

Programmieren für Physiker

Interfakultatives Institut für Anwendungen der Informatik
Institut für Theoretische Teilchenphysik

Prof. Dr. M. Steinhauser, Dr. A. Mildenerger
<http://comp.physik.kit.edu>

SS 2023 – Blatt 03
Bearbeitungszeitraum: bis 10. Mai 2023

Aufgabe 7: Kubische Gleichung

Pflichtaufgabe

Es sollen mit einem C++-Programm alle reellwertigen Lösungen der kubischen Gleichung

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad \text{mit } a \neq 0$$

berechnet werden.

Der italienische Mathematiker G. Cardano notierte 1545 einen S. del Ferro und N. F. Tartaglia zugeschriebenen Rechenweg, um derartige Gleichungen zu lösen. In moderner Notation ergibt sich Folgendes. Setze

$$p = \frac{3ac - b^2}{3a^2}, \quad q = \frac{2b^3}{27a^3} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{d}{a} \quad \text{und} \quad D = \left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3.$$

Dann sind einige Fälle zu unterscheiden:

$D > 0$: Es gibt genau eine einfache reelle Lösung x_1 (und zwei echt komplexe Lösungen). Mit

$$D_{1/2} = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} \pm \sqrt{D}}$$
 gilt:

$$x_1 = D_1 + D_2 - b/(3a).$$

$D = 0$: Falls $q = 0$ gibt es die dreifache reelle Lösung

$$x_1 = -b/(3a),$$

ansonsten eine doppelte Nullstelle x_1 und eine einfache Nullstelle x_2 :

$$x_1 = \sqrt[3]{\frac{q}{2}} - b/(3a), \quad x_2 = \sqrt[3]{-4q} - b/(3a).$$

$D < 0$: Es gibt drei einfache reelle Nullstellen. Mit $h = \arccos\left(-\frac{q}{2}\sqrt{\frac{-27}{p^3}}\right)$ lauten diese:

$$x_{1/2} = -\sqrt{-4p/3} \cos(h/3 \pm \pi/3) - b/(3a), \quad x_3 = \sqrt{-4p/3} \cos(h/3) - b/(3a).$$

In Ihrem Programm sollen die Koeffizienten a , b , c und d vom Benutzer eingegeben werden, es darf davon ausgegangen werden, dass $a \neq 0$ ist. Dann sind die reellen Nullstellen einschließlich ihrer Vielfachheit zu bestimmen und auszugeben.

Hinweis: Im oben angegebenen Rechenweg bezeichnet $y = \sqrt[3]{x}$ stets die reelle dritte Wurzel, für Zahlen $x < 0$ also $y = -\sqrt[3]{|x|}$. Diese Funktion ist nicht im Standard-Sprachumfang von C++ enthalten, verwenden Sie deswegen bitte das auf der WWW-Seite angebotene Programmfragment `a7-kubisch-fragment.cc`. In diesem Programmstück wird eine geeignete Funktion `cubicroot(.)` definiert, die Sie im Hauptprogramm aufrufen können.

Die weiteren benötigten mathematischen Funktionen erhalten Sie per `#include <cmath>` mit den Befehlen `cos(.)`, `acos(.)`, `sqrt(.)` und bei Bedarf `pow(.,.)`.

Die Kreiszahl π muss eventuell von Ihnen definiert werden.

Testen Sie Ihr Programm mit einigen Beispielen.

Aufgabe 8: Binomialkoeffizienten

Pflichtaufgabe

Für Binomialkoeffizienten gilt die Rekursionsrelation:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} \text{ für } 0 < k < n \quad \text{und} \quad \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1.$$

Schreiben Sie ein C++-Programm, welches mit diesen Relationen die ersten zehn Zeilen des „Pascalschen Dreiecks“ in folgender Formatierung ausgibt:

```
      1
     1 1
    1 2 1
   1 3 3 1
  1 4 6 4 1
  ...
```

Anleitung:

- Deklarieren Sie zwei Felder `zeile`, `zeiletmp` mit je 10 Elementen. (Das Beispiel `array.cc` aus der Vorlesung zeigt die Verwendung eines Feldes.)
- Schleife $n = 0 \dots 9$ über die 10 Zeilen des Dreiecks:
 - Kopieren Sie die ersten n Elemente des Felds `zeile` in das Aufbewahrungs-Hilfsfeld `zeiletmp`.
 - Erstes und letztes Element der Zeile explizit setzen: `zeile[0]=1`, `zeile[n]=1`
 - Die Elemente dazwischen werden nun durch die Rekursionsgleichung berechnet:
Schleife $k = 1 \dots n - 1$ mit `zeile[k] = zeiletmp[k-1] + zeiletmp[k]`
 - Aktuelle Zeile formatiert ausgeben ($k = 0 \dots n$), so dass insgesamt das Pascalsche Dreieck entsteht. (Das Beispiel `ausgabeformate.cc` und insbesondere `setw(.)` können dabei hilfreich sein.)

Zusatzaufgabe (freiwillig): Das Hilfsfeld `zeiletmp` ist eigentlich nicht nötig. Mit welchen Änderungen kann auf das Hilfsfeld verzichtet werden?

Aufgabe 9: Wochentag

freiwillig

Schreiben Sie ein Programm, welches zu einem eingegebenen Datum den Wochentag berechnet. Beachten Sie hierbei Schaltjahre und die Regelung, dass glatt durch 100 teilbare Jahreszahlen keine Schaltjahre sind, allerdings glatt durch 400 teilbare Jahreszahlen wiederum Schaltjahre sind.

Berechnen Sie zunächst den Wochentag als Zahl und geben sie mittels einer `switch` Anweisung den Tagesnamen aus.

Anleitung: Bestimmen Sie die Anzahl der Tage zwischen dem eingegebenen und einem (von Ihnen gewählten) Referenzdatum, von dem Sie den Wochentag kennen. Wegen der periodischen Wiederholung der Wochentage genügt es dann, den Rest bei Division durch sieben zu betrachten.
