



**Aufgabe 40**

(4 Punkte)

Drehimpuls und Drehmoment in transformiertem Koordinatensystem:

In einem gegebenen Koordinatensystem sei der Drehimpuls gleich  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$  und das Drehmoment gleich  $\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}$ .

- a) Berechnen Sie Drehmoment  $\vec{N}'$  und Drehimpuls  $\vec{L}'$  in einem Koordinatensystem, welches um den Vektor  $\vec{d}_0$  bezüglich des ersten verschoben ist, d.h.  $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{d}_0$ . Leiten Sie daraus die Bewegungsgleichung für den Drehimpuls her, d.h., berechnen Sie  $\dot{\vec{L}}'$ . (3 Punkte)
- b) Im ursprünglichen Koordinatensystem gelte Drehimpulserhaltung. Welche Beziehung gilt dann im verschobenen Koordinatensystem? (1 Punkt)

**Aufgabe 41** Ellipsengleichungen:

(10 Punkte)

Eine Ellipse kann konstruiert werden, indem man einen Faden der Länge  $L$  an den beiden Orten  $x = \pm h < L/2$ ,  $y = 0$  eines  $x$ - $y$ -Koordinatensystems befestigt, und dann mittels eines Stiftes den Faden spannt. Bewegt man den Stift auf einer Kurve so, dass der Faden gespannt bleibt, erhält man eine Ellipse. Die Punkte an denen der Faden befestigt ist, heißen Brennpunkte der Ellipse.

- a) Zeigen Sie, dass die Gleichung der Ellipse durch

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (4)$$

gegeben wird. Berechnen Sie  $a$  und  $b$  als Funktion von  $h$  und  $L$ . Geben Sie eine Interpretation der Größen  $a$  und  $b$ . Drücken Sie  $h$  durch  $a$  und  $b$  aus. (7 Punkte)

- b) Wir verschieben nun die Ellipse so, dass der rechte Brennpunkt den Koordinatenursprung eines neuen Koordinatensystems bildet. Zeigen Sie, dass dann in Polarkoordinaten  $r$  und  $\phi$  (mit  $(x', y') = (r \cos \phi, r \sin \phi)$  im neuen Koordinatensystem) die folgende Gleichung für die Ellipse gilt:

$$r(\phi) = \frac{p}{1 + \epsilon \cos \phi}. \quad (5)$$

Bestimmen Sie  $p$  und  $\epsilon$  als Funktion von  $a$  und  $b$ . Drücken Sie schließlich  $\epsilon$  durch  $h$  und  $a$  aus. (3 Punkte)