleonenzahl die jeweilige Bindung der einzelnen Nukleonen an den Kern selbst und untereinander nur noch metastabil ist. Zwar bewirkt die starke Wechselwirkung eine anziehende Kraft zwischen benachbarten Nukleonen, allerdings ist deren Reichweite nur beschränkt, während die langreichweitige Coulombkraft eine abstoßende Kraft bewirkt. Im Bereich des Kerns überwiegt die starke Wechselwirkung, sodass das Potential eine Art Barriere im Bereich des Kernradius – den sogenannten Coulombwall – darstellt. Klassisch betrachtet, können einzelne oder mehrere Nukleonen diese Potentialbarriere nicht überwinden. Allerdings kann diese Potentialbarriere mittels des quantenmechanischen Tunneleffekts mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit überwunden werden, woraus die jedem Nuklid eigene Halbwertszeit $T_{1/2}$ für den Alphazerfall abgeleitet werden kann.

Beim Alpha-Zerfall erhält das Alpha-Teilchen eine kinetische Energie E_{Kin} , die gerade der freiwerdenden Bindungsenergie des Alpha-Teilchens an den verbliebenen Restkern minus der Rückstoßenergie (in Folge der Impulserhaltung) entspricht. Aus diesem Grund besitzt jedes radioaktive Nuklid ein diskretes Alpha-Spektrum, wobei die Energie der Alpha-Teilchen E_α für gebräuchliche Strahlungsquellen im Bereich von 4 bis 6 MeV liegt. Dies ist damit zu begründen, dass für Energie $E_\alpha > 6 \text{ MeV}$ die Tunnelwahrscheinlichkeit deutlich zunimmt und somit die Halbwertszeit $T_{1/2}$ der Strahlenquelle so gering ist, dass eine technische Nutzung erschwert wird.

Weiterhin befindet sich der Restkern nach dem Alpha-Zerfall auf Grund der Impulserhaltung in einem angeregten Zustand. Die Abregung des Restkerns erfolgt dann meist unter Aussendung von Gammastrahlung. Zudem besitzt der Restkern zunächst zwei überschüssige Elektronen in seiner Elektronenhülle, die der Kern durch Wechselwirkung mit der umgebenden Materie freisetzt bzw. an andere Atome abgibt, sodass er sich letztendlich wieder in einem stabilen Zustand befindet und das Atom wieder neutral ist.

1.2. Der Beta-Zerfall

Beim Beta-Zerfall ist unter anderem zwischen den folgenden zwei Zerfällen zu unterscheiden:

Der Beta-Minus-Zerfall Beim Beta-Minus-Zerfall zerfällt ein Neutron in ein Proton sowie ein Elektron und die Kernladungszahl des ursprünglichen Nuklids erhöht sich um eins, sodass chemisch ein anderes Element vorliegt. Da die Leptonenzahl erhalten bleiben muss, wird zusätzlich ein Elektron-Antineutrino emittiert.

Das Elektron und Antineutrino unterliegen beide nicht der starken Wechselwirkung und verlassen daher mit der freiwerdenden Zerfallsenergie den Kern. Die kinetische Energie, die das Elektron bzw. das Antineutrino erhält, ist jedoch nicht diskret, da sie von der Energieaufteilung zwischen den beiden Teilchen abhängt.

Der Beta-Plus-Zerfall Beim Beta-Plus-Zerfall wandelt sich ein Proton in ein Neutron um, wobei ein Positron und ein Elektron-Neutrino emittiert werden. Bei dieser Zerfallsart reduziert sich die Kernladungszahl um Eins, sodass anschließend wieder ein anderes chemisches Element vorliegt.

Das Positron kann dann anschließend mit einem Elektron aus der umgebenden Materie Anihilationstrahlung erzeugen. Hierbei entstehen in der Regel dann zwei Gammaquanten mit einer Energie von 511 keV, die sich, im Ruhesystem des Schwerpunkts der erzeugenden Teilchen, in entgegengesetzter Richtung vom Ort der Erzeugung entfernen.

1.3. Der Gamma-Zerfall

Bei Gammastrahlen handelt es sich um elektromagnetische Wellen bzw. Photonen, die unter anderem beim Zerfall von radioaktiven Nukliden durch den Übergang eines angeregten Atoms in den Grundzustand entstehen. Ein weiterer Prozess, bei dem Gammastrahlung – oder auch in diesem speziellen Fall als Anihilationstrahlung bezeichnet – entsteht, ist die Anihilation eines Elementarteilches mit seinem Antiteilchen, z.B. eines Elektrons mit einem Positron.

Auf Grund seiner Eigenschaften zählt Gammastrahlung zur Klasse der indirekt-ionisierenden und schwach-ionisierenden, allerdings langreichweitigen Strahlungsarten.

1.4. Aufbau und Wirkweise der Szintillations-Detektoren

In diesem Praktikum werden zwei NaI(Tl)-Szintillationsdetektoren verwendet.

Diese bestehen aus folgenden Bauteilen:

- NaI(Tl)-Szintillationskristall,
- Photomultiplerröhre

Der mit Thallium dotierte Natriumiodid-Einkristall dient als Konversionsmedium, in welchem die einfallende Gammastrahlung durch Wechselwirkungsprozesse Sekundär- oder Tertiärelektronen erzeugt. Die so erzeugten Elektronen wechselwirken dann durch Ionisierungs- oder Anregungsprozesse mit den Kristallatomen, wodurch Fluoreszenzphotonen emittiert werden.

Diese Fluoreszenzphotonen können dann durch den Photomultiplier in ein stark verstärktes elektrisches Signal umgewandelt werden.

Ein Photomultiplier besteht aus einer Photokathode, in der die Fluoreszenzphotonen durch den Photoeffekt Elektronen freisetzen. Der Photokathode nachgeschaltet sind dann eine Reihe von Elektroden, die sogenannten Dynoden, deren elektrisches Potential zunimmt. Die in der Photokathode freigesetzten Elektronen werden zunächst zur ersten Dynode hinbeschleunigt und setzen dort auf Grund ihrer kinetischen Energie weitere Elektronen frei. Da die nächste Dynode positiver geladener ist als die vorangegangene Dynode werden die Elektronen wiederum beschleunigt und setzen dort erneut weitere Elektronen frei. Es handelt sich also um eine Verstärkungskaskade, an deren Ende um ein Vielfaches mehr an Elektronen den Photomultiplier verlassen als durch die Fluoreszenzstrahlung zunächst erzeugt wurden.

1.5. Koinzidenzschaltung

Im Rahmen des Versuches wird eine Koinzidenzschaltung verwendet, um die Koinzidenzrate zwischen den beiden verwendeten NaI(Tl)-Szintillationsdetektoren zu bestimmen. Bei einer Koinzidenzschaltung (siehe Abbildung 1) werden an die Detektoren unter Verzicht auf eine Vorverstärker- und Hauptverstärkerstufe direkt schnell-verarbeitende Diskriminatorstufen angeschlossen, da diese Art von Messung sehr zeitkritisch ist.

Durch die Einstellung der Diskriminatorschwellen auf geeignete Werte, z.B. in diesem Versuch auf 60% bis 70% der Höhe des Photopeaks von Cobalt-60, kann weitestgehend sichergestellt werden, dass nur die im Zerfallsschema von Cobalt-60 (siehe Abbildung 2) hintereinander auftretenden primären Gammaquanten als Koinzidenzereignisse gemessen werden. Sekundäre Gammaquanten, die z.B. durch Compton-Streuung entstehen und zum Detektor gelangen können, können also nur zu den Koinzidenzereignissen beitragen, wenn ihre Energie nach der vorher erfolgten Wechselwirkung noch ausreichend groß ist. Die oben angegebenen Schwelle ist hierbei ein guter Mittelweg: Wenn die Diskriminatorschwelle zu hoch liegt, werden nur noch sehr wenige Koinzidenzereignisse gemessen, und wenn die Diskriminatorschwelle zu niedrig gewählt wird, steigt die Anzahl an zufälligen Koinzidenzen stark an, da dann auch durch Mitwirkung von Sekundär- und Tertiär-Gammaquanten Koinzidenzereignisse zustande kommen können.

An die Diskriminatorstufe ist jeweils eine Verzögerungsstufe angeschlossen, diese dient jeweils dazu Laufzeitunterschiede bei der Signalverarbeitung in den beiden Detektoreinheiten auszugleichen. Durch Fertigungstoleranzen bei den einzelnen Bauteilen treten nämlich Laufzeitunterschiede auf, sodass ohne Verzögerungsstufen physikalisch gleichzeitig in beiden Detektoren auftretende Zählereignisse nicht zeitgleiche Zählsignale an der Koinzidenzstufe ergeben würden. Nachgeschaltet an die Verzögerungsstufen ist jeweils ein Zähler, der die Zählereignisse des einzelnen Detektors aufsummiert, sowie die gemeinsame Koinzidenzstufe. Registriert einer der beiden Detektoren ein Zählsignal, so wird in der Koinzidenzstufe ein Timer mit einem definierten Zeitfenster gestartet. Registriert innerhalb des Zeitfenster der zweite Detektor ebenfalls ein Zählsignal, so inkrementiert die Koinzidenzstufe den Koinzidenzzähler um Eins.

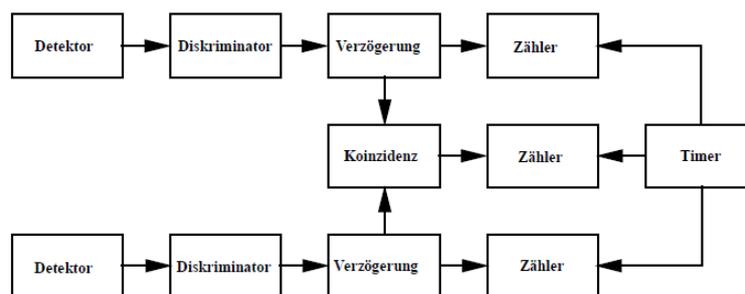


Abbildung 1: Blockschaltbild für die Koinzidenzschaltung: Entnommen aus [BlauesBuch]

1.6. Zerfallsschema von Cobalt-60

Im Rahmen des Versuchs wird eine Cobalt-60 Strahlenquelle verwendet. Durch den radioaktiven Zerfall zerfällt das in der Strahlenquelle enthaltene Cobalt-60 zu dem stabilen Nickel-60 (siehe Zerfallsschema Abbildung 2). Hierbei findet mit einer Übergangswahrscheinlichkeit von 99,86% ein Beta-Minus-Zerfall statt, bei dem Cobalt-60 zunächst in einen angeregten Zwischenzustand von Nickel-60 übergeht und bei der anschließenden Abregung kurz hintereinander zwei charakteristische Gammaquanten (Energie: 1173 keV bzw. 1332 keV) ausgesandt werden. Diese beiden Gammaquanten, da sie Teil einer Zerfallskaskade sind, stellen die Grundlage für die Winkelkorrelationsmessungen dar.

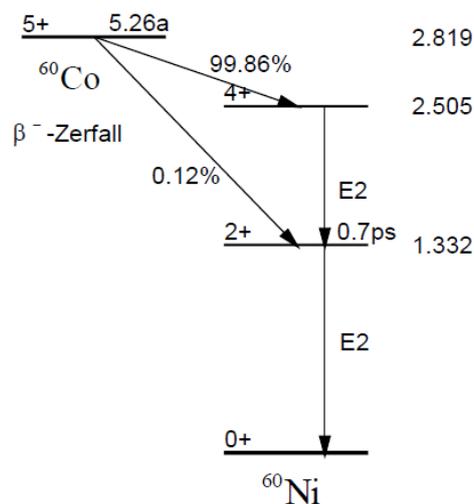


Abbildung 2: Zerfallsschema für Cobalt-60: Entnommen aus [BlauesBuch]

1.7. Bemerkung zur Bezeichnung der Anzahl der Zählereignisse und der Zählrate

Abweichend von der Literaturquelle [BlauesBuch] wird die Anzahl der Zählereignisse immer durch den Buchstaben N gekennzeichnet, diese entspricht der durch den Detektor gemessenen Ereignisse über den Messzeitraum t_M .

Im Gegensatz dazu wird nachfolgend die Zählrate, d.h. die Anzahl der Zählereignisse pro Sekunde, mit dem Buchstaben R bezeichnet.

1.8. Wahl der Quellaktivität

Die im Versuch zu verwendende Cobalt-60 Strahlenquelle sollte eine geeignete Quellaktivität A besitzen, wobei hierbei ein Kompromiss eingegangen werden muss:

Denn zum einen hängt die Anzahl der echten Koinzidenzen N_K linear von der Aktivität A

und der Messzeit t_M ab, weswegen bei Wahl einer größeren Quellaktivität A die Messzeit t_M verringert werden kann.

$$N_K = \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot A \cdot t_M \cdot f(\theta)$$

Die Ansprechwahrscheinlichkeiten ϵ_i des jeweiligen Detektors i , die auch den Geometriefaktor umfassen, sowie die Funktion $f(\theta)$, die die Winkelabhängigkeit der Koinzidenzen beschreibt, gehen ebenfalls in die obige Gleichung ein.

Zum anderen sollte die Quellaktivität A aber auch nicht beliebig hoch gewählt werden, da die Anzahl an zufälligen Koinzidenzen N_Z quadratisch mit der Aktivität A zunimmt, wobei in die Gleichung auch noch die Auflösungszeit τ_A des Detektorsystems eingeht:

$$\begin{aligned} N_Z &= \frac{\tau_A}{t_M} \cdot N_1 \cdot N_2 \\ &= \tau_A \cdot t_M \cdot \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot A^2 \end{aligned}$$

1.9. Bestimmung der Auflösungszeit

Die Auflösungszeit τ_A des Detektorsystems lässt sich über folgenden Zusammenhang aus der Anzahl an zufälligen Koinzidenzen N_Z sowie den Zählraten der beiden Detektoren N_1 und N_2 bestimmen:

$$\begin{aligned} N_Z &= \frac{\tau_A}{t_M} \cdot N_1 \cdot N_2 \\ \tau_A &= \frac{N_Z}{N_1 \cdot N_2} \cdot t_M \end{aligned}$$

1.10. Winkelkorrelation von Gammastrahlung

Unter den nachfolgend zwei genannten Bedingungen erfolgt eine isotrope Aussendung von elektromagnetischer Strahlung bei einem Übergang von einem Zustand mit Spin J_1 in einen Zustand mit Spin J_2 :

- Gleichbesetzung aller $(2 \cdot J_1 + 1)$ Unterzustände mit verschiedenen magnetischen Quantenzahlen m
- Beobachtung aller zwischen den Zuständen (J_1, m_1) und (J_2, m_2) möglichen Übergänge

Beispielsweise kennt man bei einem Übergang zwischen dem Zustand $J_1 = 1$ und dem Grundzustand $J_2 = 0$ bereits aus der Optik die Wahrscheinlichkeiten W_i für die drei auftretenden Übergänge:

$$\begin{aligned} W_+ d\Omega &= \frac{3}{16} \pi (1 + \cos^2 \theta) d\Omega \\ W_0 d\Omega &= \frac{3}{8} \pi \sin^2 \theta d\Omega \\ W_- d\Omega &= \frac{3}{16} \pi (1 + \cos^2 \theta) d\Omega \end{aligned}$$

Die Übergänge beziehen sich dabei auf eine beliebig gewählte Quantisierungsachse, da keine Achse (etwa durch ein Magnetfeld wie beim Zeemann Effekt) ausgezeichnet ist. Aus dem gleichen Grund sind auch alle Unterzustände gleich besetzt. Drei Übergänge werden hier deshalb beobachtet, da der obere Zustand J_1 dreifach entartet ist und die magnetischen Quantenzahlen $m_1 = -1, 0, 1$ besitzt sowie der untere Zustand J_2 nur die magnetische Quantenzahl $m_2 = 0$ besitzt. Es gilt dann die aus der Spektroskopie bekannte Auswahlregel $\Delta m = -1, 0, 1$. Zu beachten ist hierbei allerdings, dass die einzelnen Übergangswahrscheinlichkeiten W_i selbst nicht isotrop sind, sondern lediglich die Summe der Übergangswahrscheinlichkeiten W_G isotrop ist, sofern alle Zustände gleich besetzt sind.

$$\begin{aligned} W_G &= \sum_i W_i d\Omega \\ &= \frac{3}{4}\pi d\Omega \end{aligned}$$

Wegen der unzureichenden Energieauflösung der im Versuch eingesetzten NaI(Tl)-Detektoren lassen sich die Übergänge der einzelnen Unterzustände allerdings nicht direkt auflösen (indem z.B. ein Magnetfeld angelegt wird), weswegen immer die Gesamtwahrscheinlichkeit W_G gemessen wird.

Dennoch kann eine Anisotropie gemessen werden, wenn die Gleichbesetzung der einzelnen Unterzustände aufgehoben wird. Diese Ungleichbesetzung der einzelnen Zustände kann durch zwei Methoden erreicht werden:

Zum einen durch die Polarisation der Kerne in starken Magnetfeldern und/oder bei sehr tiefen Temperaturen und zum anderen durch die Beobachtung von Zerfallskaskaden, in denen zwei kurz aufeinander folgende Übergänge stattfinden. Dabei sind die Unterzustände des kurzlebigen Zustands zwischen den Übergängen nicht gleich besetzt. Es kommt zu einer Anisotropie bezüglich der Achse die durch die Abstrahlrichtung des ersten Gamma-Quants ausgezeichnet ist.

1.11. Bestimmung der Winkelkorrelation von Gammastrahlung

Aus dem differentiellen Wirkungsquerschnitt für die gleichzeitige Emission von zwei Gamma-Quanten in einer Kaskade in Abhängigkeit des Winkels zwischen den Abstrahlungsrichtungen, lässt sich durch die Normierung auf den differentiellen Wirkungsquerschnitt bei $\Theta = 90^\circ$ die zu bestimmende Korrelationsfunktion $K(\theta)$ und die Anisotropie An ableiten:

$$K(\Theta) = 1 + a_2 \cos^2 \Theta + a_4 \cos^4 \Theta \quad (1)$$

$$An = K(180^\circ) - 1 \quad (2)$$

Hierbei wurde angenommen, dass es sich um reine Strahlung und keine Multipolmischungen handelt. Dies ist für den beobachteten Übergang bei Cobalt-60 erfüllt, da es sich um reine elektrische Quadrupolstrahlung handelt.

Die Anzahl der gemessenen Koinzidenzen N_0 minus die zufälligen N_Z ergeben die Anzahl der echten Koinzidenzen N_K . Beide Werte werden vorher, um Schwankungen der Zählrate bei verschiedenen Winkeln zu berücksichtigen, auf die Ereignisse in den einzelnen Detektoren N_1 und N_2 normiert. Die gezählten echten Koinzidenzen bei $\Theta = 180^\circ$ und $\Theta = 135^\circ$ werden nun noch durch die echten Koinzidenzen bei $\Theta = 90^\circ$ geteilt, die beiden so erhaltenen Werten entsprechen nun der Korrelationsfunktion für diese beiden Winkel. Die beiden zu bestimmenden Unbekannten können nun ermittelt werden und mit ihnen auch die Anisotropie An :

$$D = \frac{N_{K(180^\circ)}}{N_{K(90^\circ)}}$$

$$E = \frac{N_{K(135^\circ)}}{N_{K(90^\circ)}}$$

$$a_4 = 2 \cdot (1 + D - 2 \cdot E)$$

$$a_2 = -(3 + D - 4 \cdot E)$$

$$An = D - 1$$

Für Cobalt-60 kennt man aus der Theorie die erwarteten Werte:

$$a_{4Theo} = \frac{1}{24}$$

$$a_{2Theo} = \frac{1}{8}$$

$$An_{Theo} = \frac{1}{6}$$

Zusammengefasst werden im Versuch also die Werte D und E der Korrelationsfunktion bei 180° bzw. 135° bestimmt. Damit erhält man 3 unabhängige Gleichungen aus denen die zu messenden Korrelationskoeffizienten sowie die Anisotropie bestimmt werden können.

2. Versuch

2.1. Ziel des Versuchs

In diesem Versuch wurde die Korrelation der zwei von Cobalt-60 nacheinander ausgesandten Gammaquanten untersucht. Hierbei wurde die Anisotropie A_n und die Korrelationsfunktion $K(\theta)$ für die drei Winkel ($\theta = 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$) bestimmt.

Weiterhin wurde die Auflösungszeit der Koinzidenz τ_a bestimmt.

2.2. Aufbau des Versuchs

Der erste NaI(Tl)-Szintillationsdetektor wurde unter einem Winkel $\theta = 0^\circ$ fest angebracht. Der zweite NaI(Tl)-Szintillationsdetektor wurde anschließend unter den Winkel $\theta = 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$ positioniert.

Die Position der Cobalt-60 Quelle war so gewählt, dass sich die Quelle in der Spitze des durch die beiden Detektoren aufgespannten gleichschenkligen Dreiecks (Winkel $\theta = 90^\circ, 135^\circ$) bzw. genau mittig zwischen den beiden Quellen (Winkel $\theta = 180^\circ$) befand.

2.3. Durchführung des Versuchs

Die Messzeit betrug bei allen nachfolgend beschriebenen Versuchsteilen jeweils $t_M = 400\text{ s}$. Es wurden insgesamt 6 Messreihen in 3 Durchgängen für alle 3 Positionen durchgeführt. Jeweils 2 Messungen fanden dabei direkt hintereinander statt. In der Auswertung sind direkt die Größen D und E als Messgrößen angegeben. Beide Größen wurden dabei wie im vorherigen Abschnitt angegeben um den Nulleffekt und die zufälligen Koinzidenzen korrigiert. Auch hier wurde bereits eine Gaußsche Fehlerfortpflanzung durchgeführt.

Während dem ersten Durchgang wurden die zufälligen Koinzidenzen für jeden Winkel bestimmt, indem an den Verzögerungsstufen die größtmögliche Verzögerungszeit $t_V = 2 \cdot 66\text{ ns}$ eingestellt wurde. Die in Abhängigkeit vom Winkel θ auftretende Compton-Streuung kann zu unterschiedlich starken zufälligen Koinzidenzen führen, daher wurde die Messung für jeden Winkel durchgeführt. Durch die Wahl der großen Verzögerungszeit t_V wurde dabei sichergestellt, dass keine tatsächlichen Koinzidenzen zu einem Zählereignis im Koinzidenzzähler führten.

Am Ende der Messung wurde ohne Verwendung der Strahlenquelle zweimal der Nulleffekt bei einem Winkel von $\Theta = 180^\circ$ gemessen.

2.4. Probleme bei der Nulleffektmessung

Entgegen der Erwartungen ergaben sich auch bei der Nulleffektmessung jeweils 2 Koinzidenzen. Dies führte dazu, dass wir für die Messungen der zufälligen Koinzidenzen nach Abzug des Nulleffekts eine negative Anzahl von Koinzidenzen gemessen haben. Um das Ergebnis nicht zu verzerren wurden diese Messwerte trotzdem ausgewertet.

Im Anhang findet man alle Messresultate nochmals ohne Nulleffektkorrektur. Die wissenschaftlich korrekten Messresultate sind, um es nochmals deutlich zu sagen, die Ergebnisse mit der

Nulleffektkorrektur, da diese zwar nicht den Erwartungen entsprechen (und natürlich auch nicht dem gesunden Menschenverstand), unsere Messung diese jedoch ergeben hat.

Bereits an dieser Stelle kann man somit bemerken, dass die Messapparatur sehr wahrscheinlich fehlerhaft ist, da das mehrmalige Messen von Koinzidenzen ohne Quelle extrem unwahrscheinlich sein sollte, nachdem wir bereits vorher bei der Bestimmung der zufälligen Koinzidenzen mit Quelle (und somit bei nahezu 300facher Zählrate) weniger Koinzidenzen gemessen hatten.

2.5. Messung: a_2

2.5.1. Versuchsaufbau und Durchführung

Der Versuch wurde wie in der Vorbereitung erarbeitet und in [BlauesBuch] beschrieben aufgebaut und durchgeführt. Zur Berechnung von a_2 wurde folgende Formel verwendet:

$$a_2 = -(3 + D - 4 \cdot E) \quad (3)$$

Die gemessenen Messwerte sind in Tabelle 1 aufgeführt. Dabei wurden folgende Messgrößen erfasst:

- D : Korrelationsfunktion bei 90°
- E : Korrelationsfunktion bei 135°

Wie in der Vorbereitung beschrieben, wurden D und E aus den jeweiligen gezählten echten Koinzidenzen ermittelt. Als Fehler für die jeweils gezählten Ereignisse wurde hierbei immer eine Poisson-Verteilung zugrunde gelegt, sodass der Fehler von N gezählten Ereignissen mit dem Fehler \sqrt{N} abgeschätzt wurde. Diese Fehler wurden mit der Gausschen Fehlerfortpflanzung auf die Größen D und E übertragen. Dabei wurde jede Größe auch um den Nulleffekt des jeweiligen Detektors bzw. den Nulleffekt der Koinzidenzen korrigiert.

Zum Auswerten der Messdaten wurde das Programm ScienceValue (Eigenentwicklung) verwendet. Alle Berechnungen wurden damit ausgeführt.

2.5.2. Systematischer Fehler

Mithilfe der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung wurde der systematische Fehler Δa_{2i} jeder einzelnen Messung a_{2i} berechnet.

$$f_i = -(3 + D - 4 \cdot E) \quad (4)$$

$$\Delta a_{2i} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial a_{2i}}{\partial p_i} \cdot \Delta p_i \right)^2} \quad (5)$$

Die systematischen Fehler der Messwerte selbst gingen in die Berechnung als weitere Parameter p_i ebenfalls ein, sodass insgesamt für n Parameter und N Messungen die Fehlerfortpflanzung nach Gauß (Formel 5) durchgeführt wurde.

Die direkt nacheinander durchgeführten Messungen (1,2), (3,4), (5,6) und die vollständig unabhängigen Messungen erscheinen ähnlich stark gestreut.

Um den systematischen Fehler $\Delta \bar{a}_{2,sys}$ des Mittelwerts (Formel 6) zu bestimmen, wurde die Größtfehlerabschätzung auf die Mittelwertbildung von \bar{f} angewendet (Formel 7). Die Größtfehlerabschätzung wurde gewählt, da die systematischen Fehler der Einzelmessung durchaus korreliert sein könnten. Beispielsweise wurde immer dasselbe Messinstrumente verwendet und alle Messungen fanden auch unter gleichen Umweltbedingungen statt.

a_2	$x \pm \Delta x_{sys}$	$D \pm \Delta D_{sys}$	$E \pm \Delta E_{sys}$
	-0.554 ± 0.585	0.887 ± 0.150	0.833 ± 0.141
	0.034 ± 0.670	0.869 ± 0.151	0.976 ± 0.163
	0.083 ± 0.635	0.907 ± 0.147	0.997 ± 0.155
	-0.198 ± 0.696	1.170 ± 0.192	0.993 ± 0.167
	-0.908 ± 0.526	0.929 ± 0.149	0.755 ± 0.126
	1.037 ± 0.817	1.030 ± 0.174	1.267 ± 0.200

Tabelle 1: Einzelmesswerte

$$\bar{a}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n a_{2i}}{n} \quad (6)$$

$$\Delta \bar{a}_{2sys} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \Delta a_{2i} \quad (7)$$

Angewendet auf unsere Datenbasis ergibt dies:

$$\bar{a}_2 \pm \Delta \bar{a}_{2sys} = (-0.084 \pm 0.655) \quad (8)$$

2.5.3. Statistischer Fehler

Für den statistischen Fehler wurde die Standardabweichung des Mittelwerts \bar{a}_{2stat} nach Formel 10 berechnet.

$$\sigma_{a_2} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (a_{2i} - \bar{a}_2)^2} \quad (9)$$

$$\Delta \bar{a}_{2stat} = \frac{\sigma_{a_2}}{\sqrt{N}} \quad (10)$$

Die Standardabweichung σ_{a_2} ist ein Maß für die Streuung der Messergebnisse um den Mittelwert \bar{a}_2 herum. Im Ergebnis angegeben ist die Standardabweichung des Mittelwerts $\Delta \bar{a}_{2stat}$.

$$\bar{a}_2 \pm \Delta \bar{a}_{2stat} = (-0.084 \pm 0.271) \quad (11)$$

2.5.4. Messresultat

$$\bar{a}_2 \pm \Delta \bar{a}_{2sys} \pm \Delta \bar{a}_{2stat} = (-0.084 \pm 0.655 \pm 0.271) \quad (12)$$

Dieses Messergebnis stimmt im Rahmen der Messungenauigkeit mit dem erwarteten Wert 0.125 überein.

Auffallend sind allerdings der große systematische Fehler und statistische Fehler, welche beide in der Größenordnung des Messergebnisses liegen und dafür sorgen, dass die Messung leider nur geringe Aussagekraft besitzt.

Da die systematischen Fehler unter Annahme einer Poisson-Statistik abgeschätzt wurden, lassen sich diese durch eine wesentlich längere Messzeit jedoch verringern.

2.6. Messung: a_4

2.6.1. Versuchsaufbau und Durchführung

Der Versuch wurde wie in der Vorbereitung erarbeitet und in [BlauesBuch] beschrieben aufgebaut und durchgeführt. Zur Berechnung von a_4 wurde folgende Formel verwendet:

$$a_4 = 2 \cdot (1 + D - 2 \cdot E) \quad (13)$$

Die gemessenen Messwerte sind in Tabelle 2 aufgeführt. Dabei wurden folgende Messgrößen erfasst:

- D : Korrelationsfunktion bei 90°
- E : Korrelationsfunktion bei 135°

2.6.2. Systematischer Fehler

Mithilfe der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung wurde der systematische Fehler Δa_{4i} jeder einzelnen Messung a_{4i} berechnet. Die systematischen Fehler der Messwerte selbst, gingen in die Berechnung als weitere Parameter p_i ebenfalls ein, sodass insgesamt für n Parameter und N Messungen die Fehlerfortpflanzung nach Gauß (Formel 5) durchgeführt wurde.

Die direkt nacheinander durchgeführten Messungen (1,2), (3,4), (5,6) und die vollständig unabhängigen Messungen erscheinen ähnlich stark gestreut. Um den systematischen Fehler $\Delta \bar{a}_{4sys}$ des Mittelwerts (Formel 6) zu bestimmen, wurde die Größtfehlerabschätzung auf die Mittelwertbildung für \bar{f} angewendet (Formel 7). Angewendet auf unsere Datenbasis ergibt dies:

$$\bar{a}_4 \pm \Delta \bar{a}_{4sys} = (0.050 \pm 0.712) \quad (14)$$

a_4	$x \pm \Delta x_{sys}$	$D \pm \Delta D_{sys}$	$E \pm \Delta E_{sys}$
	0.441 ± 0.640	0.887 ± 0.150	0.833 ± 0.141
	-0.165 ± 0.720	0.869 ± 0.151	0.976 ± 0.163
	-0.176 ± 0.684	0.907 ± 0.147	0.997 ± 0.155
	0.368 ± 0.771	1.170 ± 0.192	0.993 ± 0.167
	0.837 ± 0.586	0.929 ± 0.149	0.755 ± 0.126
	-1.007 ± 0.871	1.030 ± 0.174	1.267 ± 0.200

Tabelle 2: Einzelmesswerte

2.6.3. Statistischer Fehler

Für den statistischen Fehler wurde die Standardabweichung des Mittelwerts \bar{a}_{4stat} nach Formel 10 berechnet. Für den statistischen Fehler bzw. die Standardabweichung des Mittelwert folgt damit:

$$\bar{a}_4 \pm \Delta \bar{a}_{4stat} = (0.050 \pm 0.264) \quad (15)$$

2.6.4. Messresultat

$$\bar{\alpha}_4 \pm \Delta\bar{\alpha}_{4sys} \pm \Delta\bar{\alpha}_{4stat} = (0.050 \pm 0.712 \pm 0.264) \quad (16)$$

Dieses Messergebnis stimmt im Rahmen der Messungenaugigkeit mit dem erwarteten Wert 0.042 überein.

Auffallend sind allerdings der große systematische Fehler und statistische Fehler, welche beide in der Größenordnung des Messergebnisses liegen und dafür sorgen, dass die Messung leider nur geringe Aussagekraft besitzt.

Da die systematischen Fehler unter Annahme einer Poisson-Statistik abgeschätzt wurden, lassen sich diese durch eine wesentlich längere Messzeit jedoch verringern.

2.7. Messung: An

2.7.1. Versuchsaufbau und Durchführung

Der Versuch wurde wie in der Vorbereitung erarbeitet und in [BlauesBuch] beschrieben aufgebaut und durchgeführt. Zur Berechnung von An wurde folgende Formel verwendet:

$$An = D - 1 \quad (17)$$

Die gemessenen Messwerte sind in Tabelle 3 aufgeführt. Dabei wurden folgende Messgrößen erfasst:

- D : Korrelationsfunktion bei 90°

2.7.2. Systematischer Fehler

Mithilfe der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung wurde der systematische Fehler ΔAn_i jeder einzelnen Messung An_i berechnet. Die systematischen Fehler der Messwerte selbst, gingen in die Berechnung als weitere Parameter p_i ebenfalls ein, sodass insgesamt für n Parameter und N Messungen die Fehlerfortpflanzung nach Gauß (Formel 5) durchgeführt wurde.

Die direkt nacheinander durchgeführten Messungen (1,2), (3,4), (5,6) und die vollständig unabhängigen Messungen erscheinen ähnlich stark gestreut. Um den systematischen Fehler $\Delta \bar{An}_{sys}$ des Mittelwerts (Formel 6) zu bestimmen, wurde die Größtfehlerabschätzung auf die Mittelwertbildung für \bar{f} angewendet (Formel 7). Angewendet auf unsere Datenbasis ergibt dies:

$$\bar{An} \pm \Delta \bar{An}_{sys} = (-0.035 \pm 0.160) \quad (18)$$

An	$x \pm \Delta x_{sys}$	$D \pm \Delta D_{sys}$
	-0.113 ± 0.150	0.887 ± 0.150
	-0.131 ± 0.151	0.869 ± 0.151
	-0.093 ± 0.147	0.907 ± 0.147
	0.170 ± 0.192	1.170 ± 0.192
	-0.071 ± 0.149	0.929 ± 0.149
	0.030 ± 0.174	1.030 ± 0.174

Tabelle 3: Einzelmesswerte

2.7.3. Statistischer Fehler

Für den statistischen Fehler wurde die Standardabweichung des Mittelwerts \bar{An}_{stat} nach Formel 10 berechnet. Für den statistischen Fehler bzw. die Standardabweichung des Mittelwert folgt damit:

$$\bar{An} \pm \Delta \bar{An}_{stat} = (-0.035 \pm 0.047) \quad (19)$$

2.7.4. Messresultat

$$\bar{A}n \pm \Delta\bar{A}n_{sys} \pm \Delta\bar{A}n_{stat} = (-0.035 \pm 0.160 \pm 0.047) \quad (20)$$

Dieses Messergebnis stimmt im Rahmen der Messungenauigkeit mit dem erwarteten Wert 0.167 überein.

Auffallend sind allerdings der große systematische Fehler und statistische Fehler, welche beide in der Größenordnung des Messergebnisses liegen und dafür sorgen, dass die Messung leider nur geringe Aussagekraft besitzt.

Da die systematischen Fehler unter Annahme einer Poisson-Statistik abgeschätzt wurden, lassen sich diese durch eine wesentlich längere Messzeit jedoch verringern.

2.8. Messung: τ

2.8.1. Versuchsaufbau und Durchführung

Der Versuch wurde wie in der Vorbereitung erarbeitet und in [BlauesBuch] beschrieben aufgebaut und durchgeführt. Zur Berechnung von τ wurde folgende Formel verwendet:

$$\tau = \frac{N_Z}{N_1 \cdot N_2} \quad (21)$$

Die gemessenen Messwerte sind in Tabelle 4 aufgeführt. Dabei wurden folgende Messgrößen erfasst:

- N_Z :

Aufgrund des großen gemessenen Nulleffekts ergaben sich leider negative Auflösungszeiten. Dies ist ein starker Hinweis darauf, dass die Messung auf Grund der geringen Statistik keinerlei Aussagekraft besitzt. Wir werten die Messung an dieser Stelle trotzdem korrekt – mit Nulleffektkorrektur – aus.

Hinweis: Im Anhang findet man alle Messresultate nochmals ohne Nulleffektkorrektur.

2.8.2. Fehler der Parameter

Für die Fehlerrechnung wurde jeder fehlerbehafteten Größe p_i in der Berechnungsformel für τ ein systematischer Fehler Δp_i zugewiesen:

- Messzeit t_M : $(400.000 \pm 0.100)s^1$

2.8.3. Systematischer Fehler

Mithilfe der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung wurde der systematische Fehler $\Delta \tau_i$ jeder einzelnen Messung τ_i berechnet. Die systematischen Fehler der Messwerte selbst gingen in die Berechnung als weitere Parameter p_i ebenfalls ein, sodass insgesamt für n Parameter und N Messungen die Fehlerfortpflanzung nach Gauß (Formel 5) durchgeführt wurde.

Um den systematischen Fehler $\Delta \bar{\tau}_{sys}$ des Mittelwerts (Formel 6) zu bestimmen, wurde die Größtfehlerabschätzung auf die Mittelwertbildung für \bar{f} angewendet (Formel 7). Angewendet auf unsere Datenbasis ergibt dies:

$$\bar{\tau} \pm \Delta \bar{\tau}_{sys} = (-5.476 \cdot 10^{-07} \pm 8.010 \cdot 10^{-07})s \quad (22)$$

2.8.4. Statistischer Fehler

Für den statistischen Fehler wurde die Standardabweichung des Mittelwerts $\bar{\tau}_{stat}$ nach Formel 10 berechnet. Für den statistischen Fehler bzw. die Standardabweichung des Mittelwert folgt damit:

$$\bar{\tau} \pm \Delta \bar{\tau}_{stat} = (-5.476 \cdot 10^{-07} \pm 2.782 \cdot 10^{-07})s \quad (23)$$

τ	$x \pm \Delta x_{sys}$	$N_Z \pm \Delta N_{Z,sys}$
	$-7.361 \cdot 10^{-07} \pm 8.096 \cdot 10^{-07}$	$-1.840 \cdot 10^{-09} \pm 2.024 \cdot 10^{-09}$
	$-9.067 \cdot 10^{-07} \pm 6.412 \cdot 10^{-07}$	$-2.267 \cdot 10^{-09} \pm 1.603 \cdot 10^{-09}$
	$-7.664 \cdot 10^{-11} \pm 9.522 \cdot 10^{-07}$	$-1.916 \cdot 10^{-13} \pm 2.381 \cdot 10^{-09}$

Tabelle 4: Einzelmesswerte τ mit systematischem Fehler in [s]

2.8.5. Messresultat

$$\bar{\tau} \pm \Delta \bar{\tau}_{sys} \pm \Delta \bar{\tau}_{stat} = (-5.476 \cdot 10^{-07} \pm 8.010 \cdot 10^{-07} \pm 2.782 \cdot 10^{-07})s \quad (24)$$

Dieses Messergebnis stimmt im Rahmen der Messunsicherheit mit dem erwarteten Wert $1.000 \cdot 10^{-08}$ überein.

Auffallend sind allerdings der große systematische Fehler und statistische Fehler, welche beide in der Größenordnung des Messergebnisses liegen und dafür sorgen, dass die Messung leider nur geringe Aussagekraft besitzt. Insbesondere der Parameter t_M sorgt mit seinem hohen relativen Fehler von 0.03% für die große systematische Unsicherheit.

A. Messresultat a_2

Die folgenden Messergebnisse erhält man unter Vernachlässigung des Nulleffektes.

a_2	$x \pm \Delta x_{sys}$	$D \pm \Delta D_{sys}$	$E \pm \Delta E_{sys}$
	-0.549 ± 0.571	0.891 ± 0.147	0.835 ± 0.138
	0.040 ± 0.655	0.872 ± 0.148	0.978 ± 0.159
	0.088 ± 0.623	0.910 ± 0.144	0.999 ± 0.151
	-0.193 ± 0.680	1.174 ± 0.188	0.995 ± 0.163
	-0.906 ± 0.513	0.932 ± 0.146	0.757 ± 0.123
	1.046 ± 0.800	1.034 ± 0.170	1.270 ± 0.195

Tabelle 5: Einzelmesswerte

Das Ergebnis der Messung von a_2

$$\bar{a}_2 \pm \Delta \bar{a}_{2sys} \pm \Delta \bar{a}_{2stat} = (-0.079 \pm 0.640 \pm 0.272) \quad (25)$$

B. Messresultat a_4

Die folgenden Messergebnisse erhält man unter Vernachlässigung des Nulleffektes.

a_4	$x \pm \Delta x_{sys}$	$D \pm \Delta D_{sys}$	$E \pm \Delta E_{sys}$
	0.440 ± 0.625	0.891 ± 0.147	0.835 ± 0.138
	-0.168 ± 0.703	0.872 ± 0.148	0.978 ± 0.159
	-0.178 ± 0.670	0.910 ± 0.144	0.999 ± 0.151
	0.367 ± 0.754	1.174 ± 0.188	0.995 ± 0.163
	0.838 ± 0.572	0.932 ± 0.146	0.757 ± 0.123
	-1.012 ± 0.852	1.034 ± 0.170	1.270 ± 0.195

Tabelle 6: Einzelmesswerte

Das Ergebnis der Messung von a_4

$$\bar{a}_4 \pm \Delta \bar{a}_{4sys} \pm \Delta \bar{a}_{4stat} = (0.048 \pm 0.696 \pm 0.265) \quad (26)$$

C. Messresultat A_n

Die folgenden Messergebnisse erhält man unter Vernachlässigung des Nulleffektes.

An	$x \pm \Delta x_{sys}$	$D \pm \Delta D_{sys}$
	-0.109 ± 0.147	0.891 ± 0.147
	-0.128 ± 0.148	0.872 ± 0.148
	-0.090 ± 0.144	0.910 ± 0.144
	0.174 ± 0.188	1.174 ± 0.188
	-0.068 ± 0.146	0.932 ± 0.146
	0.034 ± 0.170	1.034 ± 0.170

Tabelle 7: Einzelmesswerte

Das Ergebnis der Messung von An

$$\bar{An} \pm \Delta \bar{An}_{sys} \pm \Delta \bar{An}_{stat} = (-0.031 \pm 0.157 \pm 0.047) \quad (27)$$

D. Messresultat τ

Die folgenden Messergebnisse erhält man unter Vernachlässigung des Nulleffektes.

τ	$x \pm \Delta x_{sys}$	$N_Z \pm \Delta N_{Zsys}$
	$2.296 \cdot 10^{-07} \pm 3.247 \cdot 10^{-07}$	$5.739 \cdot 10^{-10} \pm 8.117 \cdot 10^{-10}$
	0.000 ± 0.000	0.000 ± 0.000
	$8.093 \cdot 10^{-07} \pm 6.851 \cdot 10^{-07}$	$2.023 \cdot 10^{-09} \pm 1.713 \cdot 10^{-09}$

Tabelle 8: Einzelmesswerte τ mit systematischem Fehler in [s]

Das Ergebnis der Messung von τ

$$\bar{\tau} \pm \Delta \bar{\tau}_{sys} \pm \Delta \bar{\tau}_{stat} = (3.463 \cdot 10^{-07} \pm 3.366 \cdot 10^{-07} \pm 2.408 \cdot 10^{-07})s \quad (28)$$

Literatur

[BlauesBuch] J. Wolf, F.K. Schmidt: Einführung in das Kernphysikalische Praktikum