Universität Karlsruhe (TH) **WS 2008/9**

Klassische Theoretische Physik I

V: Prof. Dr. D. Zeppenfeld, Ü: Dr. S. Gieseke

Übungsblatt 3

Abgabe: Mo, 10.11.'08, 11.30 Uhr, Erdgeschoss Physikhochhaus.

Aufgabe 10: Rotierendes Bezugssystem **[$1+2=3$]**

Ein zweidimensionales Bezugssystem sei durch seine zwei normierten und orthogonalen Basisvektoren $\hat{x}$ und $\hat{y}$ bestimmt. Ein um den Winkel ϕ um den Koordinatenursprung gedrehtes System habe die (ebenfalls orthonormalen) Achsen $\hat{x}'$ und $\hat{y}'$.

(a) Drücken Sie $\hat{x}'$ und $\hat{y}'$ durch $\hat{x}$ und $\hat{y}$ aus.

(b) Wie lautet ein Vektor $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y}$ im gedrehten System, also ausgedrückt durch die Basisvektoren $\hat{x}'$ und $\hat{y}'$?

Aufgabe 11: Schuh im Karussell **[$2+1+1+2=6$]**

Auf der Mess' steht ein Karussell. Es besteht aus einer Scheibe vom Radius R, die sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω um ihren Mittelpunkt dreht. Sie sitzen auf einem Punkt im Abstand $r < R$ vom Mittelpunkt und verlieren bei $t = 0$ und $\vec{r}(0) = (r, 0)$ Ihren Schuh. Der Schuh gleitet reibungsfrei auf der glatten Oberfläche des Karussells.

(a) Bestimmen Sie den Ort des Schuh $\vec{r}(t)$ zu beliebigen Zeiten $t > 0$ sowohl von Ihnen aus, als auch im Bezugssystem eines Beobachters vor dem Karussell gesehen.

(b) Wie muss R gewählt werden, damit der Schuh nach genau einer Umdrehung am Rand angelangt?

(c) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit und deren Betrag in beiden Systemen.

(d) Berechnen Sie die Länge der Strecke, die der Schuh auf der Scheibe zurücklegt.

Aufgabe 12: Zykloiden **[$1+1+2+2=6$]**

Ein Rad vom Radius ρ kann entlang der x–Richtung rollen und dreht sich dabei um den Winkel ϕ. Auf das Rad sei konzentrisch ein zweites Rad mit Radius $R = \lambda\rho$ montiert. Wir betrachten den Punkt $\vec{r}$ auf dem Rand des zweiten Rades, der bei $\phi = 0$ genau unterhalb des Mittelpunktes liegt.

(a) Bestimmen Sie den Ort $\vec{r}(\phi)$ des Punktes für beliebige Winkel ϕ.

(b) Skizzieren Sie die Kurve für die Fälle $\lambda < 1, \lambda = 1, \lambda > 1$.

(c) Berechnen Sie die Bogenlänge $s(\phi)$ für den Spezialfall $\lambda = 1$. Wie lang ist die Kurve nach einem Umlauf des Rades?

(d) Bestimmen Sie den Tangentenvektor $\hat{t}(\phi)$ und die Krümmung $\kappa(\phi)$.

Aufgabe 13: Kugelkoordinatenlinien **[3 + 1 + 1 = 5]**

In kartesischen Komponenten lautet ein beliebiger Vektor $\vec{r}$ im $\mathbb{R}^3$, ausgedrückt durch die Kugelkoordinaten r, θ, ϕ,

$$\vec{r}(r, \theta, \phi) = r(\cos\phi \sin\theta, \sin\phi \sin\theta, \cos\theta) \ .$$

Hält man jeweils zwei der Kugelkoordinaten fest, so erhält man die Koordinatenlinien der dritten Koordinate als parametrisierte Kurve mit der jeweils dritten Koordinate als Parameter, z.B. für die r–Koordinatenlinien

$$\vec{r}(r) = \vec{r}(r, \theta = \text{const}, \phi = \text{const}) \ .$$

An jedem Punkt $\vec{r}$ gibt es nun drei Koordinatenrichtungen $\hat{r}$, $\hat{\theta}$, $\hat{\phi}$, die durch die Tangentialvektoren der Koordinatenlinien gegeben sind.

(a) Bestimmen Sie die Vektoren $\hat{r}$, $\hat{\theta}$ und $\hat{\phi}$.

(b) Zeigen Sie, dass $\hat{r}$, $\hat{\theta}$, $\hat{\phi}$ ein Orthonormalsystem bilden.

(c) Zeigen Sie dass $\hat{r}$, $\hat{\theta}$, $\hat{\phi}$ ein Rechtssystem bilden.