Klassische Theoretische Physik I

Institut für Theoretische Teilchenphysik

Prof. Dr. M. Steinhauser, Dr. T. Ewerth **WS 10/11**

Übungsklausur Block 1 & 2, 17.12.2010 Bearbeitungsdauer: 80 min

Rückgabe: 14.01.2011

Name:

Matrikelnummer: Gruppe:

Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Abgesehen von Schreibzeug und unbeschriebenem Papier werden keine weiteren Hilfsmittel zugelassen.

Aufgabe 1:	2:	3:	4:	Σ:

Aufgabe 1 (17 Punkte): Vermischtes

(a) Gegeben sind zwei Vektoren $\vec{a} = (1, 2, 1)^{\mathrm{T}}$ und $\vec{b} = (1, 0, 3)^{\mathrm{T}}$. Berechnen Sie $\vec{a} \cdot \vec{b}$ und $\vec{a} \times \vec{b}$.

(b) Zeigen Sie, dass

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

eine Drehmatrix ist.

(c) Skizzieren Sie das Kraftfeld

$$\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix}$$

in der xy-Ebene.

(d) Gegeben ist die eindimensionale Bahnkurve $x(t) = x_0 \sin(\omega t)$, wobei x_0 und ω positive Konstanten sind. Zeichnen Sie für positive Zeiten t die dazugehörige Kurve im Phasenraumdiagram. Zeichnen Sie auch die Richtung ein, in der die Bahn durchlaufen wird.

Aufgabe 2 (15 Punkte): Bahnkurve

Ein Massenpunkt bewegt sich auf der Bahnkurve

$$\vec{r}(t) = A \cos(\omega t)\, \vec{e}_x + B \sin(\omega t)\, \vec{e}_y + \frac{h\omega t}{2\pi}\, \vec{e}_z \,,$$

Bitte wenden.

wobei $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$ und $\vec{e}_z$ die kartesischen Einheitsvektoren in x-, y- bzw. z-Richtung bezeichen, und A, B, ω und h positive Konstanten sind.

(a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ des Massenpunktes und deren Betrag.

(b) Berechnen Sie die Beschleunigung $\vec{a}(t)$ des Massenpunktes und deren Betrag.

(c) Zeichnen Sie die Bahnkurve für $t \geq 0$ inklusive der Richtung, in der sie durchlaufen wird.

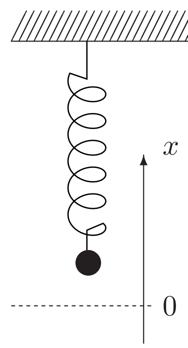
(d) Sei nun $A = B$. Drücken Sie $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$, $\vec{a}(t)$ für diesen Fall durch Zylinderkoordinaten aus.
Hinweis: Die Einheitsvektoren von Zylinderkoordinaten sind gegeben durch

$$\vec{e}_\rho = \begin{pmatrix} \cos\phi \\ \sin\phi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_\phi = \begin{pmatrix} -\sin\phi \\ \cos\phi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3 (8 Punkte): Federschwingung

Auf eine Masse, die an einer Feder hängend um die Ruhelage $x = 0$ schwingt (siehe Abb.), wirkt die Beschleunigung

$$\ddot{x}(t) = -\alpha x(t)\,, \qquad (*)$$



wobei α eine positive Konstante ist.

(a) Zeigen Sie, dass $(*)$ gelöst werden kann mittels des Ansatzes

$$x(t) = A\sin(\kappa t) + B\cos(\kappa t)\,,$$

und bestimmen Sie die Konstanten A, B und κ für die Anfangsbedingungen $x(0) = x_0$ und $\dot{x}(0) = 0\,.$

(b) Welchen Betrag hat die Geschwindigkeit $\dot{x}(t)$ des Massenpunktes beim Durchqueren der Ruhelage der Feder (d.h. bei $x(t) = 0$)?

Aufgabe 4 (20 Punkte): Teufelsrad

Das Teufelsrad sei eine Scheibe mit Radius R, die sich im Inertialsystem IS mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω gegen den Uhrzeigesinn um die z-Achse dreht. Die Scheibe selbst befindet sich in der xy-Ebene, und der Mittelpunkt der Scheibe fällt mit dem Ursprung von IS zusammen. Sie sitzen auf dem Teufelsrad im Abstand d von der Drehachse entfernt. Zur Zeit $t = 0$, als Sie am Punkt $(x, y, z) = (d, 0, 0)$ sitzen, verlieren Sie einen Schuh, der (ohne Reibung) einen schwarzen Strich hinterlässt.

(a) Bestimmen Sie die Bahnkurve $\vec{r}_{\mathrm{IS}}(t)$ des Schuhs im Inertialsystem IS.

(b) Wann erreicht der Schuh den Rand der Scheibe?

(c) Bestimmen Sie aus $\vec{r}_{\mathrm{IS}}(t)$ die Spur $\vec{r}_{\mathrm{T}}(t)$ des Schuhs auf dem Teufelsrad.
Hinweis: Führen Sie ein kartesisches Koordinatensystem T ein, das fest mit dem Teufelsrad verbunden ist und zur Zeit $t = 0$ mit IS zusammenfällt.

(d) Skizzieren Sie die Spur des Schuhs auf dem Teufelsrad.