Institut für Theoretische Teilchenphysik

Theoretische Physik A

WS 2000/01

Prof. Dr. J. Kühn / Dr. W. Kilian **Blatt 1** 20. 10. 2000

Lösungsvorschläge

1. Hyperbelfunktionen

(a)

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = \frac{e^{2x} + 2 + e^{-2x}}{4} - \frac{e^{2x} - 2 + e^{-2x}}{4} = 1$$

(b)

$$\frac{d}{dx}\sinh x = \frac{e^x - (-e^{-x})}{2} = \cosh x, \qquad \cosh x \text{ analog.}$$

(c)

$$\ln(y + \sqrt{y^2+1}) = \ln\left(\sinh x + \sqrt{\sinh^2 x + 1}\right) = \ln\left(\sinh x + \cosh x\right) = \ln\left(e^x\right) = x$$

2. Bahnkurve

(a)

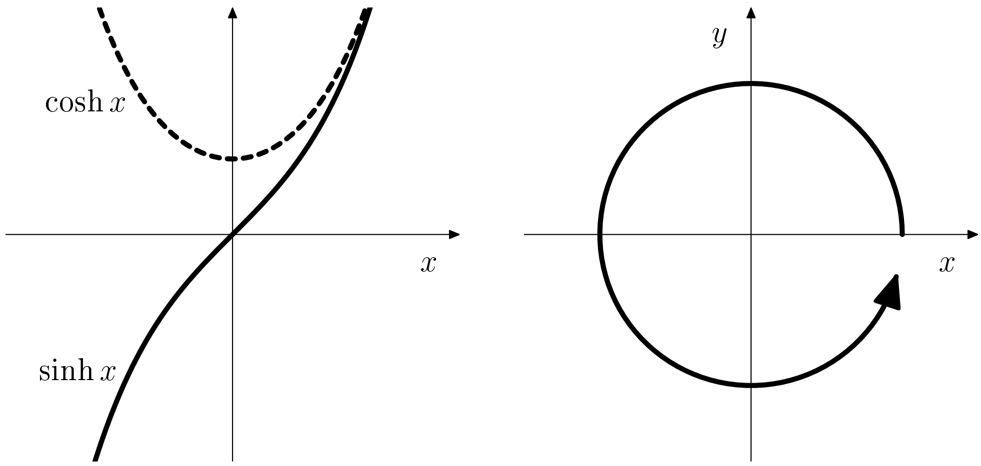
$$\mathbf{v}(t) = \begin{pmatrix} -r\omega\sin\omega t \\ r\omega\cos\omega t \end{pmatrix}$$

(b) $v(t) = \sqrt{v_x(t)^2 + v_y(t)^2} = r\omega$ (konstant)

(c)

$$\mathbf{a}(t) = \begin{pmatrix} -r\omega^2\cos\omega t \\ -r\omega^2\sin\omega t \end{pmatrix}$$

(d) $a(t) = \sqrt{a_x(t)^2 + a_y(t)^2} = r\omega^2$ (konstant)



3. Integral

(a) Aus Koeffizientenvergleich in

$$ax^2 + 2bx + c = a(y^2 - y_0^2)$$

folgt mit $y = x - x_0$: $x_0 = -b/a$ und $y_0 = \sqrt{b^2 - ac}/(-a)$. Das Vorzeichen ist so gewählt, daß y_0 positiv ist. Damit lautet das Integral:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + 2bx + c}} = \frac{1}{\sqrt{-a}} \int \frac{dy}{\sqrt{y_0^2 - y^2}}$$

(b) Substitution:

$$y = y_0 \sin\phi, \qquad dy = y_0 \cos\phi \, d\phi$$

also

$$\int \frac{dy}{\sqrt{y_0^2 - y^2}} = \int d\phi = \phi = \arcsin\frac{y}{y_0}$$

Einsetzen ergibt

$$\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + 2bx + c}} = -\frac{1}{\sqrt{-a}} \arcsin\frac{ax + b}{\sqrt{b^2 - ac}}$$

wobei noch $\arcsin(-y) = -\arcsin y$ ausgenutzt wurde.