Universität Karlsruhe | Institut für Theorie der Kondensierten Materie

Übungen zur Theoretischen Physik A WS 02/03

Prof. P. Wölfle
Dr. M. Greiter

Blatt 9
16.12.02

Besprechung: Freitag, den 10.01.03 **Frohe Weihnachten!**

1. Greensche Funktion: Teil I

Bestimmen Sie mit Hilfe der Greenschen Funktion des ungedämpften harmonischen Oszillators

$$\ddot{x} + \omega^2 x = f(t) \tag{1}$$

eine partikuläre Lösung für folgende Störungen:

(a) $f(t) = \omega^2 \theta(t)$

Skizzieren und diskutieren Sie die Lösung $x(t)$.

(b) $f(t) = \frac{\omega^2}{\tau}\left(\theta(t + \frac{\tau}{2}) - \theta(t - \frac{\tau}{2})\right)$

Stellen Sie die Lösung $x(t)$ für $t > \frac{\tau}{2}$ als Produkt zweier trigonometrischer Funktionen dar.

2. Greensche Funktion: Teil II

(c) Skizzieren und diskutieren Sie $x(t)$ für die Störung (b) für $\tau \to 0^+$, $\tau = \frac{T}{4}$ und $\tau = T$.

(d) Wie könnte man eine solche Störung experimentell an einem Fadenpendel realisieren?

3. $\boldsymbol{\varepsilon}$–Tensor

Mit Hilfe des vollständig antisymmetrische Einheitstensors

$$\varepsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{falls } \{i,j,k\} = \{1,2,3\}, \{2,3,1\} \text{ oder } \{3,1,2\} \\ -1 & \text{falls } \{i,j,k\} = \{1,3,2\}, \{3,2,1\} \text{ oder } \{2,1,3\} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \tag{1}$$

lässt sich die i-te Komponente eines Vektorproduktes schreiben als:

$$(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})_i = \sum_{j=1}^{3} \sum_{k=1}^{3} \varepsilon_{ijk} a_j b_k \tag{2}$$

Zeigen Sie mit Hilfe des ε–Tensors:

(a)

$$\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}) = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \sum_{k=1}^{3} \varepsilon_{ijk} a_i b_j c_k$$

(b)

$$\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{b} \cdot (\boldsymbol{c} \times \boldsymbol{a}) = \boldsymbol{c} \cdot (\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})$$

(c)

$$\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}) = -\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{c} \times \boldsymbol{b})$$

(d)

$$\sum_{i=1}^{3} \varepsilon_{ijk} \varepsilon_{ilm} = \delta_{jl} \delta_{km} - \delta_{jm} \delta_{kl} \tag{3}$$

(e)

$$\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \varepsilon_{ijk} \varepsilon_{ijl} = 2\delta_{kl}$$

(f)

$$\boldsymbol{a} \times (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}) = \boldsymbol{b}\,(\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c}) - \boldsymbol{c}\,(\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b})$$

Optional, nur für Interessierte:

(g)

$$(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot (\boldsymbol{c} \times \boldsymbol{d}) = (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c})(\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{d}) - (\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{d})(\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{c})$$