Klassischen Theoretischen Physik I WS 19/20

Prof. Dr. A. Shnirman
PD Dr. B. Narozhny

Klausur
12.02.2020

---

1. Unabhängige Kurzaufgaben: (25 Punkte)

(a) (5 Punkte) Betrachten Sie das Kraftfeld

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = \alpha\left(y^2z^3 - 12x^3z^2,\quad 2xyz^3,\quad 3xy^2z^2 - 6x^4z\right)$$

in drei Dimensionen. Ist das Kraftfeld konservativ? Begründen Sie Ihre Antwort.

(b) (10 Punkte) Betrachten Sie das Kraftfeld

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = \alpha\left(xy^2,\quad -x^2y\right)$$

in zwei Dimensionen. Ermitteln Sie die von $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})$ geleistete Arbeit entlang der Pfade

$$\gamma_1(t) = \left(t,\quad 0\right), \quad \gamma_2(t) = \left(1,\quad t\right), \quad \gamma_3(t) = \left(1-t,\quad 1-t\right), \quad t \in [0,1].$$

Diskutieren Sie ob $\boldsymbol{F}$ konservativ ist.

(c) (10 Punkte) Ein physikalisches Pendel besteht aus einem massenlosen festen Stab und einer Masse m am Ende des Stabes. Der Stab wird zunächst vertikal positioniert, wobei die Masse nach oben zeigt. Die Anfangsgeschwindigkeit sei null. Von dieser Position aus bewegt sich das Pendel in Richtung des stabilen Gleichgewichts und passiert es mit einer Winkelgeschwindigkeit von ω. Finden Sie die Kreisfrequenz der kleinen Schwingungen des Pendels (die Reibung können Sie vernachlässigen)

2. Newton'sche Dynamik I: (25 Punkte)

Ein Massenteilchen m bewegt sich in 3 Dimensionen aufgrund der Kraft

$$\boldsymbol{F} = -\alpha m \boldsymbol{r},$$

wobei $\alpha > 0$ eine positive Konstante ist und $\boldsymbol{r}$ der Radiusvektor des Teilchens relativ zum Koordinatenursprung ist. Finden Sie die Flugbahn seiner Bewegung, wenn im Anfangsmoment

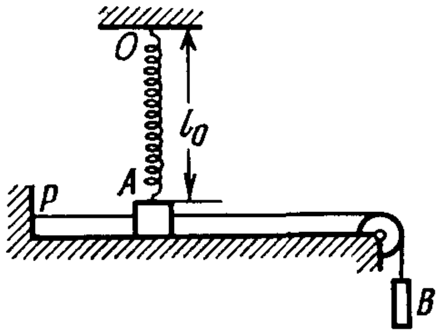
$$\boldsymbol{r}(t=0) = r_0\boldsymbol{e}_x, \quad \boldsymbol{v}(t=0) = v_0\boldsymbol{e}_y,$$

wobei $\boldsymbol{e}_x$ und $\boldsymbol{e}_y$ die Einheitsvektoren der x- und y- Achsen sind.

Hinweis: in diesem konkreten Fall könnten die Kartesischen Koordinaten praktischer sein.

3. Newton'sche Dynamik II: (25 Punkte)

Ein kleiner Stab A, der auf einer glatten horizontalen Ebene ruht, ist mit Fäden an einem Punkt P (siehe Abbildung) und mit Hilfe einer schwerelosen Rolle an einem Gewicht B befestigt, das die gleiche Masse wie den Stab selbst besitzt.

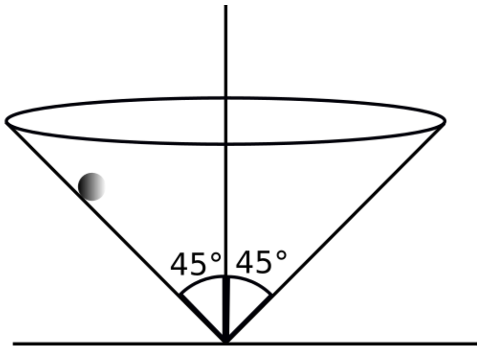


Außerdem ist der Stab auch an einem Punkt O mittels einer massenlosen, ungedehnten Feder der Länge l_0 und der Federkonstante $k = 5mg/l_0$ befestigt, wobei m die Masse des Stabes ist. Nachdem der Faden PA abgeschnitten wurde, beginnt sich der Stab zu bewegen. Finden Sie seine Geschwindigkeit in dem Moment, in dem er von der Ebene abhebt (fliegt).

Hinweis: es ist praktisch den Auslenkungswinkel der Feder einzuführen. Benutzen Sie den Energieerhaltungssatz.

4. **Freier Fall im Kegel:** (25 Punkte)

Ein Massenpunkt der Masse m befindet sich auf der inneren reibungslosen Oberfläche eines unendlich hohen, geraden Kreiskegels mit halbem Öffnungswinkel von 45°. Die Achse des nach oben geöffneten Kegels steht senkrecht zur Erdoberfläche. Auf den Massenpunkt wirkt die übliche Gravitationskraft.



(a) (10 Punkte) Die Anfangsgeschwindigkeit mit Betrag v_0 ist horizontal ausgerichtet. Wie muss man die Anfangshöhe $z_0(v_0)$ wählen, sodass die Höhe konstant bleibt, $z(t) = z_0$.

(b) (15 Punkte) Wir bleiben bei der gleichen horizontalen Anfangsgeschwindigkeit v_0. Die neue Anfangshöhe ist jetzt aber nach oben verschoben $z(t = 0) = z_0(v_0) + \Delta z$. Zeigen Sie, dass die Höhe als Funktion der Zeit oszilliert. Finden Sie die Oszillationsfrequenz für den Fall $\Delta z \ll z_0(v_0)$.

Hinweise: Aufgabe a) lässt sich einfach durch die Bilanz der Kräfte lösen. Dann kann man b) mit Hilfe der Bewegungsgleichungen lösen. Die Polar-Koordinaten (Kugel-Koordinaten) könnten praktisch sein. Alternativ lassen sich a) und b) lösen in dem man das Problem ähnlich zum Keppler-Problem beschreibt. Betrachten Sie die erhaltene Drehimpulskomponente und führen Sie das efffektive Potential ein.

Bonusfrage (5 Punkte). Warum fällt die Münze immer durch das Loch im Spendentrichter?