Universität Karlsruhe

Institut für Theorie der Kondensierten Materie

2. Klausur zur Theoretischen Physik A WS 02/03

Prof. P. Wölfle

Dr. M. Greiter

11.02.03

Arbeitszeit 120 min

---

1. Kraftfeld (5 Punkte)

Gegeben sei ein Kraftfeld

$$\boldsymbol{F} = \frac{1}{\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^3} \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{1}$$

(a) Zeigen Sie dass $\boldsymbol{F}$ konservativ ist.

(b) Das zugehörige Potential $V(\boldsymbol{r})$ sei im Unendlichen nominiert: $V(\boldsymbol{r} \to \infty) = 0$. Berechnen Sie $V(\boldsymbol{r})$ durch Integration des Kraftfeldes entlang eines geeigneten Weges.

(c) Ein Teilchen der Masse m bewegt sich in diesem Kraftfeld. Welche Komponenten des Drehimpulses bezüglich des Ursprungs sind erhalten? Welche Symmetrien sind für die Erhaltung verantwortlich?

2. Erzwungene Schwingungen (8 Punkte)

Geben Sie eine partikuläre Lösung der Differentialgleichung

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f(t) \qquad (\text{wobei } \gamma > 0) \tag{2}$$

für die folgenden Störungen $f(t)$ an:

(a) $f(t) = \cos(\omega t)$.

(b) $f(t) = \theta(t)$

Hinweise:

(1) Die Greensche Funktion des gedämpften Oszillators (2) ist gegeben durch:

$$G(t) = \theta(t)\,\frac{1}{\Omega}\,\exp\left(-\frac{\gamma t}{2}\right)\,\sin(\Omega t) \quad \text{wobei } \Omega = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{\gamma^2}{4}} \tag{3}$$

(2) Integral:

$$\int dx\, e^{ax} \sin bx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}\,(a \sin bx - b \cos bx)$$

—bitte wenden—

3. Lenzscher Vektor (6 Punkte)

Gegeben ist ein Planet im Gravitationsfeld mit Newtonscher Bewegungsgleichung

$$-m\ddot{\boldsymbol{r}} + F(r)\,\boldsymbol{e_r} = 0, \quad \text{wobei } F(r) = -\frac{k}{r^2}, \quad \boldsymbol{e_r} = \boldsymbol{r}/r. \tag{4}$$

(a) Zeigen Sie, dass der Lenzsche Vektor

$$\boldsymbol{\epsilon} \equiv -\frac{\dot{\boldsymbol{r}} \times \mathbf{L}}{r^2 F(r)} - \boldsymbol{e_r}$$

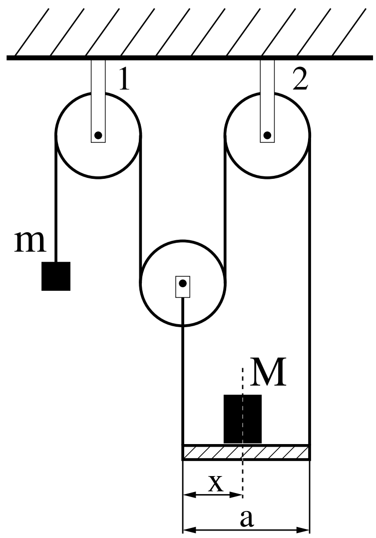
eine Erhaltungsgröße ist.

Hinweis: Bei der Berechnung von $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}$ können Sie die Bewegungsgleichung (4) und die Erhaltung des Drehimpulses $\mathbf{L}$ benutzen.

(b) In welche Richtung zeigt $\boldsymbol{\epsilon}$? Begründen Sie Ihre Antwort.

4. Flaschenzug (5 Punkte)

Zwei Gewichte der Massen m und M hängen in skizzierter Anordnung an einem Flaschenzug mit 3 Umlaufrollen. Vernachlässigen Sie die Massen des Seils, der Rollen, der Aufhängungen und der Querverbindung.



Nehmen Sie an, das Verhältnis der Abstände x/a sei so bestimmt, dass die Querverbindung nicht kippt und M nicht von der Querverbindung rutscht. Die Rolle 1 sei zunächst festgehalten, kann sich aber vom Zeitpunkt $t_0 = 0$ an reibungsfrei drehen.

(a) Mit welcher Beschleunigung bewegt sich m zum Zeitpunkt t nach unten (oben)?

(b) Wie groß sind nun die Kräfte auf die Verankerungspunkte der Rollen 1 und 2 ?

(c) Wie groß muss das Verhältnis der Abstände x/a sein, damit obige Bedingung gilt (d.h. die Querverbindung nicht kippt)?