

Rechnernutzung in der Physik

Institut für Experimentelle Teilchenphysik
Institut für Theoretische Teilchenphysik
Interfakultatives Institut für Anwendungen der Informatik

Prof. Dr. U. Husemann, Dr. V. Shtabovenko
Dr. A. Mildenerger, Dr. T. Chwalek

WS2019/20 – Blatt 2

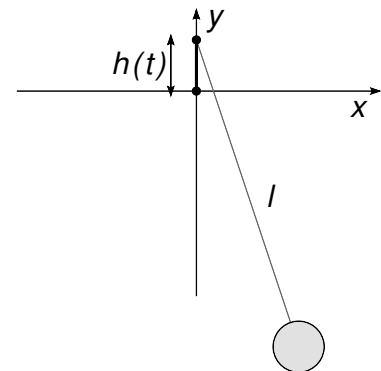
<http://comp.physik.kit.edu>

Bearbeitungszeitraum: bis Di, 12.11.2019

Aufgabe 3: Upside-Down Pendel (*)

Betrachten Sie ein mathematisches Pendel der Länge l im Schwerfeld der Erde, das in der x - y -Ebene schwingt, wobei für Auslenkwinkel $\theta = 0$ die schwingende Masse bei $x = 0$ und $y = +l$ sein soll. Es sollen kleine Auslenkungen des Aufhängepunkts in vertikaler Richtung zugelassen werden, so dass sich für die Koordinaten des Massenpunkts folgende Parametrisierung anbietet:

$$\begin{aligned}x(t) &= l \sin \theta(t), \\y(t) &= h(t) + l \cos \theta(t),\end{aligned}$$



wobei für die Auslenkung des Aufhängepunkts $h(t) = a \sin(\omega t)$ gelten soll. a und ω sind freie Parameter. Für $t = 0$ und $\theta(0) = 0$ befindet sich der Massenpunkt bei $x = 0$ und $y = +l$.

- Stellen Sie die Lagrange-Funktion $L = T - U$ auf, wobei T die kinetische und U die potentielle Energie ist. Leiten Sie daraus (unter Verwendung von MATHEMATICA) mit Hilfe der Euler-Lagrange-Gleichungen die Bewegungsgleichungen ab.
- Schreiben Sie ein Modul, das die Länge l , Amplitude a , Frequenz ω , sowie die Anfangswerte $\theta(0)$ und $\dot{\theta}(0)$ als Parameter hat, die Bewegungsgleichungen numerisch löst und mit Hilfe von Animate (oder Manipulate) die Lösung graphisch animiert darstellt. Verwenden Sie für die Erdbeschleunigung $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.
- Rufen Sie Ihr Modul mit $l = 10 \text{ m}$, $a = 0.5 \text{ m}$, $\omega = 2\pi \text{ s}^{-1}$, $\theta(0) = 3.0$ und $\dot{\theta}(0) = 0.01$ auf. Erhalten Sie das erwartete Resultat?
- Wählen Sie nun $\omega = 2\pi n \text{ s}^{-1}$, $\theta(0) = 0$, $\dot{\theta}(0) = 0.01$ mit $n = 1, 2, 3, \dots, 10$. Für welche Werte von n schwingt das Pendel „auf dem Kopf“, d.h. es führt stabile Schwingungen um $x = 0$ und $y = l$ aus?

Hinweise:

- Eine Vorlage für die grafische Ausgabe des Pendels (a3-plotPendulum.m) befindet sich auf der Webseite zur Vorlesung.
- Hilfreiche MATHEMATICA-Befehle: D, NDSolve, Evaluate, Graphics, Animate.

Aufgabe 4: Nullstellen mit dem Newton-Verfahren

Eine effektive Methode, Nullstellen einer Funktion $f(x)$ zu berechnen, ist das Newton-Verfahren, das folgendermaßen definiert ist: Nach der Wahl eines Startwertes x_0 erhält man x_i ($i = 1, 2, \dots$) mittels

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}.$$

Bei geeigneter Vorgabe von x_0 konvergiert x_i für $i \rightarrow \infty$ gegen eine Nullstelle von $f(x)$.

- (a) Schreiben Sie eine Funktion (oder Module) mit dem Namen `MyRoots`, die eine Funktion und den Startpunkt als Parameter übernimmt. Außerdem soll es möglich sein, Parameter vorzugeben, die die Genauigkeit bzw. die maximalen Iterationsschritte festlegen. Fehlermeldungen, falls keine Nullstelle existiert oder das Verfahren nicht konvergiert, sollen auf dem Bildschirm ausgegeben werden.
- (b) Finden Sie (falls möglich) alle Nullstellen der Funktion $f(x) = x^2(x - 2)$ mit Hilfe von `MyRoots`, sowie unter Verwendung der MATHEMATICA-Routinen `FindRoot` und `Solve`.
- (c) Wiederholen Sie (b) mit $f(x) = x^2(x - 2) + 0.1 \sin(100x)$. Es ist hilfreich, die Funktion grafisch darzustellen, um geeignete Startwerte zu finden. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Ausgabe von `NSolve`, der numerischen Variante von `Solve`.
- (d) Schreiben Sie `MyRoots` so um, dass es nicht zwingend ist, die Parameter, die die Präzision und Schrittweite festlegen, anzugeben. Wählen Sie für diesen Fall vernünftige Standardwerte. Schauen Sie sich dazu die Hilfeseiten zu `Options` an.