

Klassische Theoretische Physik I

V: Prof. Dr. D. Zeppenfeld, Ü: Dr. S. Gieseke

Übungsblatt 8

Abgabe: Mo, 15.12.'08, 11.30 Uhr, Erdgeschoss Physikhochhaus.

Aufgabe 30: Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten

[2 + 2 = 4]

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung $x(t)$ der folgenden linearen, inhomogenen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten.

$$(a) \quad \ddot{x} + 2\dot{x} - 3x = 5, \quad (b) \quad 4\ddot{x} - 9x = 2t + 1.$$

Aufgabe 31: Wurf mit Reibung I

[5]

Ein Ball der Masse m wird mit der Geschwindigkeit v unter dem Winkel θ gegen die Horizontale im homogenen Schwerfeld der Erde in x -Richtung abgeworfen. Bei $t = 0$ befindet sich der Ball am Ursprung. Der Ball unterliegt der STOKESSchen Reibungskraft $\vec{F}_R = -\alpha\vec{v}$. Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen. Zeigen Sie, dass die Lösungen für die gegebenen Anfangsbedingungen

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{mv}{\alpha} \cos \theta \left(1 - e^{-\frac{\alpha}{m}t}\right), \\ y(t) &= 0, \\ z(t) &= \frac{m}{\alpha} \left(v \sin \theta + \frac{mg}{\alpha}\right) \left(1 - e^{-\frac{\alpha}{m}t}\right) - \frac{mg}{\alpha}t \end{aligned}$$

lauten (z -Richtung ist die Vertikale).

Aufgabe 32: Wurf mit Reibung II

[2 + 2 + 2 = 6]

(Fortsetzung von Aufgabe 31)

- Wann erreicht der Ball die maximale Höhe und wie hoch fliegt er?
- Untersuchen Sie den Fall geringer Reibung ($\alpha \rightarrow 0$). Entwickeln Sie Ihre Ergebnisse aus (a) in eine Reihe um $\alpha = 0$ und vergleichen Sie mit den Ergebnissen aus Aufgabe 24 (Schiefer Wurf ohne Reibung). Entwickeln Sie nur bis zur ersten nichtverschwindenden Korrektur.
- Wie weit fliegt der Ball bei geringer Reibung? Die Transzendente Gleichung, die sie dazu lösen müssten, kann für kleine α (durch Entwicklung um $\alpha = 0$) vereinfacht und gelöst werden. Entwickeln Sie wieder nur bis zur ersten nichttrivialen Ordnung in α . Zeigen Sie, dass der Ball bei gleichem v und θ nicht so weit fliegt, wie im reibungslosen Fall.
- (Zusatzfrage ohne Wertung:) Muss der Abwurfwinkel für die maximale Reichweite mit Reibung größer oder kleiner sein als $\pi/4$?

(b.w.)

Aufgabe 33: Rakete**[2 + 1 + 2 = 5]**

Eine Rakete wird durch den Rückstoß der ausströmenden Materie angetrieben. Die Masse der Rakete nimmt dabei mit der gleichen Rate ab, mit der Materie ausgestoßen wird. Wir untersuchen den Fall, dass Materie mit konstanter Rate (Masse der ausgestoßenen Gase pro Zeiteinheit = *const.*) und konstanter Geschwindigkeit v_0 ausgestoßen wird .

- (a) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung für eine solche Rakete, die im homogenen Gravitationsfeld der Erde vertikal nach oben fliegt.
- (b) Die Rakete soll bei $t = 0$ aus der Ruhe starten. Bestimmen Sie $v(t)$.
- (c) Bestimmen Sie die Höhe $h(t)$. Es sei $h(0) = 0$.