

Übungsblatt Nr. 7 zur Theorie A

1 Harmonischer Oszillator I

In der Vorlesung wurden drei äquivalente Lösungen für den freien, ungedämpften harmonischen Oszillator angegeben:

$$x(t) = A_1 \cos(\omega_0 t - \phi_1) \equiv A_2 \sin(\omega_0 t - \phi_2) \equiv C_1 \cos(\omega_0 t) + C_2 \sin(\omega_0 t)$$

Welche Zusammenhänge bestehen zwischen den Konstanten $A_1, \phi_1; A_2, \phi_2; C_1, C_2$? Vereinfachen Sie sie soweit wie möglich.

2 Harmonischer Oszillator II

Auf einen ungedämpften harmonischen Oszillator wirke eine Kraft $F(t)$, die “sprungartig” eingeschaltet wird, d.h. $F(t) = F_0 \Theta(t)$, wobei $\Theta(t)$ die Heaviside-Funktion ist:

$$\Theta(t) = 0 \quad \text{falls } t < 0; \quad \Theta(t) = 1 \quad \text{falls } t \geq 0.$$

- (a) Finden Sie (durch Erraten) eine partikuläre Lösung der Bewegungsgleichung. Wie lautet die allgemeine Lösung der Bewegungsgleichung?
- (b) Wie lauten die Lösungen für $t < 0$ zu den Bedingungen $x(0^-) = 0, v(0^-) = 0$, und für $t > 0$ zu den Bedingungen $x(0^+) = 0, v(0^+) = 0$? Skizzieren und diskutieren Sie das Resultat.

Merke: $t = 0^-$ bedeutet der Limes mit $t \rightarrow 0$ von unten, d. h. $t < 0$.

3 Harmonischer Oszillator III

Ein ungedämpfter harmonischer Oszillator werde durch die Kraft $F(t) = F_0 \cos \omega t$ periodisch angetrieben ($\omega \neq \omega_0$).

- (a) Finden Sie mit Hilfe des Ansatzes

$$x_p(t) = A \cos(\omega t - \phi)$$

eine partikuläre Lösung, wobei A, ϕ noch zu bestimmende Parameter sind. Skizzieren und diskutieren Sie die Abhängigkeit von A, ϕ von der Erregerfrequenz ω .

- (b) Wie lautet die allgemeine Lösung der Bewegungsgleichung? Welche Lösung ergibt sich für die Anfangsbedingungen $x(0) = 0, v(0) = 0$? Skizzieren Sie und diskutieren Sie den Fall $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$.

Hinweis: $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$