

Rechnernutzung in der Physik

Institut für Experimentelle Teilchenphysik
Institut für Theoretische Teilchenphysik

Prof. Dr. G. Quast, Prof. Dr. M. Steinhauser
Dr. A. Mildenerger, Dr. Th. Chwalek, Dr. M. Vitti

WS2023/24 – **Blatt 6**
Besprechung am 8./9.1.2024

Auf diesem Übungsblatt befinden sich vier 5-Minuten-Aufgaben. Die ersten 2 Aufgaben sollen bereits in der Übung am 8./9.1.2024 vorgestellt und besprochen werden und werden in den Übungen am 11./12.12.2023 verteilt. Die 5-Minuten-Aufgaben 3 und 4 werden am 15./16.01.2024 vorgestellt und besprochen.

5-Minuten-Aufgabe 1: Cubische Zahlen

Schreiben Sie eine Funktion `sumCubes[n]`, welche die Summe der Quadrate der ersten n natürlichen Zahlen explizit berechnet. Verifizieren Sie anschließend (in MATHEMATICA!) Ihre Ergebnisse für $n = 1, 7, 20, 540$ und 9450 mit Hilfe der bekannten Formel

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \frac{1}{4}n^2(1+n)^2$$

Hinweis: Hilfreiche MATHEMATICA-Befehle: `Sum`.

5-Minuten-Aufgabe 2: Stirling-Formel

Berechnen Sie den Logarithmus der Fakultät der ersten 30 natürlichen Zahlen exakt und mit Hilfe der Stirling-Formel

$$\ln(n!) \approx n \ln(n) - n + \frac{1}{2} \log(2\pi n).$$

Plotten Sie anschließend die relativen Abweichungen

$$\frac{\ln(n!) - n \ln(n) + n - \frac{1}{2} \log(2\pi n)}{\ln(n!)}$$

für die berechneten Werte.

Hinweis: Hilfreiche MATHEMATICA-Befehle: `!`, `N`, `Log`, `Table`, `ListPlot`.

5-Minuten-Aufgabe 3: Listen

Gegeben sei folgende verschachtelte Liste

```
{{f[5], g[150], f[36]}, {f[126], g[178], f[1]}, {f[20], g[117], f[10]},  
{f[187], g[184], f[11]}, {f[187], g[149], f[67]}}
```

Schreiben Sie MATHEMATICA-Code, der jeweils das mittlere Element jeder Unterliste extrahiert und daraus eine neue Liste erzeugt. Sowie eine zweite Liste in der die Differenz der Argumente des ersten und letzten Eintrags stehen. Beide Listen sollen zu einer genesteten Liste zusammengefasst werden. Die Ausgabe sollte dann wie folgt aussehen

```
{ {g[150], g[178], g[117], g[184], g[149]} , { -31,125,10,176,120 } }
```

Hinweis: Hilfreiche MATHEMATICA-Befehle: Map, Transpose, [[i]], First, Last, Join.

5-Minuten-Aufgabe 4: Ersetzungslisten

Schreiben Sie eine Funktion `listToRules[list1, list2]`, die aus den beiden Listen gleicher Länge `list1` und `list2` eine Liste der Ersetzungsregeln erzeugt. So soll z.B.

```
listToRules[{x1, x2, x3, x4} , {a, b, c, d}]
```

folgendes zurückgeben

```
{x1->a, x2->b, x3->c, x4->d}
```

Schreiben Sie auch eine Funktion `RulesToList[rule1]`, die aus einer Ersetzungsliste die beiden Listen extrahiert und zurückgibt.

Hinweis: Hilfreiche MATHEMATICA-Befehle: Thread, MapThread, MapIndexed.

Freiwillige Aufgabe: Kennenlernen von Mathematica

MATHEMATICA kann zum einen mit einer graphischen Oberfläche zum anderen in der Kommandozeile gestartet werden. Im ersten Fall verwendet man das *Frontend*, im zweiten Fall steuert man direkt den *Kernel*. Die Verwendung des Frontends macht vor allem bei interaktiven Dokumenten (mit eventueller grafischer Ausgabe), den *Notebooks* (mit Dateierweiterung `.nb`), Sinn. Diese erlauben es, Befehle schrittweise auszuführen und ihre Wirkung unmittelbar zu verfolgen. Im Poolraum lautet der Aufruf von der Kommandozeile

```
$ mathematica NOTEBOOK.nb &
```

Ebenfalls interaktiv, aber ohne Frontend, startet man den Kernel mit:

```
$ math
```

Eine Session lässt sich mit `Exit[]`, `Quit[]` oder `Crtl-D` beenden.

Bereitgestellte Notebooks können mit dem WOLFRAM CDF PLAYER (<https://www.wolfram.com/player>) angesehen werden. Editieren und Ausführen sind damit jedoch nicht möglich.

Eine im Editor vorbereitete Datei (im Allgemeinen mit Endung `.m`) kann in den Kernel eingelesen und dann verarbeitet werden. Es gibt verschiedene Möglichkeiten, MATHEMATICA in diesem Modus aufzurufen:

```
$ math < PAKET.m
$ math -noprompt < PAKET.m
$ math -script PAKET.m
```

Für die Bearbeitung der Aufgaben werden sowohl Notebook-Dateien als auch Textdateien mit Endung `.m` akzeptiert.

Auf der Homepage zur Vorlesung finden Sie die Datei `intro.nb`, die Sie in Ihr Verzeichnis kopieren sollten. Öffnen Sie danach das Notebook in MATHEMATICA und arbeiten Sie es Schritt für Schritt durch. Es ist empfehlenswert, diese Aufgaben zu bearbeiten, da in dem Notebook viele Sprachelemente enthalten sind, die für die Bearbeitung der MATHEMATICA-Aufgaben wichtig sind.

Pflichtaufgabe 1: π per Monte-Carlo-Methode

Der Wert von π soll mittels Monte-Carlo-Methode approximiert werden. Das Verfahren basiert darauf, zufällig Punkte in einem Quadrat zu erzeugen und diese danach zu klassifizieren, ob sie innerhalb oder außerhalb des eingeschriebenen Kreises liegen. Das Verhältnis der Flächen zwischen Kreis und Quadrat entspricht $\pi/4$ und kann durch das Verhältnis der Punkte in und außerhalb des Kreises approximiert werden.

- Generieren Sie $N = 1000$ Zufallszahlen innerhalb des Rechtecks $-1 \leq x, y \leq 1$. Bestimmen Sie dann das Verhältnis der Punkte innerhalb des Einheitskreises, dieses ergibt eine Approximation für $\pi/4$.
- Zeichnen Sie die Zufallspunkte, wobei die Punkte im Einheitskreis grün und die außerhalb schwarz sein sollen. Zeichnen Sie ebenfalls die Ränder der Quadrats und des Kreises ein.
- Wiederholen Sie Schritt 1 für $N = 5000, 10000, \dots$ und bestimmen Sie den relativen Fehler Ihrer Approximationen und plotten diesen in Abhängigkeit von N . Welche Abhängigkeit finden Sie?

Hinweis: Hilfreiche MATHEMATICA-Befehle: `Thread`, `MapThread`, `MapIndexed`.