Rechnernutzung in der Physik

Institut für Experimentelle Teilchenphysik
Institut für Theoretische Teilchenphysik
Interfakultatives Institut für Anwendungen der Informatik

Prof. G. Quast, Prof. M. Steinhauser
Dr. A. Mildenberger, Dipl. Phys. J. Hoff, Dr. M. Zeise WS2011/12 – Blatt 12
`http://comp.physik.kit.edu` Prog.: Di, 31.01.2012 / Ausarb.: Fr., 3.02.2012

Aufgabe 29: Erzeugung von Zufallszahlen mit beliebiger Verteilungsdichte Ausarbeitung

Hinweis: Zu dieser Aufgabe gibt es eine Vorlage `pdfs.cc`, an der Sie sich bei der Programmentwicklung orientieren können. Falls Sie Ihr Macro übersetzen wollen, verwenden Sie die Datei `makepdfs.txt`, indem Sie `make -f makepdfs.txt` eingeben.

Ausgehend von im Intervall $]0,1]$ gleichverteilten Zufallszahlen, erzeugt mittels `gRandom->Rndm()`, lassen sich mit Hilfe der Verwerfungsmethode oder – in einigen Fällen – mit der Transformationsmethode Zufallzahlen erzeugen, die einer beliebigen Verteilungsdichte folgen.

29.1: Sägezahn

Füllen Sie je ein Histogramm mit 10000 Zufallszahlen, die einer Sägezahnverteilungsdichte folgen, gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x_{\max}^2} & (0 < x < x_{\max}) \\ 0 & (\text{sonst}), \end{cases}$$

mit (a) der Transformationsmethode und (b) der Verwerfungsmethode z.B. für $x_{\max} = 1$.

29.2: Streuwinkelverteilung in e^+e^--Streuung

Erzeugen Sie 10000 Zufallszahlen mit der Verwerfungsmethode gemäß der Verteilungsdichte

$$f(x) = \frac{3}{8}(1 + x^2) \quad (-1 \le x \le 1)$$

und füllen Sie die Zufallszahlen in ein Histogramm.

29.3: Cauchy-Verteilung

Verwenden Sie die Transformationsmethode und füllen Sie ein Histogramm mit 10000 Zufallszahlen, die einer Cauchy- oder Breit-Wigner-Verteilungsdichte folgen, gegeben durch

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1 + x^2}$$

In der Ausarbeitung sollte folgendes vorkommen:

- Beschreiben Sie kurz die Verwerfungmethode.
- Drucken Sie den Code einer allgemeinen C++-Funktion für die Verwerfungsmethode. Ihre Funktion kann dabei von der Vorlage `AcceptReject` der Anleitungsdatei ausgehen. Der Code soll kommentiert sein, entweder handschriftlich oder mit Kommentaren im Quelltext.
- Erläutern Sie die Transformationsmethode am Beispiel des Sägezahns (Teil 29.1) und der Cauchy-Verteilung (Teil 29.3), insbesondere die gewählten Transformationsfunktionen.
- Legen Sie einen Ausdruck eines Histogramms aus jeder der drei Teilaufgaben bei.

Aufgabe 30: **freiwillig**

Modifizieren Sie das Programm aus Aufg. 24 (Blatt 10), um in 10000 wiederholten Experimenten jeweils $n = 10$ Cauchy-verteilte Zufallszahlen zu erzeugen. Berechnen Sie jeweils den Mittelwert $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$. Vergleichen Sie ein Histogramm von $\bar{x}$ mit dem ursprünglichen Histogram von x. Stimmt die Beobachtung mit Ihrer Erwartung aus dem zentralen Grenzwertsatz überein?

Aufgabe 31: Mittelung korrelierter Messwerte **Programmtestat**

Eine Größe y sei vier Mal mit Messwerten y_i und Fehlern Δy_i gemessen worden. Die Messungen sind korreliert, d. h. die Korrelationskoeffizienten c_{ij} für $i \neq j$ sind ungleich Null. Messwerte, Fehler und deren Korrelationskoeffizienten seien wie folgt:

```
i    y      dy       c i-j
1   2.0 +/- 0.4
2   1.9 +/- 0.3      0.7
3   1.9 +/- 0.2      0.2 0.3
4   2.0 +/- 0.2      0.0 0.5 0.5
```

Schreiben Sie ein Programm, das die Mittelung nach der χ^2-Methode mit Hilfe des in Root implementierten Optimierungsalgorithmus MINUIT durchführt. Stellen Sie die Einzelmessungen und deren Fehler sowie den Mittelwert und dessen Fehler grafisch mit Hilfe der Klasse `TGraphErrors` dar.
Hinweis: Machen Sie sich mit Kapitel 7, „Functions and Parameter Estimation“, des Scripts „Diving into Root“ vertraut. Studieren Sie insbesondere Abschnitt 7.3. Verwenden Sie die analoge Vorlage `avecor_minuit.cc` zu dieser Übung (sowie die Datei `Makefile`[1], falls Sie Ihr Macro compilieren möchten) und ergänzen Sie die notwendigen Programmteile zur Definition der Eingangsdaten, zur Initialisierung der Parameter und Konstruktion der Kovarianzmatrix, zur Definition der zu minimierenden χ^2-Funktion sowie der Darstellung des Ergebnisses, wie in der Vorlage vorgegeben.
Tipp: Die in der Vorlage empfohlene Root-Klasse `TMatrix` enthält Methoden zum Ausdrucken und Invertieren von Matrizen.

Aufgabe 32: Analytische Mittelung korrelierter Messwerte
freiwillige Ausarbeitung[2]

Die Mittelung korrelierter Zufallszahlen lässt sich auch analytisch durchführen, indem man das Minimum der entsprechenden χ^2-Funktion durch Differentiation findet. Leiten Sie den analytischen Ausdruck für die Mittelung von n korrelierten Messungen $y_i, i = 1, ..., n$ mit Kovarianzmatrix (V_{ij}) her.

Hinweis:
Mit dem Rechnernamen `fphctssh.physik.uni-karlsruhe.de` können Sie von überall aus mittels ssh/scp Programm auf einen Poolrechner zugreifen.

[1] enthält zusätzlich zum üblichen, für alle Root-Programme verwendeten Teil die Angabe `-lMinuit` bei den einzubindenden Biblotheken

[2] kann evtl. nach Rücksprache mit Tutor als Ersatz für eine fehlende Ausarbeitung eingebracht werden