Rechnernutzung in der Physik

Institut für Experimentelle Teilchenphysik
Institut für Theoretische Teilchenphysik
Interfakultatives Institut für Anwendungen der Informatik

Prof. G. Quast, Prof. M. Steinhauser
Dr. A. Mildenberger, Dipl. Phys. J. Hoff, Dr. M. Zeise

WS2011/12 – Blatt 11

`http://comp.physik.kit.edu` Prog.: Di, 24.01.2012 / Ausarb.: Fr., 27.01.2012

Zufallszahlen, Histogramme und Verteilungsdichten

Wie Sie es schon vom letzten Blatt kennen, gibt es auch zu dieser Übung eine Vorlage, `ex11.cc`.

Aufgabe 25: Korrelationen — Programmtestat

In dieser Aufgabe soll die Verteilung der Bin-Inhalte eines Histogramms sowie die Korrelation zwischen ihnen näher untersucht werden.

Verteilung von Bin-Inhalten

Füllen sie ein Histogramm mit 5 Bins mit 100 gleichverteilten Zufallszahlen und wiederholen Sie das Experiment 10'000 mal (Schleife über den Teil Ihres Codes zum Füllen des Histogramms). Untersuchen sie die Häufigkeitsverteilung der einzelnen Bin-Inhalte und deren Korrelationen, indem Sie sie nach jedem Experiment in ein- bzw. zweidimensionale Histogramme füllen.

Hinweis und Hilfe: Erzeugen Sie ein Histogramm für gleichverteilte Zufallszahlen (analog Aufgabe 23 oder 24 vom letzten Blatt) mit 5 Bins zwischen 0 und 1. Ein Histogramm mit Variablennamen `id` kann folgendermassen zurückgesetzt werden:

`id→Reset();`

Erzeugen Sie jetzt je ein weiteres Histogramm, in das Sie in jedem Experiment den Inhalt n_i des Bins i füllen. Der Bin-Inhalt eines Histogramms kann mit der Methode `GetArray()` ausgelesen werden, die einen Zeiger auf ein Feld zurückliefert:

`Float_t *content = id->GetArray();`

Der Inhalt des Feldes ist wie folgt:

```
content[0]    number of underflows
content[1]    number of entries in bin 1
...
content[n]    number of entries in bin n (last bin)
content[n+1]  number of overflows
```

Welche Verteilung der Bin-Inhalte erwarten Sie? Vergleichen Sie, indem Sie die erwartete Verteilung in das gleiche Diagramm eintragen wie die Verteilung der Bin-Inhalte. (*Tipp*: die ROOT-Klasse `TMath` anschauen.

Korrelation von Bin-Inhalten

Um Korrelationen zwischen den Bin-Inhalten zu untersuchen, füllt man zwei-dimensionale Histogramme, also einen sogenannten *scatter plot*, der Inhalte zweier beliebiger Bins n_i und n_j (sagen wir Bin 2 und Bin 4). Dazu verwendet man die Histogramm-Klasse `TH2F`.

Hilfe: Das Erzeugen einer Instanz eines zwei-dimensionalen Histogramms geht so:

```
TH2F *hscat = new TH2F("hscat","some title"
                  NumberBinsX,XMin,XMax,NumberBinsY,YMin,YMax);
```

Füllen geht analog zum eindimensionalen Fall mit der Methode `Fill`: `id->Fill(x,y);`

Die Korrelation bzw. Kovarianz läst sich in ROOT ausgeben mit

`id->GetCorrelationFactor()` bzw. `id->GetCovariance()`.

Stellen Sie den Zusammenhang der Einträge in den Bins 2 und 4 als Scatter-Plot dar und lassen Sie sich die Korrelation ausgeben. Wie gross ist die beobachtete Korrelation? Haben Sie eine Erklärung dafür?

Zusätzlich zu den zwei-dimensionalen Histogrammen gibt es in ROOT das sogeannte *profile histogram*, Klasse `TProfile`. Damit lässt sich die Korrelation deutlicher darstellen:

```
TProfile *hprof=new TProfile("hprof","title",NBinsX,XMin,XMax,YMin,YMax);
```

Füllen geht genau wie im Fall eines zwei-dimensionalen Histogramms.
Stellen Sie den Zusammenhang der Einträge in den Bins 2 und 4 als Profile-Histogramm dar und erklären sie die Grafik.

Aufgabe 26: Verteilung von Bin-Inhalten (2) — freiwillig

Modifizieren Sie das Histogramm aus Aufgabe 25 so, dass die gleichverteilten Zufallszahlen in ein Histogramm mit 100 Bins eintragen werden. Füllen Sie in einer Schleife 10000 mal je 2000 Zufallszahlen. Der Erwartungswert für jedes Bin ist nun wieder 20, genau wie oben. Vergleichen Sie die Verteilung der Bin-Inhalte durch Überlagerung geeignet normierter Verteilungen mit der Binomial- und der Poissonverteilung (*Tipp*: s. Klasse `TMath`).

Aufgabe 27: Überprüfung der naiven Fehlerfortpflanzung — Ausarbeitung

Für die Messung einer Größe $Y = 0.5$ mit Messfehler ± 0.1 gebe es eine Vorhersage einer als Standard anerkannten Theorie, $T = 1$ mit Fehler ± 0.3. Beide Fehler seien als Gauß-förmig angenommen (was bei dem Theorie-Fehler eine ziemlich gewagte Behauptung ist!). Zum Vergleich verwendet man gerne Verhältnisse, $r_1 = \frac{Y}{T}$ oder $r_2 = \frac{T}{Y}$, man könnte auch die Differenz $d = T - Y$ angeben. Von der Entdeckung "neuer Physik"würde man sprechen wenn r_1 oder r_2 statistisch signifikant von 1 bzw. d von 0 abweicht. Die Signifikanz, S, drückt man gerne als den auf den Fehler normierten Abstand zwischen erwartetem und beobachtetem Wert aus.
Berechnen Sie mit Hilfe des Fehlerfortpflanzungsgesetzes Wert und Fehler von r_1, r_2 und d und geben Sie die Signifikanzen S_1, S_2 und S_d an.
Simulieren Sie nun diese Fälle in einer „Toy-Monte-Carlo“-Studie, indem Sie die Verteilungen von $r_{1,2}$ und d mit Hilfe von Gauß-verteilten Zufallszahlen bestimmen. Standard-normalverteilte Zufallszahlen erhalten Sie mit dem Befehl `x=gRandom->Gaus();`
Vergleichen sie jeweils die Verteilungen mit den Gauß-Verteilungen, die den Parametern aus der Fehlerfortpflanzung entsprechen, indem Sie sie jeweils in das gleiche Diagramm eintragen. Kommentieren Sie Ihre Beobachtungen. Welche der Größen r_1, r_2 bzw. d würden Sie verwenden, um die Übereinstimmung zwischen Messung und theoretischer Erwartung zu quantifizieren?
Hinweis: Falls nötig, können Sie sich zur Lösung an der Funktion `erprop()` im Vorlagenmacro orientieren.

Aufgabe 28: Erzeugung exponentiell verteilter Zufallszahlen — freiwillig

Ausgehend von gleichverteilten Zufallszahlen im Intervall $[0, 1]$ sollen mit Hilfe der **Transformationsmethode** exponentiell verteilte Zufallszahlen erzeugt werden gemäß der Verteilung

$$f(x; C) = \begin{cases} \frac{1}{C} e^{-x/C} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$$

Sie können für diese Übung $C = 1$ annehmen. Füllen Sie 10000 Zufallszahlen in ein Histogramm und vergleichen Sie mit einer passend normierten Exponentialverteilung, indem Sie sie in das gleiche Histogramm einzeichnen.

Hinweis:
Mit dem Rechnernamen `fphctssh.physik.uni-karlsruhe.de` können Sie von überall aus mittels `ssh/scp` Programm auf einen Poolrechner zugreifen.