Universität Karlsruhe

Institut für Theorie der Kondensierten Materie

Übungen zur Theoretischen Physik A WS 02/03

Prof. P. Wölfle

Dr. M. Greiter

Blatt 5

18.11.02

---

1. Komplexe Zahlen

(a) Berechnen Sie

(i) $(2+i)\cdot(1+2i)$

(ii) $\dfrac{5i}{1+2i}$

(b) Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung $x^2 - 4x + 5 = 0$.

(c) Drücken Sie $\cos x$ und $\sin x$ durch e^{ix} und e^{-ix} aus.

(d) Berechnen Sie $\cos(ix)$ und $\sin(ix)$.

(e) Beweisen Sie folgende Additionstheoreme mit Hilfe der Eulerschen Formel:

(i) $\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$

(ii) $\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

(f) Paradoxon:

$$1 = \sqrt{1} = \sqrt{(-1)\cdot(-1)} = \sqrt{-1}\cdot\sqrt{-1} = i \cdot i = -1$$

Wo liegt der Fehler?

2. Fadenpendel mit Reibung

Ein Fadenpendel besteht aus einer kleinen Metallkugel der Masse m, die an einem Faden der Länge l hängt. Die Luftreibungskraft sei proportional zur Geschwindigkeit, $\mathbf{F} = -m\gamma\mathbf{v}$, wobei γ zunächst nicht bekannt ist.

(a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung des Pendel für kleine Auslenkungen auf, und bestimmen Sie die allgemeine Lösung in Abhängigkeit von g, l und γ.

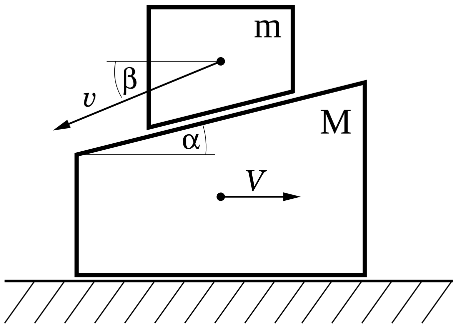
(b) Infolge der Luftreibung nimmt die Amplitude des Ausschlagswinkels nach N Vollschwingungen von φ_0 auf φ_N ab. Bestimmen Sie hieraus γ und die Frequenz ω des Pendels.

(c) Nehmen Sie an, die Amplitude habe sich nach 100 Vollschwingungen halbiert. Von welcher Größenordnung wäre der Fehler bei der Berechnung von ω, wenn man die Reibung nicht berücksichtigt hätte?

3. Zwei Massen: Teil I

Eine Masse m kann sich reibungsfrei auf der mit Steigungswinkel α geneigten Oberfläche einer zweiten Masse M bewegen, welche sich wiederum reibungsfrei auf einer waagerechten Ebene bewegen kann (siehe Skizze). Das System sei zunächst in Ruhe, kann sich aber vom Zeitpunkt $t = 0$ an bewegen. Diese Bewegung wird dazu führen, dass sich M nach rechts und m nach links unten bewegt.

Es gilt, die Kraft F der beiden bewegten Massen auf die Ebene zu berechnen.



Mögliche Vorgehensweise:

(a) Überlegen Sie sich, warum sich die obere Masse nicht parallel zur geneigten Oberfläche der unteren Masse bewegt.

(b) Stellen Sie das vektorielle Kräftegleichgewicht einschließlich der Trägheitskräfte für m und M auf. Sie erhalten 4 Gleichungen für 5 Unbekannte.

(c) In welche Richtung zeigt die relative Geschwindigkeit zwischen m und M? Leiten sie hieraus eine Beziehung zwischen α, β und den beiden Geschwindigkeiten v und V der Massen her.

4. Zwei Massen: Teil II

(d) Leiten Sie hieraus eine Beziehung zwischen α, β und den beiden Beschleunigungen a und A der Massen her.

(e) Leiten Sie aus den Ergebnissen von (b) und (d) eine Beziehung zwischen α, β, m und M her.

(f) Berechnen sie die weiteren Unbekannten und schließlich die Kraft der bewegten Massen auf die Ebene.

Hinweis: Das Ergebnis lautet

$$F = \frac{M + m}{1 + \frac{m}{M}\sin^2\alpha}\, g \,.$$