7. Übung zur Vorlesung Theorie A	Wintersemester 2009/2010
Karlsruher Institut für Technologie	
Prof. G. Schön - Dr. G. Metalidis	http://www.tfp.uni-karlsruhe.de/Lehre

Abgabetermin: Mittwoch, 09.12.2009 vor 13.00 Uhr

Aufgabe 1: Harmonischer Oszillator mit einer beliebigen Kraft: Green'sche Funktionen

Finden sie mit Hilfe der Methode der Green'schen Funktionen die partikuläre Lösung für einen unterdämpften harmonischen Oszillator ($\gamma < \omega_0$, Schwingfall) mit einer äußeren Kraft $F(t) = mf(t)$, wobei $f(t)$ gegeben ist durch:

(a) $f(t) = f_0 \cos(\omega t)$. (5 Punkte)

(b) $f(t) = f_0 \theta(t)$. (3 Punkte)

(c) $f(t) = \begin{cases} f_0 & \text{für } 0 < t < t_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$. (2 Punkte)

Hinweis: schreiben sie diese Kraft als Differenz von 2 Theta-Funktionen, und verwenden sie das Ergebnis aus Aufgabe (b).

Allgemeine Hinweise:

- Verwenden sie die Euler'sche Formel, um sin- und cos-Funktionen als Exponentialfunktionen darzustellen. Dies vereinfacht das Integrieren.
- Auch für komplexe z gilt $\int \mathrm{d}t \mathrm{e}^{zt} = \mathrm{e}^{zt}/z$.

Aufgabe 2: Green'sche Funktion einer linearen Differentialgleichung erster Ordnung

In der Vorlesung haben wir die Green'sche Funktion für die Differentialgleichung eines harmonischen Oszillators hergeleitet. Diese Green'sche Funktion haben sie in der vorigen Aufgabe verwendet um die partikuläre Lösung für unterschiedliche Kräfte herzuleiten. In dieser Aufgabe werden wir die Green'sche Funktion für die Differentialgleichung

$$\dot{v} + \gamma v = f(t)$$

herleiten.

(a) Was ist die physikalische Bedeutung dieser Gleichung? (1 Punkt)

(b) Wie lautet die homogene Lösung $v_h(t)$ dieser Differentialgleichung? (1 Punkt)

(c) Finden sie eine partikuläre Lösung $v_p(t)$ für den Fall $f(t) = \delta(t)$, mit der Bedingung $v_p(t < 0) = 0$. Wie lautet nun die Green'sche Funktion $G(t, t')$ für die obige Differentialgleichung? (2 Punkte)

(d) Wir betrachten nun den Fall $f(t) = t\mathrm{e}^{-at}\theta(t)$, wobei $0 < \gamma < a$. Wie lautet die partikuläre Lösung für diese Kraft? (2 Punkte)

(e) Was ist die allgemeine Lösung der Differentialgleichung unter der Anfangsbedingung $v(t = 0) = v_0$? (1 Punkt)