Universität Karlsruhe — Wintersemester 2003/04
Institut für Theorie der Kondensierten Materie — 5.12.03
Prof. Dr. Ralph v. Baltz, Dr. Philip Howell — http://www-tkm.physik.uni-karlsruhe.de/lehre/
Sprechstunde: Fr 13:00–14:00 Physikhochhaus 10.14 — howell@tkm.physik.uni-karlsruhe.de

Übungsblatt Nr. 8 zur Theorie A

1 Unterdämpfung

Gegeben sei ein freier, unterdämfpter Oszillator (d. h. $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ mit $\gamma < \omega_0$) mit der Anfangsbedingung $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = 0$.

(a) Wie lautet die Lösung der Bewegungsgleichung? Skizzieren Sie $x(t)$.

(b) Berechnen Sie die Position der Nullstellen von $x(t)$ als Funktion der Dämpfung, und diskutieren Sie das Ergebnis.
Hinweis: Schreiben Sie den trigonometrischen Anteil der Lösung in der Form $\cos(\alpha t + \phi)$.

2 Kritische Dämpfung

Gegeben sei ein freier Oszillator, $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$, im aperiodischen Grenzfall ($\gamma = \omega_0$).

(a) Geben Sie die Lösung $x(t)$ zu den Anfangsbedingungen $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = v_0$ und ihre Entwicklung für $t \ll \gamma^{-1}$ bis zu Termen in t^2 an.

(b) Skizzieren Sie die Fälle $v_0 > 0$, $v_0 = 0$, $v_0 = -x_0\gamma$, $v_0 = -2x_0\gamma$.
Gelegentlich hört man die Behauptung, dass der aperiodische Grenzfall so definiert sei, dass $x(t)$ gerade noch einen Nulldurchgang habe. Richtig oder falsch? Korrigieren bzw. präzisieren Sie die Aussage.

3 Energieerhaltung

Zeigen Sie, dass für ein Teilchen im konservativen Kraftfeld $\boldsymbol{F} = -\nabla V(\boldsymbol{r})$ die Energie $E = E(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{v}) = \frac{1}{2}m\boldsymbol{v}^2 + V(\boldsymbol{r})$ erhalten ist, d.h. längs jeder Bahnkurve $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$ zeitlich konstant ist.

4* Getriebenes System

Gegeben sei ein Relaxationssystem mit

$$\dot{v}(t) + \gamma v(t) = f(t) \tag{1}$$

(a) Wie lautet die Lösung $v(t)$ für die Rampen-Erregung $f(t) = f_0 t\,\Theta(t)$ mit der Anfangsbedingung $v(0) = 0$? Skizzieren Sie sie.

(b) Zeigen Sie mit Hilfe des Ansatzes für die partikuläre Lösung $v_p(t) = w(t)\,\mathrm{e}^{-\gamma t}$, dass Sie (1) für jede beliebige Erregung in Form einer Integrationsaufgabe lösen können, und interpretieren Sie das Ergebnis.

* = Bonusaufgabe

— Besprechung in den Übungsgruppen am nächsten Freitag, den 12.12.03 —