Universität Karlsruhe WS 2005/06
Institut für Theorie der Kondensierten Materie
Prof. Dr. Peter Wölfle, Dr. Jan Brinckmann **28.10.05**
http://www.tkm.uni-karlsruhe.de/lehre theorie-a@tkm.uni-karlsruhe.de / Physikhochh. Zi. 10.13

Übungsblatt Nr. 1 zur Vorlesung Theorie A

1 Ein Massepunkt bewegt sich auf der Bahnkurve $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(x))$ mit

$$x(t) = R\cos(\omega t) \quad , \quad y(t) = R\sin(\omega t) \quad , \quad R, \omega = const.\,, t \geq 0$$

a) Bestimme die Geschwindigkeit $\mathbf{v}(t) = (v_x(t), v_y(t))$, die Beschleunigung $\mathbf{a}(t) = (a_x(t), a_y(t))$, sowie die Längen $r(t) = |\mathbf{r}(t)|$, $v(t) = |\mathbf{v}(t)|$, $a(t) = |\mathbf{a}(t)|$.

b) Skizziere die Bahnkurve, und zeichne für ein beliebig gewähltes t die Vektoren $\mathbf{r}(t)$, $\mathbf{v}(t)$, $\mathbf{a}(t)$ ein.

2 Man wiederhole die Rechnung aus Aufg. 1 für die Bahnkurve $(c, \omega = const.\,, t \geq 0)$

$$\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t), z(t)) \quad , \quad x(t) = ct\sin(\omega t) \quad , \quad y(t) = ct\cos(\omega t) \quad , \quad z(t) = ct$$

a) Berechne $\mathbf{v}(t)$, $\mathbf{a}(t)$, $r(t)$, $v(t)$, $a(t)$.

b) Skizziere die Bahnkurve.

3 Gegeben ist die Bahnkurve

$$\mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha + t^2 \\ \beta \\ \frac{2}{3}t^3 \end{pmatrix} \quad , \quad \alpha, \beta = const.$$

a) Man berechne die Bogenlänge $s(t) = \int\limits_0^t \mathrm{d}t' \, |\mathbf{v}(t')|$

(Integration durch geeignete Substitution.)

b) Bestimme einen Näherungsausdruck für $s(t) = \frac{2}{3}[\,(1+t^2)^{3/2} - 1\,]$ für die Fälle
(i) $t \ll 1$ (t sehr klein) (ii) $t \gg 1$ (t sehr groß)
(Für (i) ist eine Formelsammlung hilfreich (Reihenentwicklung).)

4 Berechne die Bogenlänge $s(t)$ für die Bahnkurve aus Aufg. 1.
Wie kann man über die Bogenlänge eine Periodendauer T definieren? Was folgt für T?

5 Zeige, daß für ein beliebiges $\mathbf{a}(t)$ mit $a(t) = |\mathbf{a}(t)|$ gilt: $\mathbf{a}\frac{\mathrm{d}\mathbf{a}}{\mathrm{d}t} = a\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}$.

— Besprechung in den Übungsgruppen am Freitag, den 4.11.05 —