Institut für Theoretische Teilchenphysik

Theoretische Physik A

WS 2000/01

Prof. Dr. J. Kühn / Dr. W. Kilian **Blatt 6** 24. 11. 2000

Abgabe: Mittwoch, 22. 11. bis 10:30

1. Drehungen im $\mathbb{R}^3$ (6 Punkte)

(a) Bestimmen Sie die Matrix der Drehung, die entsteht, wenn man erst eine Drehung um den Winkel α um die z-Achse und dann eine Drehung um den Winkel β um die y-Achse durchführt.

(b) Zeigen Sie an jeweils einem Beispiel: Die Zeilenvektoren der resultierenden Matrix haben die Länge 1 und stehen paarweise orthogonal aufeinander.

(c) Zeigen Sie, daß es hier auf die Reihenfolge der Drehungen ankommt.

2. Bezugssysteme (6 Punkte)

Ein Massepunkt bewegt sich auf der Bahnkurve

$$\mathbf{r}(t) = a\mathbf{e}_1 + bt\mathbf{e}_3$$

Geben Sie die Bahnkurve in den folgenden Bezugssystemen an:

(a) Um den Vektor $c\mathbf{e}_3$ verschoben [d.h., der Koordinatenursprung des neuen Bezugssystems liegt bei $(0, 0, c)$ im alten System].

(b) Um den Winkel π um die x_2-Achse gedreht.

(c) Um den Winkel $\pi/4$ gegen den Uhrzeigersinn um die x_3-Achse gedreht.

(d) Gleichförmig mit Geschwindigkeit $\mathbf{v} = v\mathbf{e}_1$ bewegt [für $t = 0$ sollen die Koordinaten beider Systeme zusammenfallen].

(e) Gleichförmig mit Geschwindigkeit $\mathbf{v} = b\mathbf{e}_3$ bewegt [für $t = a/b$ sollen die Koordinaten beider Systeme zusammenfallen].

(f) Mit konstanter Beschleunigung $\mathbf{a} = c(\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_3)$ bewegt [für $t = 0$ sollen die Koordinaten beider Systeme zusammenfallen und die Relativgeschwindigkeit beider Systeme verschwinden].

3. Inertialsysteme (8 Punkte)

Ein Massepunkt bewegt sich im Inertialsystem $\mathcal{A}$ auf der Bahnkurve

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{c} + \mathbf{v}t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2,$$

wobei $\mathbf{c}$, $\mathbf{v}$ und $\mathbf{a}$ beliebige dreikomponentige Vektoren sind.

(a) Finden Sie eine Transformation auf ein Inertialsystem $\mathcal{B}$, so daß in $\mathcal{B}$ $\mathbf{r}(0) = 0$ und $\dot{\mathbf{r}}(0) = 0$ gilt. Geben Sie die Bahnkurve in $\mathcal{B}$ an.

(b) Berechnen Sie die Drehmatrix D, die aus diesem Inertialsystem $\mathcal{B}$ in ein Inertialsystem $\mathcal{C}$ transformiert, so daß die Beschleunigung in $\mathcal{C}$ in positive z-Richtung zeigt. Geben Sie die Bahnkurve in $\mathcal{C}$ an.

Hinweis: Finden Sie zunächst eine Drehung um die z-Achse (Drehwinkel ϕ), so daß der gedrehte Beschleunigungsvektor keine y-Komponente mehr hat, und dann eine Drehung um die y-Achse (Drehwinkel θ), so daß danach auch die x-Komponente verschwindet. Zur Bestimmung der Drehmatrizen können Sie die Relationen

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}} \quad \text{und} \quad \sin\alpha = \frac{\tan\alpha}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}$$

verwenden.