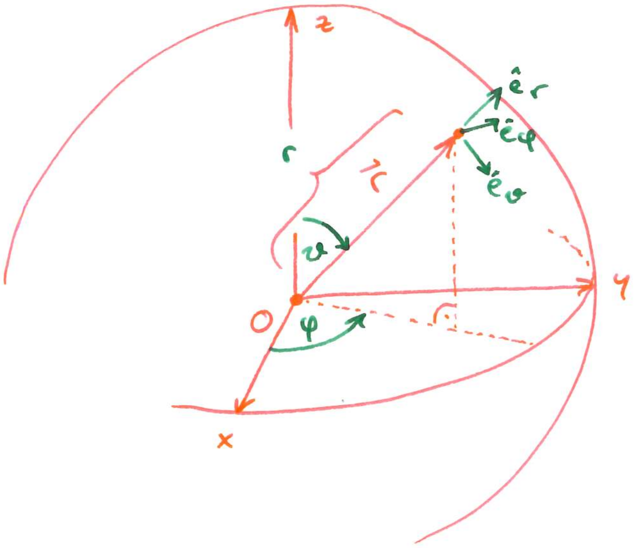
Basics – Kugelkoordinaten

Motivation: Kugelsymmetrische (Radialsymmetrische) Probleme einfacher parametrisieren.



r ... Radius
φ ... Azimutwinkel
ϑ ... Polarwinkel

Jeder Punkt im Raum kann durch diese drei Parameter eindeutig beschrieben werden.

Bsp.:

$$\vec{r}_{(xyz)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = 1\hat{e}_x + 2\hat{e}_y + 3\hat{e}_z$$

$$r = \sqrt{1+4+9}$$

$$\vartheta = \arccos\left(\frac{z}{r}\right) = \arccos\left(\frac{3}{\sqrt{14}}\right)$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) = \arctan(2)$$

$$\Rightarrow \vec{r}_{(pol)} = \sqrt{14}\,\hat{e}_r + \arccos\left(\frac{3}{\sqrt{14}}\right)\hat{e}_\vartheta + \arctan(2)\,\hat{e}_\varphi$$

Drückt man die Basisvektoren des Polarkoordinatensystems in kartesischen Koordinaten aus, erhält man bspw.

$$\hat{e}_\varphi = \begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix}$$

⚠ Basisvektor hängt hier von deiner Koordinate ab!

VERGLEICHE MIT SKIZZE!

Hinweise zum Blatt:

- es bietet sich sehr an, die Aufgaben der Reihe nach zu bearbeiten
- es sind keine seitenlangen Rechnungen erforderlich
- eine Transformationsmatrix ist eine orthogonale Matrix $\Rightarrow$ paarweise senkrechte Zeilen- und Spaltenvektoren