

Rechnernutzung in der Physik

Institut für Experimentelle Teilchenphysik
Institut für Theoretische Teilchenphysik
Interfakultatives Institut für Anwendungen der Informatik

Prof. G. Quast, Prof. M. Steinhauser

Dr. A. Mildenerger, Dipl.-Phys. Jens Hoff, Dr. M. Zeise

WS2011/12 – Blatt 08

<http://comp.physik.kit.edu>

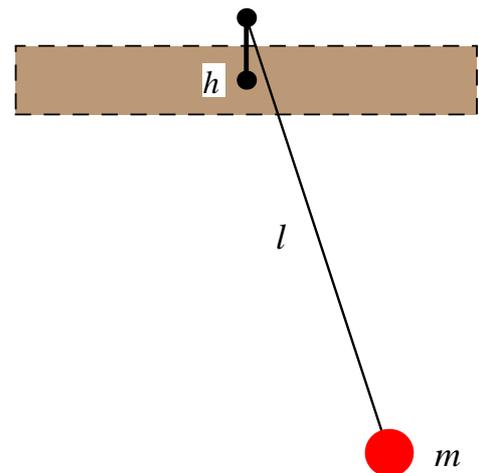
Prog.: Di, 20.12.2011 / Ausarb.: Fr, 23.12.2011

Aufgabe 18: „Upside-down“ Pendel

Programmtestat

Betrachten Sie ein mathematisches Pendel der Länge l im Schwerfeld der Erde, das in der x - y -Ebene schwingt, wobei die Ruhelage der schwingenden Masse bei $x = 0$ und $y = -l$ sein soll. Es sollen kleine Auslenkungen des Aufhängepunkts in vertikaler Richtung zugelassen werden, so dass sich für die Koordinaten des Massenpunkts folgende Parametrisierung anbietet.

$$\begin{aligned}x(t) &= l \sin \theta(t), \\y(t) &= h(t) + l \cos \theta(t),\end{aligned}$$



wobei für die Auslenkung des Aufhängepunkts $h(t) = a \sin(\omega t)$ gelten soll. a und ω sind freie Parameter. (Für $t = 0$ und $\theta(0) = 0$ befindet sich der Massenpunkt bei $x = 0$ und $y = l$.)

- Stellen Sie die Lagrange-Funktion $L = T - U$ auf, wobei T die kinetische und U die potentielle Energie ist. Leiten Sie daraus (unter Verwendung von `Mathematica`) mit Hilfe der Euler-Lagrange-Gleichungen die Bewegungsgleichungen ab.
- Schreiben Sie ein Modul, das die Länge l , Amplitude a , Frequenz ω , sowie die Anfangswerte $\theta(0)$ und $\dot{\theta}(0)$ als Parameter hat, die Bewegungsgleichungen numerisch löst und mit Hilfe von `Animate` (oder `Manipulate`) die Lösung graphisch animiert darstellt. Verwenden Sie für die Erdbeschleunigung $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.
- Rufen Sie Ihr Module mit $l = 10 \text{ m}$, $a = 0.5 \text{ m}$, $\omega = 2\pi \text{ s}^{-1}$, $\theta(0) = 3.0$ und $\dot{\theta}(0) = 0.01$ auf. Erhalten Sie das erwartete Resultat?
- Wählen Sie nun $\omega = 2\pi n \text{ s}^{-1}$, $\theta(0) = 0$, $\dot{\theta}(0) = 0.01$ mit $n = 1, 2, 3, \dots, 10$. Für welche Werte von n schwingt das Pendel „auf dem Kopf“, d.h. es führt stabile Schwingungen um $x = 0$ und $y = l$ aus?

Hinweis: Folgende `Mathematica`-Befehle erweisen sich in dieser Aufgabe als nützlich: `D`, `NDSolve`, `Evaluate`, `Graphics` und `Animate`.

Aufgabe 19: Ersetzungsregeln

freiwillig

- Berechnen Sie mittels Substitutionsregeln beliebige ganzzahlige positive Potenzen beliebiger Zahlen.

- (b) Wiederholen Sie dieses Vorgehen für die Fakultät einer ganzen Zahl.
- (c) Modifizieren Ihre Lösung für Fakultäten so, dass Sie auch die 2-er Fakultät berechnen können ($7!! = 7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1 = 105$).

Probieren Sie möglichst einfache wenige Regeln zu finden. Dabei ist die Verwendung von `Power` oder `Factorial` natürlich verboten!

Hinweise:

- Verwenden Sie sog. „Dummy“-Symbole (Schaffen Sie es auch ohne Dummy-Funktionen, also ohne Argumentenliste auszukommen?).
- Versuchen Sie, aus einfachen Rechenoperationen Ausdruckstrukturen zu bilden, die den Definitionen von Potenz oder Fakultät ähneln.
- Einfache Zahlen sind absolut zulässige Patterns.
- Regeln in einer Liste werden von links nach rechts ausgewertet, wobei das Ergebnis einer Ersetzung für nachfolgende Regeln einer Liste gesperrt ist.
- Regeln lassen sich auch auf Listen anwenden.

Sie können die unten aufgeführte Funktion `stepwiseReplaceRepeated[expr,rules]` statt `expr//.rules` verwenden, um sich Zwischenschritte wiederholter Anwendung von Regeln anzeigen zu lassen (mit „//.“ lassen sich nicht endende Substitutionsketten sehr leicht erzeugen). Beachten Sie dabei: `rules` muss immer eine Liste sein und als optionales Argument lässt sich die Anzahl maximaler Iterationen angeben, welche standardmäßig 100 beträgt.

```
Options[stepwiseReplaceRepeated]={info->True};
stepwiseReplaceRepeated[expr_,rules_List,maxIts_:100,opts:OptionsPattern[]]:=
  Module[{res=expr,resOld,f},
    f={
      resOld=res;
      res=res/.rules;
      (* Abbruch, wenn Subst. nichts mehr bewirkt *)
      If[res===resOld,Return[res]];
      If[OptionValue[info],Print[res]]
    }&;
    (* max. Anzahl an Iterationen *)
    f/@Range[maxIts];
    Return[res]
  ]
```

Ein Notebook mit dieser Funktion und zwei Beispielen zu ihrer Anwendung finden Sie unter `Aufgabe19_skel.nb` auf der Vorlesungshomepage.

Hinweis: Mit dem Rechnernamen `fphctssh.physik.uni-karlsruhe.de` können Sie von überall aus mittels `ssh/scp` Programm auf einen Poolrechner zugreifen.
