Theoretische Physik A

Institut für Theoretische Teilchenphysik

Prof. Dr. M. Steinhauser, Dr. L. Mihaila **WS 07/08**

Nachklausur: 07.04.2008 Bearbeitungsdauer: 2 Stunden

Name: Note: ja/nein

Matrikelnummer: Gruppe:

Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.

Aufgabe:	1	2	3	4	$\sum$

Aufgabe 1 (6 Punkte)

(a) Gegeben sei die Matrix

$$O = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} .$$

(i) Zeigen Sie, dass O eine Drehmatrix ist.

(ii) Bestimmen Sie die Drehachse.

(b) Ein Massenpunkt bewegt sich auf der folgenden Bahnkurve:

$$\vec{r}(t)^T = (R\cos\omega t + R\omega t \sin\omega t,\; -R\sin\omega t + R\omega t\cos\omega t,\; 0)\,, \text{ mit } R \text{ und } \omega \text{ konstant}\,.$$

(i) Berechnen Sie die Geschwindigkeit und die Beschleunigung des Massenpunktes.

(ii) Bestimmen Sie den auf 1 normierten Tangentenvektor als Funktion von t.

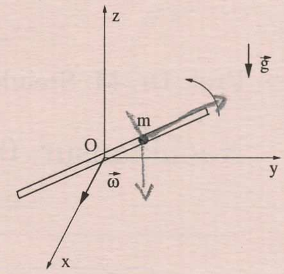
(iii) Skizzieren Sie die Bahnkurve des Massenpunktes.

(iv) Geben Sie die Bahnkurve in einem um den Winkel θ gegen den Uhrzeigersinn gedrehten Bezugssystem an. Dabei soll um die x-Achse gedreht werden.

(c) Ein Massenpunkt der Masse m bewege sich unter der Wirkung einer geschwindigkeitsabhängigen Kraft $F = -mg + mkv$. Berechnen Sie die Strecke s, die der Massenpunkt zurücklegt, wenn er von v_0 bis v_1 beschleunigt wird.
Hinweis : Stellen Sie die Bewegungsgleichung als Differentialgleichung für dv/dz dar: $dv/dt = (dv/dz)(dz/dt)$.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Eine hohle zylindrische Röhre dreht sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit in einer vertikalen Ebene (yz-Ebene) um eine hierzu senkrechte Achse (x-Achse), die durch ihren Mittelpunkt O geht. In der Röhre befindet sich eine kleine Kugel der Masse m, die sich reibungslos bewegen kann. Die Gravitationskraft wirkt in $(-z)$-Richtung.



(a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung der Kugel auf und lösen sie diese für folgende Anfangsbedingungen: Zur Zeit $t = 0$ befindet sich die Kugel in Ruhe bezueglich der Röhre im Abstand r_0 vom Punkt O.

(b) Für welchen Wert von r_0 schwingt die Kugel in der Röhre wie ein harmonischer Oszillator?

(c) Was geschieht mit der Kugel, wenn die unter (b) berechneten Bedingungen nicht erfüllt sind?

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Ein Massenpunkt der Masse m und Energie E bewegt sich im Potential

$$V(x) = V_0 \ln\left(1 + \frac{(x-x_0)^2}{x_0^2}\right) \quad \text{mit} \quad V_0, x_0 > 0 \quad \text{und} \quad E > 0\,.$$

(a) Finden Sie die zu diesem Potential gehörige Kraft und geben Sie die Bewegungsgleichung des Massenpunktes an.

(b) Skizzieren Sie $V(x)$ und bestimmen Sie die Umkehrpunkte der Bewegung.

(c) Zeigen Sie, dass für kleine Auslenkungen um die Ruhelage $V(x)$ näherungsweise durch das Potential eines harmonischen Oszillators beschrieben werden kann. Berechnen Sie die Frequenz ω des entsprechenden harmonischen Oszillators.

(d) Für größere Auslenkungen muss der nächste nichtverschwindende Term der Taylor-Entwicklung von $V(x)$ mit berücksichtigt werden. Berechnen Sie diesen Term.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Betrachten Sie die Bewegung eines Teilchen der Masse m im Potential $U(r) = -k/r + g/r^3$. Gegeben sei folgender Vektor

$$\vec{B} = k\,\frac{\vec{r}}{r} - \frac{\vec{p} \times \vec{L}}{m}\,,$$

wobei $\vec{p}$ der Impuls und $\vec{L}$ der Drehimpuls ist. Berechnen Sie die zeitliche Änderung des Vektors $\vec{B}$. Ist $\vec{B}$ eine Erhaltungsgröße?

Hilfsformeln:

$$(i) \qquad \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$$

$$(ii) \qquad \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}\,(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}\,(\vec{a} \cdot \vec{b})$$

$$(iii) \qquad f(x) = \sum_{i=0}^{n} \frac{f^{(i)}(x_0)}{i\,!}(x-x_0)^i + \mathcal{O}((x-x_0)^{n+1})\,,$$

wobei $f^{(i)}$ die i-te Ableitung der Funktion f bezeichnet.
