Universität Karlsruhe

Institut für Theorie der Kondensierten Materie

Übungen zur Theoretischen Physik A WS 02/03

Prof. P. Wölfle

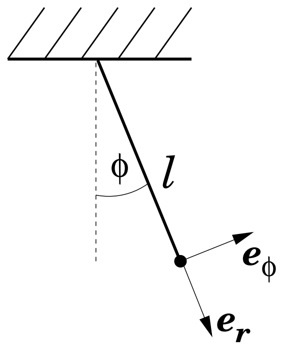
Dr. M. Greiter

Blatt 7

02.12.02

1. Fadenpendel in Polarkoordinaten: Teil I

Es gilt, die ebenen Schwingungen eines reibungsfreien Fadelpendels der Länge l mit Pendelmasse m mit Hilfe von Polarkoordinaten zu untersuchen (siehe Skizze).



(a) Zeigen Sie mit Hilfe einer kartesischen Darstellung:

$$\frac{d}{d\phi}\boldsymbol{e_r} = \boldsymbol{e_\phi} \qquad \text{und} \qquad \frac{d}{d\phi}\boldsymbol{e_\phi} = -\boldsymbol{e_r}$$

(b) Berechnen Sie $\dot{\mathbf{r}}$ und $\ddot{\mathbf{r}}$ aus $\mathbf{r} = l\boldsymbol{e_r}$, wobei die Fadenlänge l nicht von der Zeit abhängt.

(c) Zeichnen Sie das Kräftediagramm und stellen Sie das vektorielle Kräftegleichgewicht einschließlich der Trägheitskräfte in Polarkoordinaten auf.

(d) Berechnen Sie $\dot{\phi}(\phi)$ durch Integration der Bewegungsgleichung und bestimmen Sie hieraus den Energiesatz.

2. Fadenpendel in Polarkoordinaten: Teil II

(e) Berechnen Sie die Fadenspannung F in Abhängigkeit von m, g, ϕ und dem maximalen Ausschlagwinkel $\phi_{\max}$.

(f) Integrieren Sie die in (d) aufgestellte Gleichung für $\dot{\phi}(\phi)$ für kleine Auslenkungen und geben Sie die Lösung $\phi(t)$ mit Anfangsbedingung $\phi(t=0) = 0$ an.

Hinweis: Verwenden Sie das Integral aus Blatt 1, Aufgabe 3.

3. Gedämpfter harmonischer Oszillator mit Antrieb

Die Bewegungsgleichung eines gedämpften harmonischen Oszillators mit Antrieb sei gegeben durch

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f(t), \text{ wobei } f(t) = A\sin(\omega t). \tag{1}$$

Zeigen Sie, dass die partikuläre Lösung durch

$$x = x_0 \sin(\omega t + \alpha)$$

gegeben ist und berechnen Sie x_0 und α in Abhängigkeit von γ, ω_0, ω und A.

Hinweis: Bestimmen Sie zunächst durch einen Ansatz der Form $x = X_0 e^{i\omega t}$ (X_0 komplex) die partikuläre Lösung von (**??**) mit $f(t) = Ae^{i\omega t}$. Warum können Sie hieraus x_0 und α direkt ablesen?

4. Greensche Funktion des ungedämpften Oszillators

In Blatt 6, Aufgabe 2 wurde eine allgemeine Formel für eine partikuläre Lösung der Differentialgleichung

$$\ddot{x} + \omega^2 x = f(t) \tag{1}$$

hergeleitet:

$$x(t) = \int^t dt'\, e^{i\omega(t-t')} \int^{t'} dt''\, e^{-i\omega(t'-t'')} f(t''). \tag{2}$$

(a) Berechnen Sie hieraus die implizit durch

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt' G(t-t') f(t')$$

definierte Greensche Funktion des ungedämpften harmonischen Oszillators. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der in der Vorlesung hergeleiteten Greenschen Funktion.

Hinweis:
Verwenden Sie θ-Funktionen, um die Integralgrenzen in (**??**) auf $\int_{-\infty}^{+\infty}$ zu erweitern.

(b) Zeigen Sie explizit, dass die in (a) berechnete Greensche Funktion $G(t)$ eine partikuläre Lösung von (**??**) mit $f(t) = \delta(t)$ ist.

Hinweis:
Zeigen Sie dies zunächst für $t < -\varepsilon$, dann für $t > \varepsilon$, und schließlich im Grenzfall $\varepsilon \to 0$ für $-\varepsilon < t < \varepsilon$ (ε ist ein positives Infinitesimal).

Die **1. Klausur** findet am **Dienstag, den 17.12.02, von 17:30–19:30** im Hörsaal im Forum A und B (Gebäude 30.95) statt. Zugelassene Hilfsmittel: mathematische Formelsammlung (keine eigenen Aufzeichnungen, keine Taschenrechner). Bitte bringen Sie Ihren Studentenausweis mit und haben Sie Ihre Übungsgruppennummer parat.