

Rechnernutzung in der Physik

Institut für Experimentelle Teilchenphysik
Institut für Theoretische Teilchenphysik
Interfakultatives Institut für Anwendungen der Informatik

Dr. Th. Kuhr, Prof. Dr. M. Steinhauser, Prof. Dr. U. Husemann

Mildenberger / Hoff / Hermann / Heck

<http://comp.physik.kit.edu>

WS2012/13 – Blatt 06

Prog: Di, 27.11.2012 / Ausarb: Fr, 30.11.2012

Aufgabe 14: Elektrostatik

Programmtestat und Ausarbeitung

Gegeben seien die beiden Ladungsverteilungen

(a)

$$\begin{aligned}\vec{r}_1 &= \{0, 0, 0\} && \text{mit } q_1 = +1, \\ \vec{r}_2 &= \{0, 0, +1/2\} && \text{mit } q_2 = -1, \\ \vec{r}_3 &= \{0, 0, -1/2\} && \text{mit } q_3 = -1,\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}\vec{r}_1 &= \{0, 0, 0\} && \text{mit } q_1 = +2, \\ \vec{r}_2 &= \{+1/2, 0, -1/2\} && \text{mit } q_2 = -1, \\ \vec{r}_3 &= \{-1/2, 0, -1/2\} && \text{mit } q_3 = -1.\end{aligned}$$

Führen Sie folgende Teilaufgaben jeweils für beide Ladungsverteilungen aus. Das elektrische Potential einer Punktladung q bei $\vec{r}_0$ ist definiert durch

$$V(r) = \frac{kq}{|\vec{r} - \vec{r}_0|},$$

wobei $k = 1$ verwendet werden soll.

1. Berechnen Sie das elektrische Potential für die Ladungsverteilung. Zeichnen Sie das Potential als Funktion von x und z für $y = 0$.
2. Berechnen Sie das elektrische Feld aus dem Potential. Zeichnen Sie die x - und z -Komponente des elektrischen Feldes für $y = 0$. Zeichnen Sie außerdem die Äquipotentiallinien des Potentials als Konturplot und fügen Sie beide Plots zu einem zusammen.
3. Stellen Sie das elektrische Feld unter Verwendung von `VectorPlot3D[ ]` graphisch dar.
4. Transformieren Sie nun die Koordinaten im Potential in Kugelkoordinaten:

$$\begin{aligned}x &= r \sin \theta \cos \phi, \\ y &= r \sin \theta \sin \phi, \\ z &= r \cos \theta.\end{aligned}$$

Entwickeln Sie das Potential in $1/r$ bis einschließlich Ordnung $1/r^5$. Hat die Ladungsverteilung einen Monopol-/ einen Dipol-/ einen Quadrupolanteil?

Zeichnen Sie das exakte Potential und die ersten beiden nichtverschwindenden Ordnungen der Multipolentwicklung als Funktion von $1/r$ von 0 bis 1 für $\theta = \frac{\pi}{4}$ und $\phi = 0$.

Ausarbeitung: Führen Sie die obigen Schritte für die folgende Ladungsverteilung aus:

$$\begin{aligned}\vec{r}_1 &= \{+1/2, 0, +1/2\} & \text{mit } q_1 &= +1, \\ \vec{r}_2 &= \{+1/2, 0, -1/2\} & \text{mit } q_2 &= -1, \\ \vec{r}_3 &= \{-1/2, 0, -1/2\} & \text{mit } q_3 &= +1, \\ \vec{r}_4 &= \{-1/2, 0, +1/2\} & \text{mit } q_4 &= -1.\end{aligned}$$

Drucken Sie bitte Ihren Mathematica-Code zusammen mit den Plots aus und kommentieren Sie den Mathematica-Code handschriftlich.

Hinweis: Einige nützliche Befehle hierfür sind

`Plot3D, VectorPlot, ContourPlot, Show, VectorPlot3D, Series.`

Die Option `VectorScale` für den Befehl `VectorPlot` kann sehr hilfreich sein.

Aufgabe 15: Nullstellen

freiwillig und Ausarbeitung

Eine effektive Methode, Nullstellen einer Funktion $f(x)$ zu berechnen, ist das Newton-Verfahren, das folgendermaßen definiert ist: Nach der Wahl eines Startwertes x_0 erhält man x_i ($i = 1, 2, \dots$) mittels

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}.$$

Bei geeigneter Vorgabe von x_0 konvergiert x_i für $i \rightarrow \infty$ gegen eine Nullstelle von $f(x)$.

- (a) Schreiben Sie eine Funktion (oder `Module`) mit dem Namen `MyRoots`, die eine Funktion und die Grenzen des zu untersuchenden Intervalls als Parameter übernimmt. Außerdem soll es möglich sein, Parameter vorzugeben, die die Genauigkeit bzw. die maximalen Iterationsschritte festlegen. Fehlermeldungen, falls keine Nullstelle existiert bzw. das Verfahren nicht konvergiert, sollen auf dem Bildschirm ausgegeben werden.
- (b) Finden Sie (falls möglich) alle Nullstellen der Funktion $f(x) = x^2(x - 2)$ mit Hilfe von `MyRoots`, sowie unter Verwendung der Mathematica Routinen `FindRoot` und `Solve`.
- (c) Wiederholen Sie (b) mit $f(x) = x^2(x - 2) + 0.1 \sin(100x)$. Es ist hilfreich, die Funktion graphisch darzustellen, um geeignete Startwerte zu finden.
- (d) Schreiben Sie `MyRoots` so um, dass es nicht zwingend ist, die Parameter, die die Präzision und Schrittweite festlegen, anzugeben. Wählen Sie vernünftige Standardwerte. Schauen Sie sich dazu die Hilfeseiten zu `Options` an oder werfen Sie einen Blick in das 2. Einführungs-notebook (`Intro_Programmieren.nb`).

Ausarbeitung: Die Ausarbeitung soll das Programm `MyRoots` enthalten. Kommentieren Sie das Programm *handschriftlich* und notieren Sie außerdem (mindestens) drei signifikante Stellen der Nullstellen von (b) und (c).

Hinweis: Folgende zusätzliche Mathematica-Befehle können sich beim Lösen der Aufgabe als nützlich erweisen: `Abs`, `If`, `Solve`, `FindRoot`.

Hinweis: Geben Sie bitte die Ausarbeitungen auf zwei getrennten Blättern ab.
