Institut für Theoretische Teilchenphysik

Theoretische Physik A

WS 2000/01

Prof. Dr. J. Kühn / Dr. W. Kilian **Blatt 12** 19. 1. 2001

Abgabe: Mittwoch, 17. 1. bis 10:30

1. Energieerhaltung (8 Punkte)

Für welche der folgenden Bewegungsgleichungen ist die Energie erhalten? Geben Sie das Potential $U(\mathbf{r}, t)$ an, sofern es existiert.

(a) $m\ddot{\mathbf{r}} = -c|\dot{\mathbf{r}}|\dot{\mathbf{r}}$

(b) $m\ddot{\mathbf{r}} = -k\mathbf{r}$

(c) $m\ddot{\mathbf{r}} = q\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}$

(d) $m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{a}t$

Hier sind c, k, q, $\mathbf{B}$ und $\mathbf{a}$ konstant.

2. Lenzscher Vektor (12 Punkte)

Gegeben ist ein Zentralkraftproblem mit Newtonscher Bewegungsgleichung

$$m\ddot{\mathbf{r}} = F(r)\,\mathbf{e}_r \tag{1}$$

($\mathbf{e}_r = \mathbf{r}/r$). Die Bewegung soll in der xy-Ebene verlaufen. Betrachten Sie zunächst eine kreisförmige Bewegung und zeigen Sie für diesen Fall:

(a) Die Winkelgeschwindigkeit $\omega = \dot{\phi}$ ist konstant. Wie ist der Zusammenhang zwischen $F(r)$ und ω? (Verwenden Sie Polarkoordinaten.) (2 Punkte)

(b) Der *Lenzsche Vektor*

$$\boldsymbol{\epsilon} = -\frac{\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{L}}{r^2 F(r)} - \mathbf{e}_r$$

verschwindet identisch. (3 Punkte)

Der Lenzsche Vektor ist also ein Maß für die Abweichung von einer Kreisbahn. Zeigen Sie nun für eine beliebige Lösung $\mathbf{r}(t)$ der Bewegungsgleichung:

(c) Der Vektor $\boldsymbol{\epsilon}$ liegt stets in der Bahnebene. (2 Punkte)

(d) An den Stellen, wo r minimal oder maximal wird (Perihel oder Aphel), ist $\boldsymbol{\epsilon}$ parallel zu $\mathbf{r}$. [Hinweis: Wenn r ein Extremum hat, dann auch $r^2 = \mathbf{r}^2$.] (2 Punkte)

(e) $\boldsymbol{\epsilon}$ ist genau dann konstant, wenn entweder r konstant ist (Kreisbahn, s.o.) oder $F(r) \propto \frac{1}{r^2}$ gilt (Gravitationskraft). (3 Punkte)

Hinweis: Setzen Sie zur Vereinfachung $f(r) = r^2 F(r)$. Bei der Berechnung von $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}$ können Sie die Bewegungsgleichung (1), die Definition des Drehimpulses $\mathbf{L}$ und die Relation $\dot{r} = \mathbf{e}_r \cdot \dot{\mathbf{r}}$ benutzen. Damit sollten alle Terme, die nicht proportional zu $f'(r)$ sind, wegfallen.