

## Übungen zur Theoretischen Physik A WS 02/03

PROF. P. WÖLFLE

DR. M. GREITER

Blatt 2

21.10.02

---

**1. Integrationsmethoden**

Die Hyperbelfunktionen und ihre Ableitungen wurden auf Blatt 1 eingeführt. Verifizieren Sie auf verschiedene Arten, dass

$$\int dx \cosh^2 x = \frac{1}{2}(x + \sinh x \cosh x) : \quad (1)$$

- (a) durch Differenzieren der rechten Seite,
- (b) durch Integration der linken Seite nach Einsetzen der Definition von  $\cosh x$ ,
- (c) durch partielle Integration der linken Seite und Verwendung der Formel

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1.$$

**2. Bahnkurve II**

Ein Massenpunkt bewegt sich auf der Bahnkurve

$$\begin{aligned} x(t) &= ct, \\ y(t) &= r \sin \omega t \end{aligned}$$

mit konstanten Parametern  $c$ ,  $r$  und  $\omega$ . Bestimmen Sie

- (a) die Geschwindigkeit  $\mathbf{v}(t) = (v_x(t), v_y(t))$ ,
- (b) den Betrag der Geschwindigkeit  $v(t) = |\mathbf{v}(t)|$ ,
- (c) die Beschleunigung  $\mathbf{a}(t) = (a_x(t), a_y(t))$ ,
- (d) den Betrag der Beschleunigung  $a(t) = |\mathbf{a}(t)|$ .
- (e) Skizzieren Sie die Bahnkurve.

### 3. Bahnkurve III

Wie die vorige Aufgabe, jedoch für die Bahnkurve

$$\begin{aligned}x(t) &= r(t) \sin \omega t, \\y(t) &= r(t) \cos \omega t\end{aligned}$$

mit

$$r(t) = ct,$$

wobei  $c$  und  $\omega$  konstant sind.

### 4. Integral

Zeigen Sie durch Integration, dass

$$\int dx \sqrt{ax^2 + 2bx + c} = \frac{ac - b^2}{2a^{3/2}} \operatorname{Arsinh} \frac{ax + b}{\sqrt{ac - b^2}} + \frac{ax + b}{2a} \sqrt{ax^2 + 2bx + c}, \quad (2)$$

falls  $a > 0$  und  $ac - b^2 > 0$ .

Möglicher Lösungsweg:

(a) Finden Sie eine Substitution der Form  $y = x - x_0$ , so daß

$$ax^2 + 2bx + c = a(y^2 + y_0^2)$$

Hier sind die Konstanten  $x_0$  und  $y_0$  zu bestimmen.

(b) Das resultierende Integral lässt sich mit Hilfe der Substitution  $y = y_0 \sinh \phi$  auf das Integral Gl. (??) zurückführen.

(c) Durch Einsetzen von  $\cosh x = \sqrt{1 + \sinh^2 x}$  erhält man die gewünschte Lösung.