Universität Karlsruhe — Institut für Theorie der Kondensierten Materie

Übungen zur Theoretischen Physik A WS 02/03

Prof. P. Wölfle
Dr. M. Greiter

Blatt 10
13.01.03

---

1. Kraftfeld I

Gegeben ist das Kraftfeld

$$\boldsymbol{F} = c(x-y)^2(\boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_y). \tag{1}$$

(a) Zeigen Sie durch Berechnung von $\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{F}$, dass $\boldsymbol{F}$ konservativ ist.

(b) Das zugehörige Potential $V(\boldsymbol{r})$ sei im Ursprung nominiert: $V(\boldsymbol{r}=0)=0$. Berechnen Sie $V(\boldsymbol{r})$ durch Integration des Kraftfeldes entlang der geraden Wege

(i) $(0,0) \to (x,0) \to (x,y)$

(ii) $(0,0) \to (x,y)$ und vergleichen Sie die Ergebnisse.

(c) Berechnen Sie $-\boldsymbol{\nabla} V(\boldsymbol{r})$ und vergleichen Sie das Ergebnis mit $\boldsymbol{F}$.

2. Greensche Funktion

Bestimmen Sie mit Hilfe der Greenschen Funktion des ungedämpften harmonischen Oszillators

$$\ddot{x} + \omega^2 x = f(t) \tag{2}$$

eine partikuläre Lösung für folgende Störungen:

(a) $f(t) = a\, e^{bt},\ b > 0$

Vergleichen Sie die Lösung mit Blatt 6, Aufgabe 1b.

(b) $f(t) = a$

Hinweis: Betrachten Sie diese Störung als Grenzfall $b = \varepsilon$ von Teilaufgabe (a), oder verwenden sie als Greensche Funktion

$$G(t) = \theta(t)\, e^{-\varepsilon t}\, \frac{1}{\omega} \sin \omega t, \tag{3}$$

wobei $\varepsilon \to 0^+$ ein positives Infinitesimal ist.

Verifizieren Sie Ihr Ergebnis durch Einsetzen in (**??**).

(c) Die Greensche Funktion $G(t)$ wird gewöhnlicherweise in der Form (**??**) dargestellt. Überlegen Sie, warum der Faktor $e^{-\varepsilon t}$ eingeführt wurde. Was bedeutet er physikalisch?

3. Kraftfeld II

Gegeben ist das Kraftfeld

$$\boldsymbol{F} = \begin{pmatrix} cyz\sin(cxy) \\ cxz\sin(cxy) \\ -\cos(cxy) \end{pmatrix}$$

(a) Zeigen Sie durch Berechnung von $\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{F}$, dass $\boldsymbol{F}$ konservativ ist.

(b) Das zugehörige Potential $V(\boldsymbol{r})$ sei im Ursprung nominiert: $V(\boldsymbol{r} = 0) = 0$. Berechnen Sie $V(\boldsymbol{r})$ durch Integration des Kraftfeldes entlang

  (i) eines möglichst geschickt gewählten Weges

  (ii) entlang der direkten Verbindungslinie $(0, 0, 0) \to (x, y, z)$.

(c) Berechnen Sie $-\boldsymbol{\nabla}V(\boldsymbol{r})$ und vergleichen Sie das Ergebnis mit $\boldsymbol{F}$.