UNIVERSITÄT KARLSRUHE
INSTITUT FÜR THEORIE DER KONDENSIERTEN MATERIE
Prof. Dr. Ralph v. Baltz, Dr. Philip Howell
Sprechstunde: Fr 13:00–14:00 Physikhochhaus 10.14

Wintersemester 2003/04
4.2.04
http://www-tkm.physik.uni-karlsruhe.de/lehre/
howell@tkm.physik.uni-karlsruhe.de

# Klausur zur Vorlesung Theorie A WS 2003/04

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Name:** | | **Matrikelnr.:** | |
| **Vorname:** | | **Semester:** | |
| **Lehramt? (ja/nein)** | | **Tutor / Übungsgr.:** | |

## Wichtige Hinweise:

- ☐ **Studentenausweis bitte sichtbar bereitlegen.**
- ☐ **Bitte nur das gestellte Papier verwenden. Bei Mangel: Handzeichen geben.**
- ☐ **Bitte Namen und Übungsgruppennummer auf jedes Blatt schreiben.**
- ☐ **Wer vor Ablauf der Zeit abgeben möchte: bitte Handzeichen geben.**
- ☐ **Dieses Blatt mit abgeben.**
- ☐ **Keinerlei Hilfsmittel! Keine Taschenrechner!**
- ☐ **Handys ausschalten und wegpacken!**

***** Rückgabe der Klausur am Freitag, 6.2.04 in den Übungsgruppen *****
**(Gruppenlose bei Philip Howell in der Sprechstunde)**

**Bitte wenden: Aufgaben auf der Rückseite** $\Longrightarrow \Longrightarrow \Longrightarrow \Longrightarrow \Longrightarrow$

---

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | $\Sigma$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| korrigiert von | | | | | | |
| Punkte | | | | | | |
| von maximal | 5 | 5 | 3 | 5 | 4 | 22 |

| Üb. | Schein | OP |
|---|---|---|
| | | |
| 69 | | |

OP = Klausur wird als erfolgreiche Orientierungsprüfung gewertet (nur 1./2. Semester)

$\boxed{1}$ **(a)** Beweisen Sie $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$ und $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$.
*Hinweis*: $\mathrm{e}^{2\mathrm{i}\theta} = (\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta})^2$ (**1** Punkt)

**(b)** Berechnen Sie mit einer geeigneten Substitution $I = \displaystyle\int_0^\infty \frac{\mathrm{e}^x}{(1+\mathrm{e}^x)^3}\,\mathrm{d}x$. (**2** Punkte)

**(c)** Sei $F(x,y) = \dfrac{x^2 y}{x+y}$. Berechnen Sie $\dfrac{\partial F}{\partial x}$ und $\dfrac{\partial F}{\partial y}$. (**2** Punkte)

$\boxed{2}$ Gegeben seien die Kraftfelder $\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r}) = \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix}$ und $\boldsymbol{F}_2(\boldsymbol{r}) = \begin{pmatrix} xy^2 \\ x^2 y \end{pmatrix}$ in der $xy$-Ebene.

**(a)** Zeigen Sie, dass eines der Felder konservativ und das andere nicht konservativ ist. Erläutern Sie, welche Eigenschaft ein konservatives Feld hat. (**2** Punkte)

**(b)** Berechnen Sie das Potential für $\boldsymbol{F}_2(\boldsymbol{r})$ durch Integration von $(0,0)$ bis zu einem beliebigen Punkt $(x,y)$ und überprüfen Sie das Ergebnis durch Ableiten. (**2** Punkte)

**(c)** Skizzieren Sie einige Feldlinien für $\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r})$. (**1** Punkt)

$\boxed{3}$ Gegeben sei ein harmonischer Oszillator mit der Bewegungsgleichung $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$. Bestimmen Sie die allgemeine *reelle* Lösung $x(t)$ für den Fall $\gamma = 2$, $\omega_0 = \sqrt{8}$ mit Hilfe des Ansatzes $x(t) = \mathrm{Re}[z(t)]$, wo $z(t) = A\,\mathrm{e}^{\lambda t}$ mit $A, \lambda \in \mathbb{C}$. Beschreiben Sie qualitativ das Verhalten von $x(t)$. (**3** Punkte)

$\boxed{4}$ Gegeben sei ein harmonischer Oszillator mit der Bewegungsgleichung $\ddot{x} + \omega_0^2 x = f(t)$.

**(a)** Berechnen Sie die allgemeine Lösung $x(t)$ für den inhomogenen Fall $f(t) = f_0 t$.
*Hinweis*: Hier ist eine lineare Funktion von $t$ nützlich. (**2** Punkte)

**(b)** Bestimmen Sie die Lösung $x(t)$ mit den Anfangsbedingungen $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$.
Für welche Zeiten gilt $\dot{x}(t) = 0$? Skizzieren Sie $x(t)$. (**3** Punkte)

$\boxed{5}$ Ein Teilchen der Masse $m$ bewege sich unter Einfluss der Kraft $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = -\dfrac{m\alpha}{r^3}\boldsymbol{e}_r$.

**(a)** Wie viele Erhaltungsgrößen gibt es? Eine Erhaltungsgröße kennen Sie nicht, aber nennen Sie die anderen. (**2** Punkte)

**(b)** Betrachten Sie eine Kreisbahn $\boldsymbol{r}(t) = r_0\,\boldsymbol{e}_r$. Zeigen Sie mit Hilfe der Bewegungsgleichung, dass die Umlaufzeit proportional zu $r_0^2$ ist. (**2** Punkte)