Institut für Theoretische Teilchenphysik

Theoretische Physik A

WS 2000/01

Prof. Dr. J. Kühn / Dr. W. Kilian **Blatt 1** 20. 10. 2000

Präsenzübung

1. Hyperbelfunktionen

Die Hyperbelfunktionen $\sinh x$ und $\cosh x$ sind in der folgenden Weise definiert:

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \qquad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

Zeigen Sie mit Hilfe dieser Definitionen:

(a) $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

(b) $\frac{d}{dx} \sinh x = \cosh x$ und $\frac{d}{dx} \cosh x = \sinh x$

(c) Die Umkehrfunktion $\operatorname{Arsinh} y$ (*Area-sinus-hyperbolicus*) läßt sich wie folgt berechnen:

$$\operatorname{Arsinh} y = \ln(y + \sqrt{y^2 + 1})$$

D.h., falls $y = \sinh x$, dann ist $x = \ln(y + \sqrt{y^2 + 1})$.

Skizzieren Sie die Funktionen $\sinh x$ und $\cosh x$.

2. Bahnkurve

Ein Massenpunkt bewegt sich auf der Bahnkurve

$$x(t) = r \cos \omega t,$$
$$y(t) = r \sin \omega t,$$

wobei r und ω konstant sind. Bestimmen Sie

(a) die Geschwindigkeit $\mathbf{v}(t) = (v_x(t), v_y(t))$,

(b) den Betrag der Geschwindigkeit $v(t) = |\mathbf{v}(t)|$,

(c) die Beschleunigung $\mathbf{a}(t) = (a_x(t), a_y(t))$,

(d) den Betrag der Beschleunigung $a(t) = |\mathbf{a}(t)|$.

(e) Skizzieren Sie die Bahnkurve.

3. Integral

Zeigen Sie durch Integration, daß

$$\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + 2bx + c}} = \frac{-1}{\sqrt{-a}} \arcsin \frac{ax + b}{\sqrt{b^2 - ac}}, \tag{1}$$

falls

$$a < 0 \qquad \text{und} \qquad b^2 - ac > 0. \tag{2}$$

Möglicher Lösungsweg:

(a) Finden Sie eine Substitution der Form $y = x - x_0$, so daß

$$ax^2 + 2bx + c = a(y^2 - y_0^2)$$

Hier sind die Konstanten x_0 und y_0 zu bestimmen.

(b) Das resultierende Integral läßt sich mit Hilfe der Substitution $y = y_0 \sin \phi$ berechnen. Wo gehen die Bedingungen (2) in die Rechnung ein?

Das griechische Alphabet:

A	α	Alpha
B	β	Beta
Γ	γ	Gamma
Δ	δ	Delta
E	ϵ, ε	Epsilon
Z	ζ	Zeta
H	η	Eta
Θ	θ, ϑ	Theta
I	ι	Iota
K	κ	Kappa
Λ	λ	Lambda
M	μ	My

N	ν	Ny
Ξ	ξ	Xi
O	o	Omikron
Π	π	Pi
P	ρ, ϱ	Rho
Σ	σ, ς	Sigma
T	τ	Tau
Y, Υ	υ	Ypsilon
Φ	ϕ, φ	Phi
X	χ	Chi
Ψ	ψ	Psi
Ω	ω	Omega