

Abgabe: Mittwoch, 29. 11. bis 10:30

1. Approximation (3 Punkte)

Geben Sie die ersten drei nichtverschwindenden Terme der Taylorreihe um $x = 0$ für $f(x) = \sin x$ an und werten Sie diese für $x = \pi/6 = 30^\circ$ numerisch aus (Taschenrechner, z.B. 8 Stellen). Berechnen Sie jeweils die numerische Abweichung vom exakten Resultat.

2. Taylorreihen (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Potenzreihenentwicklung um $x = 0$ bis zur Ordnung x^2 (einschließlich) für

(a) $f(x) = \frac{\sin x}{1+x}$

(b) $f(x) = \ln \frac{1-x^2}{1+x^2}$

3. Gauß-Funktion (4 Punkte)

Die Gauß-Funktion $f(x)$ finden Sie auf jedem 10-DM-Schein. Wählen Sie $\mu = 0$ und $\sigma = 1$ und definieren Sie für diesen Fall

$$F(x) = \int_{-x}^x dy f(y).$$

Bestimmen Sie die ersten drei nichtverschwindenden Terme der Taylorentwicklung um $x = 0$ für $F(x)$.

4. Erdbeschleunigung (3 Punkte)

Wie groß ist der relative Unterschied der Erdbeschleunigung auf Normal-Null zur Erdbeschleunigung in 20 km Höhe?

$$\delta g(20 \text{ km}) = \frac{g(NN) - g(20 \text{ km})}{g(NN)}$$

Entwickeln Sie dazu $g(r)$ in eine Taylorreihe um $r_0 \approx 6000$ km (Erdradius), wobei Sie $g(r) \propto 1/r^2$ voraussetzen können.

5. Taylorreihen (6 Punkte)

Berechnen Sie die vollständige Potenzreihenentwicklung um $x = x_0$ (d.h. alle Terme der Taylorreihe) für die folgenden Funktionen:

(a) $f(x) = (x - 2)(x + 1), \quad x_0 = -1$

(b) $f(x) = \frac{1}{1 - x^2}, \quad x_0 = 0$ [Hinweis: Sie kennen bereits die Reihe für $\frac{1}{1-x}$.]

(c) $f(x) = e^{-1/x^2}, \quad x_0 = 0$ [Hinweis: $\lim_{x \rightarrow 0} x^p e^{-1/x^2} = 0$ für alle $p \in \mathbb{R}$.]

Die 1. Klausur zur Theorie A findet am Samstag, dem 2. Dezember von 9:30 bis 11:30 im Gerthsen-Hörsaal statt. Voraussetzung zur Teilnahme sind 50% der Punkte aus den Übungsblättern 2–7.