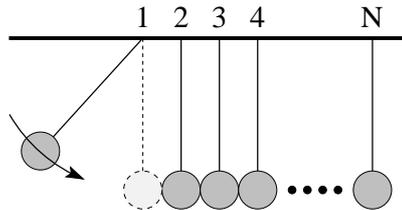


## Übungen zur Theoretischen Physik A WS 02/03

PROF. P. WÖLFLE  
DR. M. GREITERBlatt 4  
04.11.02

## 1. Kugelkette



Gegeben sei eine Kugelkette (siehe Skizze) mit  $N$  gleichen Massen

$$m_1 = m_2 = \dots = m_N.$$

Im Ausgangszustand (initial state  $i$ ) sei nur der Impuls der ersten Kugel von Null verschieden:

$$p_1^i > 0, \quad p_2^i = p_3^i = \dots = p_N^i = 0.$$

Als Endzustand (final state  $f$ ) wollen wir den Zustand betrachten, in dem alle Impulsüberträge stattgefunden haben, die Positionen der Kugeln sich jedoch nur infinitesimal verändert haben. Aus geometrischen Gründen gilt

$$p_1^f \leq p_2^f \leq \dots \leq p_N^f.$$

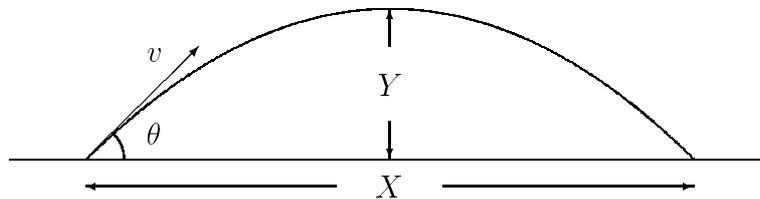
- (a) Welche Endzustände  $\{p_1^f, p_2^f, \dots, p_N^f\}$  sind nach dem Energie- und dem Impulserhaltungssatz möglich? Betrachten Sie insbesondere die Fälle  $N = 2$  und  $N = 3$ . Wann gibt es eine eindeutige Lösung?
- (b) Im Experiment ist der Endzustand immer eindeutig durch

$$p_1^i = p_2^i = \dots = p_{N-1}^i = 0, \quad p_N^f = p_1^i,$$

gegeben. Sind die in (a) angestellten theoretischen Überlegungen ausreichend, um das Experiment zu erklären? Worin könnten die Gründe hierfür liegen?

## 2. Schiefer Wurf: Teil I

Eine Kanone schießt mit einem Anstellwinkel  $\theta$ :



- (a) Bestimmen Sie die Bahnkurve  $\mathbf{r}(t)$  der Kugel. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  sei die Kugel am Ort  $\mathbf{r}(0) = (0, 0)$ , der Betrag der Geschwindigkeit  $|\mathbf{v}(0)| = v$  und der Anstellwinkel  $\theta$ . Die Beschleunigung sei konstant  $\mathbf{a} = (0, -g)$ .  
Hinweis:  $\mathbf{a}(t) = \dot{\mathbf{v}}(t) = \ddot{\mathbf{r}}(t)$  ist vorgegeben; durch Integration erhalten Sie zunächst  $\mathbf{v}(t)$  und dann  $\mathbf{r}(t)$ . Die jeweiligen Integrationskonstanten sind durch die Vorgabe von  $\mathbf{v}(0)$  und  $\mathbf{r}(0)$  festgelegt.
- (b) Berechnen Sie den Zeitpunkt  $T$  und den Abstand  $X$ , bei dem die Kugel wieder am Boden auftrifft.
- (c) Berechnen Sie die Höhe  $Y$  am Scheitelpunkt der Bahn.
- (d) Bei welchem Winkel  $\theta$  wird der Abstand  $X$  maximal, falls  $v$  und  $g$  fest vorgegeben sind?

Hinweis:  $2 \sin \theta \cos \theta = \sin 2\theta$

## 3. Schiefer Wurf: Teil II

- (e) Zeigen Sie: Die bis zum Zeitpunkt  $T$  zurückgelegte Bogenlänge  $L(t)$  auf der Bahn ist gegeben durch

$$L = \frac{v^2}{g} [\cos^2 \theta \operatorname{Arsinh}(\tan \theta) + \sin \theta].$$

Hinweis: Verwenden Sie das Integral aus Blatt 2, Aufgabe 4.

- (f) Verifizieren Sie anhand des Ausdrucks für  $L$ , dass für kleine Winkel  $\theta \approx 0$  die Bogenlänge  $L$  annähernd gleich  $X$  ist, während für den Winkel  $\theta = \pi/2$  gerade der Weg  $L = 2Y$  zurückgelegt wird.

Hinweis: Für  $\theta \approx 0$  können Sie näherungsweise  $\cos \theta = 1$ ,  $\sin \theta = \theta$  und  $\operatorname{Arsinh} \theta = \theta$  setzen. Im Grenzfall  $\theta \rightarrow \pi/2$  gilt

$$\lim_{\theta \rightarrow \pi/2} \cos^2 \theta \operatorname{Arsinh}(\tan \theta) = 0$$

(warum?).