

Klassische Theoretische Physik I

Institut für Theoretische Teilchenphysik

Prof. Dr. M. Steinhauser, Dr. T. Ewerth

WS 10/11

Übungsklausur Block 3, 17.12.2010

Bearbeitungsdauer: 80 min

Rückgabe: 14.01.2011

Name:

Matrikelnummer:

Gruppe:

Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer. Abgesehen von Schreibzeug und unbeschriebenem Papier werden keine weiteren Hilfsmittel zugelassen.

Aufgabe 1:

2:

3:

4:

Σ :

Aufgabe 1 (17 Punkte): Vermischtes

(a) Gegeben sind zwei Vektoren $\vec{a} = (1, 2, 1)^T$ und $\vec{b} = (0, 1, 3)^T$. Berechnen Sie $\vec{a} \cdot \vec{b}$ und $\vec{a} \times \vec{b}$.

(b) Zeigen Sie, dass

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

eine Drehmatrix ist.

(c) Skizzieren Sie das Kraftfeld

$$\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix}$$

in der xy -Ebene.

(d) Gegeben ist die eindimensionale Bahnkurve $x(t) = x_0 \sin(\omega t)$, wobei x_0 und ω positive Konstanten sind. Zeichnen Sie für positive Zeiten t die dazugehörige Kurve im Phasenraumdiagramm. Zeichnen Sie auch die Richtung ein, in der die Bahn durchlaufen wird.

Aufgabe 2 (15 Punkte): Bahnkurve

Ein Massenpunkt bewegt sich auf der Bahnkurve

$$\vec{r}(t) = A \cos(\omega t) \vec{e}_x + B \sin(\omega t) \vec{e}_y + \frac{h\omega t}{2\pi} \vec{e}_z,$$

Bitte wenden.

wobei \vec{e}_x , \vec{e}_y und \vec{e}_z die kartesischen Einheitsvektoren in x -, y - bzw. z -Richtung bezeichnen, und A , B , ω und h positive Konstanten sind.

- Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ des Massenpunktes und deren Betrag.
- Berechnen Sie die Beschleunigung $\vec{a}(t)$ des Massenpunktes und deren Betrag.
- Zeichnen Sie die Bahnkurve für $t \geq 0$ inklusive der Richtung, in der sie durchlaufen wird.
- Sei nun $A = B$. Drücken Sie $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$, $\vec{a}(t)$ für diesen Fall durch Zylinderkoordinaten aus.

Hinweis: Die Einheitsvektoren von Zylinderkoordinaten sind gegeben durch

$$\vec{e}_\rho = \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_\phi = \begin{pmatrix} -\sin \phi \\ \cos \phi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3 (8 Punkte): Pendelschwingung

Auf eine Masse, die an einem Faden hängend um die Ruhelage $\theta = 0$ schwingt (siehe Abb.), wirkt die Beschleunigung

$$\ddot{\theta}(t) = -\alpha\theta(t), \quad (*)$$

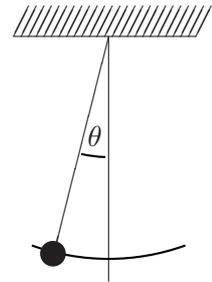
wobei α eine positive Konstante ist.

- Zeigen Sie, dass (*) gelöst werden kann mittels des Ansatzes

$$\theta(t) = A \sin(\kappa t) + B \cos(\kappa t),$$

und bestimmen Sie die Konstanten A , B und κ für die Anfangsbedingungen $\theta(0) = \theta_0$ und $\dot{\theta}(0) = 0$.

- Welchen Betrag hat die Geschwindigkeit $\dot{\theta}(t)$ des Massenpunktes beim Durchqueren der Ruhelage des Pendels (d.h. bei $\theta(t) = 0$)?



Aufgabe 4 (20 Punkte): Teufelsrad

Das Teufelsrad sei eine Scheibe mit Radius R , die sich im Inertialsystem IS mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω gegen den Uhrzeigersinn um die z -Achse dreht. Die Scheibe selbst befindet sich in der xy -Ebene, und der Mittelpunkt der Scheibe fällt mit dem Ursprung von IS zusammen. Sie sitzen auf dem Teufelsrad im Abstand d von der Drehachse entfernt. Zur Zeit $t = 0$, als Sie am Punkt $(x, y, z) = (d, 0, 0)$ sitzen, verlieren Sie einen Schuh, der (ohne Reibung) einen schwarzen Strich hinterlässt.

- Bestimmen Sie die Bahnkurve $\vec{r}_{\text{IS}}(t)$ des Schuhs im Inertialsystem IS.
- Wann erreicht der Schuh den Rand der Scheibe?
- Bestimmen Sie aus $\vec{r}_{\text{IS}}(t)$ die Spur $\vec{r}_{\text{T}}(t)$ des Schuhs auf dem Teufelsrad.

Hinweis: Führen Sie ein kartesisches Koordinatensystem T ein, das fest mit dem Teufelsrad verbunden ist und zur Zeit $t = 0$ mit IS zusammenfällt.

- Skizzieren Sie die Spur des Schuhs auf dem Teufelsrad.