

Rechnernutzung in der Physik

Institut für Experimentelle Teilchenphysik
Institut für Theoretische Teilchenphysik
Interfakultatives Institut für Anwendungen der Informatik

Dr. Th. Kuhr, Prof. Dr. M. Steinhauser, Prof. Dr. U. Husemann

Mildenberger / Hoff / Hermann / Heck

<http://comp.physik.kit.edu>

WS2012/13 – Blatt 05

Prog: Di, 20.11.2012 / Ausarb: Fr, 23.11.2012

Aufgabe 11: Einführung zum Programmieren in Mathematica

freiwillig

Auf der Vorlesungshomepage finden Sie die Datei `Intro_Programmieren.nb`. In diesem Notebook werden Programmierkonstrukte und fortgeschrittene Aspekte der Mathematica Kernsprache vorgestellt und erklärt. Diese sind bei der Bearbeitung des aktuellen Übungsblattes und der folgenden von großer Hilfe.

Aufgabe 12: π per Monte-Carlo-Methode Programmtestat und Ausarbeitung¹

Der Wert von π soll mittels Monte-Carlo-Methode approximiert werden. Das Verfahren basiert darauf, zufällig Punkte in einem Würfel zu erzeugen und diese danach zu klassifizieren, ob sie innerhalb oder außerhalb der eingeschriebenen Kugel liegen. Das Verhältnis der Volumina von Kugel und Würfel entspricht $\pi/6$ und kann durch das Verhältnis der jeweiligen „Treffer“ approximiert werden.

- Generieren Sie $N = 1000$ Zufallszahlen innerhalb des Würfels $-1 \leq x, y, z \leq 1$. Bestimmen Sie dann das Verhältnis der Punkte in der Einheitskugel und im Würfel ($= N$), dieses ergibt eine Approximation für $\pi/6$.
- Plotten Sie die Zufallspunkte im *dreidimensionalen* Raum, wobei diejenigen in der Einheitskugel grün und diejenigen außerhalb schwarz sein sollen. Würfel und Kugel sollen ebenfalls angezeigt werden.

Ausarbeitung:

- Ausdruck des Programmes mit *handschriftlichen* Kommentaren versehen,
- Ausdruck des Plots für $N = 10000$ und
- Tabelle (*handschriftlich*) $\{N, \langle \text{Approx. für } \pi \rangle, \langle \text{rel. Abweichung (in \%)} \rangle\}$ für N aus $\{1\,000, 10\,000, 100\,000, 1\,000\,000\}$.

Hinweis: Einige nützliche Befehle hierfür sind

`Random, Table, If, Join, Append, For, GatherBy, Select, N, Abs, ListPlot3D, Sphere, Graphics3D, Show, Module.`

¹Es werden im zweiten Block der Vorlesung mindestens fünf schriftliche Ausarbeitungen angeboten, drei davon sind erforderlich.

(a) Graphische Lösung einer DGL

Gegeben sei die DGL

$$y'(x) = \sin(x) + y(x).$$

(i) Stellen Sie das Richtungsfeld der DGL graphisch dar. Testen Sie dabei die Optionen `PlotStyle`, `AspectRatio` und `PlotRange` aus.

(ii) Die analytische Lösung dieser DGL kann mit Hilfe des `DSolve[]`-Befehls erhalten werden:

```
erg = DSolve[{D[y[x], x] == Sin[x] + y[x], y[0] == c0}, y[x], x]
```

Ordnen Sie die analytische Lösung einer Funktion $f(x)$ mit Hilfe von `f[x_] := y[x]/.erg[[1, 1]]` zu und zeichnen Sie die Lösung für `c0 = -1, 0` und `1`.

Hinweis: Sie können eine **Liste** von Funktionen (mit Hilfe von `Table`) erzeugen, um für die Konstante `c0` mehrere Werte zu erlauben.

(iii) Zeichnen Sie das Richtungsfeld und die analytischen Lösungen der DGL in ein Diagramm.

(b) Eindimensionale Bewegungsgleichung

Falls die Lagrange-Funktion nicht explizit von der Zeit abhängt, kann die Bewegungsgleichung bei eindimensionalen Problemen in folgender Form geschrieben werden:

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{2(E - V(x))}{m}}. \quad (1)$$

Im Folgenden sollen die beiden Potentiale $V_a = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ und $V_b = -\frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + kx^4$ betrachtet werden.

(i) Zeichnen Sie ein Phasenraumdiagramm $\dot{x}(x)$ für $E = 1/2$. Setzen Sie dabei $m = \omega = 1$ und $k = 1/40$. Zeichnen Sie auch das Potential und die Energie (in einem Diagramm) für $-5 \leq x \leq 5$.

(ii) Lösen Sie die Gleichung (1) für V_a analytisch (mit Hilfe von `Integrate[]`) und für V_a und V_b numerisch (mit Hilfe von `NIntegrate[]`). Die Integrationsgrenzen für die x -Integration können mit Hilfe von `Solve[]` erhalten werden.

Wie groß ist die Periode der Bewegung?

(iii) Zeichnen Sie die gefundenen Lösungen $x(t)$ mit Hilfe des Befehls `ParametricPlot`.

Hinweis: Beachten Sie, dass der Buchstabe **E** in **Mathematica** eine vordefinierte Größe ist.

Hinweis: Mit dem Rechnernamen `fphctssh.physik.uni-karlsruhe.de` können Sie von überall aus mittels `ssh/scp` Programm auf einen Poolrechner zugreifen.
