Universität Karlsruhe (TH) **WS 2008/9**

Klassische Theoretische Physik I

V: Prof. Dr. D. Zeppenfeld, Ü: Dr. S. Gieseke

Übungsblatt 6

Abgabe: Mo, 1.12.'08, 11.30 Uhr, Erdgeschoss Physikhochhaus.

Aufgabe 22: Drehung um eine Achse **[5]**

Eine allgemeine Drehung $D(\vec{\alpha})$ im Raum kann durch die Angabe eines einzigen Vektors $\vec{\alpha}$ festgelegt werden. Der Betrag $\alpha = |\vec{\alpha}|$ ist der Drehwinkel und der Einheitsvektor $\hat{\alpha} = \vec{\alpha}/\alpha$ die Achse, um die die Drehung erfolgen soll.

(a) Drehen Sie einen Vektor $\vec{r}$ um $\vec{\alpha}$. Drücken Sie den Ergebnisvektor $\vec{r}'$ in Vektorschreibweise durch $\vec{\alpha}$ und $\vec{r}$ aus. *Hinweis:* Zerlegen Sie in Komponenten parallel und senkrecht zu $\vec{\alpha}$.

(b) Die inverse Drehung ist offenbar die Drehung um $-\vec{\alpha}$: $D(\vec{\alpha})^{-1} = D(-\vec{\alpha})$. Zeigen Sie mit der Darstellung aus (a) explizit, dass

$$D(-\vec{\alpha})D(\vec{\alpha})\vec{r} = \vec{r} \; .$$

Aufgabe 23: Länge und Winkel bei Drehungen **[5]**

$\vec{a}$ und $\vec{b}$ sind zwei beliebige Vektoren aus dem $\mathbb{R}^3$. Zeigen Sie, dass das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ (und damit die Längen $|\vec{a}|$ und $|\vec{b}|$) sowie der Winkel zwischen $\vec{a}$ und $\vec{b}$ bei Drehung des Koordinatensystems invariant sind.

Aufgabe 24: Schiefer Wurf **[5]**

Ein Ball wird mit der Geschwindigkeit v und dem Winkel θ zur Horizontalen abgeworfen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ befinde er sich am Ursprung. Die Beschleunigung ist $\vec{a}(t) = -g\hat{z}$.

(a) Bestimmen Sie die Bahnkurve $\vec{r}(t)$.

(b) Bei welcher Zeit T trifft der Ball wieder am Boden auf?

(c) Wie weit wird der Ball geworfen?

(d) Wie hoch wird der Ball geworfen?

(e) Schätzen Sie grob die Geschwindigkeit (in m/s und km/h) mit der ein Fussball im idealen Fall vom Torwart abgeschlagen werden müsste, um im gegnerischen Tor zu landen.

(b.w.)

Aufgabe 25: Geschwindigkeit in Zylinderkoordinaten **[5]**

Ein Massenpunkt bewegt sich auf der Trajektorie

$$\vec{r}(t) = \left(\rho_0 \left(1 - \frac{t}{t_0}\right) \cos \omega t, \rho_0 \left(1 - \frac{t}{t_0}\right) \sin \omega t, h_0 \left(1 - \frac{t}{t_0}\right)\right) .$$

(a) Bestimmen Sie $\vec{r}(t)$ in Zylinderkoordinaten.

(b) Skizzieren Sie die Bahn. Innerhalb welcher geometrischen Form bewegt sich der Massenpunkt?

(c) Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\dot{\vec{r}}(t)$ in kartesischen Koordinaten, d.h. direkt aus dem gegebenen Vektor.

(d) Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\dot{\vec{r}}(t)$ direkt in Zylinderkoordinaten, beginnend vom Resultat aus (a).