2. Übung zur Vorlesung Theorie A — WS 2009/2010
Karlsruhe Institute of Technology

Prof. Dr. Gerd Schön — Dr. G. Metalidis www.tfp.uni-karlsruhe.de/Lehre

Abgabetermin: Mittwoch, 04.11.2009 vor 13.00 Uhr

Aufgabe 1: Die Zykloide

Eine Zykloide ist die Bahn, die ein Kreispunkt beim Abrollen eines Kreises auf einer Geraden beschreibt. Die Bahnkurve einer Zykloide ist gegeben durch:

$$\vec{r}(t) = r\,[t - \sin(t)]\,\hat{e}_x + r\,[1 - \cos(t)]\,\hat{e}_z$$

(a) Skizzieren sie die Kurve. (1 Punkt)

(b) Berechnen sie die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ und deren Betrag $|\vec{v}(t)|$. (1 Punkt)

(c) Berechnen sie die Beschleunigung $\vec{a}(t)$ und deren Betrag $|\vec{a}(t)|$. (1 Punkt)

Aufgabe 2: Harmonische Kraft

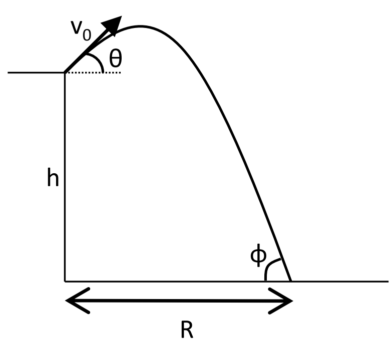
Ein Teilchen mit konstanter Masse m ist einer harmonischen Kraft $\vec{F}(t) = A\sin(\omega t)\hat{e}_x$ ausgesetzt. Das Teilchen befindet sich zum Zeitpunkt $t = 0$ am Ursprung, und hat zu diesem Zeitpunkt die Geschwindigkeit $v_0\hat{e}_x$. Berechnen sie:

(a) Die Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$. (1 Punkt)

(b) Die Bahnkurve $\vec{r}(t)$ des Teilchens. (1 Punkt)

Aufgabe 3: Schiefer Wurf

Ein Ball wird mit der Geschwindigkeit v_0 unter dem Winkel θ zur Horizontalen von einem Turm der Höhe h abgeworfen, wie im Abbildung gezeigt. Die Erdbeschleunigung ist $\vec{a} = -g\hat{e}_z$.



(a) Bestimmen sie die Bahnkurve $\vec{r}(t) = x(t)\hat{e}_x + z(t)\hat{e}_z$. (2 Punkte)

(b) Drücken sie z als Funktion von x aus, indem sie die Zeit t in den Gleichungen für $x(t)$ und $z(t)$ eliminieren. (1 Punkt)

(c) Nach welcher Zeit T trifft der Ball wieder am Boden auf? (1 Punkt)

(d) Wie groß ist der horizontale Abstand R zwischen dem Abwurf- und dem Aufprallpunkt? Zeigen sie, dass R folgende Gleichung erfüllt: (1 Punkt)

$$h + R\tan\theta - \frac{gR^2}{2v_0^2\cos^2\theta} = 0,$$

(e) Der Ball werde nun vom Boden abgeworfen ($h = 0$). Unter welchem Winkel θ muss man ihn dann abwerfen, um den Abstand R zu maximieren? (1 Punkt)

(f) Wie groß ist die maximale Höhe, die der Ball erreicht? (1 Punkt)