

Rechnernutzung in der Physik

Institut für Experimentelle Teilchenphysik

Institut für Theoretische Teilchenphysik

Interfakultatives Institut für Anwendungen der Informatik

Dr. Th. Kuhr, Prof. U. Husemann, Prof. M. Steinhauser

Mildenberger, Hoff, Hermann, Heck

<http://comp.physik.kit.edu>

WS2012/13 – Blatt 12

Prog.: Di, 22.01.2013 / Ausarb.: Fr., 25.01.2013

Die Anmeldung im Studierendenportal (<https://studium.kit.edu/Seiten/Default.aspx>) wurde mittlerweile durch das Studienbüro eingerichtet werden. Für Bachelor-Studierende ist die Anmeldung im Studierendenportal nötig, die Anmeldung ist bis 07.02.2013 geöffnet. Die Abmeldung kann bis 07.02.2013 erfolgen. Der Kurs ist nicht benotet.

Verteilungsdichten und Bestimmung von π

Wie Sie es schon vom letzten Blatt kennen, gibt es auch zu dieser Übung eine Vorlage, `ex12.cc`. Sie können die Aufgaben entweder als ROOT-Makro oder als Python-Skript lösen.

Aufgabe 29: Erwartungswerte und Varianzen

Ausarbeitung

1. Berechnen Sie Erwartungswert $E[x]$ und Varianz $V[x]$ für eine exponentiell verteilte Zufallsvariable x .
2. Berechnen Sie $E[x]$ und $V[x]$ für eine Zufallsvariable x , die im Intervall $[a, b]$ gleichverteilt ist. Die Zufallsvariable y ist gegeben durch $y = \sin(x)$. Bestimmen Sie die PDF $g(y)$ für $[a, b] = [-\pi, \pi]$.
3. Die Weibull-Verteilung wird in der Industrie häufig verwendet, um die Lebensdauer von Produkten zu charakterisieren. Die PDF der Weibull-Verteilung ist gegeben durch

$$f(x; \alpha, \beta) = \begin{cases} \alpha \beta^{-\alpha} x^{\alpha-1} \exp[-(x/\beta)^\alpha] & \text{für } x \geq 0, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Berechnen Sie den Erwartungswert $E[x]$ für $f(x; \alpha, \beta)$.

Hinweis: die Gammafunktion ist definiert als $\Gamma(x) = \int_0^\infty dt t^{x-1} e^{-t}$.

Nehmen Sie an, dass die Lebensdauer (in Stunden) einer Notstrombatterie durch eine Weibull-Verteilung mit $\alpha = 0.5$ und $\beta = 100$ beschrieben werden kann. Stellen Sie die Verteilung mit ROOT grafisch dar. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Batterie mehr als 300 Stunden hält?

Aufgabe 30: Buffonsches Nadelproblem Ausarbeitung und Programmtestat

In dieser Aufgabe soll die Zahl π mit zwei verschiedenen Methoden näherungsweise bestimmt werden.

Theoretischer Teil zur Ausarbeitung

Georges-Louis Leclerc Graf de Buffon (1707–1788) beschäftigte sich intensiv mit folgendem Problem: Man bereite eine Fläche vor, auf der parallel (infinitesimal dünne) Linien mit dem festen Abstand a gezeichnet seien. Nun werde eine Nadel (eine infinitesimal dünne Strecke) der Länge

$l \leq a$ auf diese Fläche geworfen, wobei – mit genügend Abstand zum Rand der Fläche – die Position der Nadel und ihre Ausrichtung gleichverteilt seien.

Tun Sie es dem Grafen gleich und zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, mit der die Nadel eine der Linien berührt, gerade $P = \frac{2l}{a\pi}$ ist.

Praktischer Teil zum Programmtestat

Schreiben Sie ein Programm, das π mit Hilfe dieses Zusammenhangs berechnet. Erlauben Sie dabei eine variable Länge der Nadel. Testen Sie empirisch, bei welcher Länge der Nadel die Konvergenz zu π mit besonders wenigen „Experimenten“ (d. h. Nadelwürfen) möglich ist.

Schreiben Sie ein weiteres Programm, das π mit Hilfe einer Methode bestimmt, die auf „Experimenten“ der folgenden Art beruht:

- Man erzeuge ein Paar gleichverteilter Zufallszahlen im Quadrat mit den Randpunkten $(1, 1)$, $(1, -1)$, $(-1, 1)$, $(-1, -1)$.
- Man teste für jedes Paar, ob es innerhalb des Einheitskreises liegt.

Die Zahl π kann nun berechnet werden, da der Erwartungswert für die Zahl der Treffer im Kreis gerade $\pi/4$ (Fläche des Kreises durch Fläche des Quadrats) ist. Testen Sie auch für diese Methode die Geschwindigkeit (gemessen in Experimenten) der Konvergenz.

Aufgabe 31: Erzeugung exponentiell verteilter Zufallszahlen **freiwillig**

Erzeugen Sie analog zu Aufgabe 30 mithilfe gleichverteilter Zufallszahlen zwischen 0 und 1 exponentiell verteilte Zufallszahlen. Füllen Sie 10.000 Zufallszahlen in ein Histogramm und vergleichen Sie mit einer passend normierten Exponentialverteilung, die Sie in dasselbe Histogramm eintragen.

Hinweis:

Mit dem Rechnernamen `fphctssh.physik.uni-karlsruhe.de` können Sie von überall aus mittels `ssh/scp` Programm auf einen Poolrechner zugreifen.