

Übungsblatt Nr. 9 zur Vorlesung Theorie A

*** Test ***

Name:

Vorname:

Gruppe/Tutor:

Dieser Test sollte *selbständig* und *ohne* jegliche Hilfsmittel oder Aufzeichnungen innerhalb ca. 1h bearbeitet werden können. Im Interesse einer ehrlichen Selbsteinschätzung: Halten Sie sich daran!

- 1** [1 Punkt] Bestimme die Ableitung $f'(x)$ und die Stammfunktion $F(x)$ von $f(x) = \tanh(x)$:

$$\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}, \quad \sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}), \quad \cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$$

(Ggf. Integration durch Substitution.)

- 2** [2 Punkte] Berechne die Stammfunktion $F(t) = \int dt e^{\lambda t} \cos(\omega t)$ durch partielle Integration *oder* durch Ausnutzen von $e^{\pm i\omega t} = \cos(\omega t) \pm i \sin(\omega t)$.

- 3** Ein Teilchen der Masse m bewegt sich auf der x -Achse unter dem Einfluß einer konstanten Kraft \mathbf{F} . \mathbf{F} zeigt in positive x -Richtung und hat den Betrag $|\mathbf{F}| = F = \text{const.}$

- a) [1.5 Punkte] Man gebe die Bewegungsgleichung für $x(t)$ und den Ausdruck für die Gesamtenergie $E(x, \dot{x})$ an, und überprüfe, daß E eine Erhaltungsgröße ist, $\frac{d}{dt}E = 0$.
- b) [1.5 Punkte] Berechne $x(t)$ aus der Bedingung $E(x, \dot{x}) = E_0 = \text{const.}$
- c) [1 Punkt] Man bestimme die Integrationskonstante und E_0 aus den Anfangsbedingungen $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = v_0$. Ist das Ergebnis für E_0 korrekt?

- 4** Ein stark gedämpfter harmonischer Oszillator mit Antrieb genüge der Bewegungsgleichung $\ddot{x}(t) + 3\gamma \dot{x}(t) + 2\gamma^2 x(t) = f(t)$, $\gamma > 0$.

- a) [2.5 Punkte] Bestimme die allgemeine Lösung $x(t)$ für $f(t) = f_0 \cos(\gamma t)$. (Ansatz vom Typ der rechten Seite, der allerdings geeignet erweitert werden muß.)
- b) [0.5 Punkte] Wie lautet die spezielle Lösung für die Anfangsbedingungen $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$?

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
Punkte					
von maximal	1	2	4	3	10

*** Rückgabe in den Übungsgruppen am Freitag, den 20.01.06 ***